

H. BOUASSE

Sur les oscillations à peu près sinusoïdales à longue période

Annales de la faculté des sciences de Toulouse 1^{re} série, tome 11, n° 3 (1897), p. F1-F16

http://www.numdam.org/item?id=AFST_1897_1_11_3_F1_0

© Université Paul Sabatier, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LES

OSCILLATIONS A PEU PRÈS SINUSOÏDALES

A LONGUE PÉRIODE.

APPLICATION A L'ÉTUDE DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR
ET DES PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES DES FILS FINS,

PAR M. H. BOUASSE,

Professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse.

L'expérience que nous nous proposons d'étudier avec détail consiste à suspendre, à un fil métallique, un disque horizontal gradué auquel est fixé un fléau léger qui supporte des corps de formes et de masses connues. On détermine, soit la loi complète de l'oscillation, soit simplement la loi de décroissance des amplitudes et les temps écoulés entre les passages en des points de l'oscillation répondant à une définition précise.

On peut se demander quelle est la meilleure technique expérimentale et quels renseignements on peut tirer de l'expérience sur les forces mises en jeu, provenant tant de la résistance de l'air que des propriétés élastiques du fil. Ce Mémoire est divisé en cinq Chapitres.

I. Technique expérimentale.

II. Étude théorique d'une oscillation à peu près sinusoïdale.

III. Application à la résistance de l'air. Rappel des propriétés générales de cette résistance sur les mouvements de translation et de rotation toujours de même sens.

IV. Application à la résistance de l'air. Mouvements oscillatoires.

V. Application à l'étude élastique des fils.

On est prévenu par le titre même de ce travail qu'il ne s'agit que des méthodes. Nous avons profité de l'expérience acquise par ceux qui ont avant nous étudié ces questions, et ne croyons pas être les premiers à donner tous les conseils qui suivent. Nous avons tenu à refaire soigneusement toutes les expériences dont nous parlons, sauf indication contraire. Les quelques nombres que nous donnons ne doivent cependant être pris que comme des indications d'ordre de grandeur; nous remettons à d'autres Mémoires des résultats numériques en lesquels on puisse avoir confiance.



CHAPITRE I.

TECHNIQUE EXPÉRIMENTALE.

De la cage de l'oscillateur.

L'expérience montre que l'air influe beaucoup sur le mouvement d'un corps oscillant sous l'action de l'élasticité d'un fil (oscillateur). Il est donc nécessaire que l'état du milieu où le phénomène se produit soit bien défini et que les conditions réalisées soient simples, ce qui arrive évidemment quand le milieu est indéfini et la température constante. On est donc tenté de placer l'oscillateur à même un espace très grand par rapport à lui, par exemple au milieu d'une cave. Mais l'expérience montre que, même dans une cave à température constante, les courants d'air sont très appréciables, ne peuvent être évités et empêchent toute mesure. On est forcé de placer l'oscillateur dans une boîte en bois doublée de métal (feuille de zinc) pour y maintenir la température uniforme. Les courants d'air sont d'autant moindres que la boîte est plus petite; il y a donc une juste proportion à garder, afin que le milieu ne soit pas trop éloigné de se conduire comme indéfini et que les courants d'air y soient négligeables; le choix des dimensions de la boîte dépend évidemment de celles de l'oscillateur.

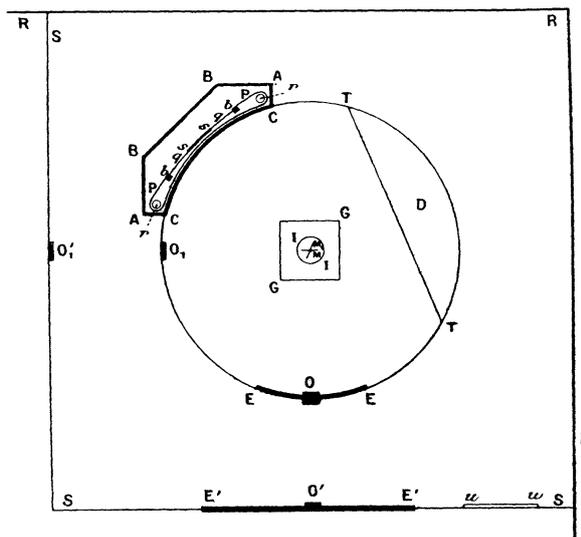
Tous ceux qui se sont occupés de ces questions ont donné au fléau horizontal, qui supporte les écrans ou les masses produisant le moment d'inertie convenable, une longueur totale voisine de 50^{cm}. Dans ces conditions, on prend avantageusement une boîte circulaire de 75^{cm} de rayon avec une hauteur voisine de son rayon. Cela forme une grande meule qu'on place dans une partie d'une cave à température constante, séparée par une cloison de la partie dans laquelle se trouve l'observateur.

La forme circulaire pour la cage a été rarement employée et se recommande pourtant par de bonnes raisons; elle permet l'établissement le plus naturel des filets de vitesse dans le milieu, et se prête à l'installation commune des échelles et des appareils enregistreurs.

Toutefois, une boîte de 75^{cm} de rayon et relativement plate ne permet

pas, à cause de la longueur ordinaire des bras de l'observateur (qui ne dépasse guère 60^{cm} utiles), le réglage commode des appareils qui sont au centre; il faut donc que par un procédé quelconque on puisse détacher du cylindre une partie limitée par un plan parallèle à l'axe et situé, par

Fig. 1.



exemple, à 40^{cm} de cet axe. La *fig. 1* représente la projection horizontale de la cage; TT est la ligne de séparation de la partie détachable.

Pour la commodité de l'installation, nous supposons que RRR sont les murs principaux de la cave et que les cloisons sont disposées suivant SSS; une porte *uu* donne entrée dans l'espace réservé.

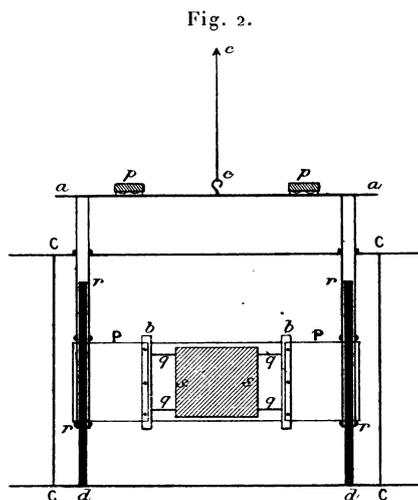
La cage et les cloisons ont un certain nombre d'ouvertures.

1° Pour l'observation par la méthode de Poggendorff des petites oscillations, la cage est fendue en EE suivant un plan horizontal voisin de l'équateur, sur une hauteur de quelques centimètres et une longueur qui dépend de celle de l'échelle employée pour la lecture. Cette échelle cylindrique, transparente sur verre ou sur papier, est appliquée sur la fente EE. Pour l'éclairer, une ouverture E'E' plus large et plus longue est pratiquée dans la cloison; elle est recouverte par un carreau de vitre sur lequel est collé du papier calque éclairé par une lampe assez éloignée. La lecture se fait avec une lunette, à travers les ouvertures O, O', par réflexion sur le miroir M vertical et solidaire de l'oscillateur. Le trou O est au-dessus ou au-dessous de la fente EE, symétriquement et aussi près que possible. On donne la

préférence aux échelles circulaires; elles sont aussi précises, se trouvent au point sur toute leur longueur et éliminent toute correction. Si l'échelle est trop longue pour qu'une lampe unique l'éclaire en entier, on dispose cette lampe sur un chariot et l'on n'éclaire que la partie utile, car il faut éviter tout ce qui fait varier la température.

2° La mesure des temps se fait photographiquement et l'emploi d'un long cliché en papier s'impose. Ce papier est disposé contre la surface extérieure de la cage, recouverte, entre deux génératrices C, C, d'une feuille de zinc fendue suivant l'équateur sur une hauteur de 5^{mm}. La boîte elle-même est fendue entre les deux mêmes génératrices suivant l'équateur et sur une hauteur de quelques centimètres.

Le papier photographique PP (*fig. 1 et 2*) est pris en bandes de 20^{cm}



ou 30^{cm} de large : on le coupe en bouts de 1^m environ. Il passe sur les tubes de laiton *r, r* et est fixé par des punaises à deux baguettes de bois verticales *b, b* reliées l'une à l'autre par des caoutchoucs *q, q* et un carré de carton *ss*. Le papier s'applique ainsi exactement sur la feuille de zinc; pendant ses mouvements verticaux, le carré de carton *ss* empêche le grippement des caoutchoucs dans la fente. Les mouvements des tubes *rr* et du papier sont rendus solidaires par des anneaux soudés sur les tubes et que montre la *fig. 2* : la distance de ces anneaux égale la largeur de la bande de papier.

Les tubes *r, r* (*fig. 2*) glissent eux-mêmes sur des tubes concentriques et de rayon moindre fixés, par leurs extrémités inférieures *dd*, au plancher

de la boîte CABBAC (*fig. 1*) qui protège le cliché contre la lumière extérieure. Ils passent à frottement doux dans le plafond de la même boîte, sont invariablement reliés entre eux par la tige *aa*, chargée de poids *p, p*, et forment ainsi une sorte de cadre rigide.

En agissant sur la corde *cc*, on déplace de haut en bas ce cadre *raar* et l'on amène devant la fente telle bande horizontale de papier que l'on désire. En *AB* (*fig. 1*) sont des volets qui permettent de mettre et d'enlever le papier.

Si le papier doit descendre d'un mouvement continu, on relie la corde *cc* au cylindre d'un tournebroche à poids de grandes dimensions; les poids *p, p* aident le mouvement du tournebroche dont le régulateur égalise la vitesse qu'on fait varier par des poids supplémentaires appliqués directement au tournebroche. On obtient ainsi, à très peu de frais, un mouvement au moins aussi régulier que ceux fournis par les coûteux appareils enregistreurs du commerce, dont la puissance mécanique est ridiculement insuffisante.

Si le papier doit descendre d'un mouvement discontinu, on enroule la corde sur un axe de 1^{cm} ou 2^{cm} de diamètre, passant à frottement dur dans ses trous d'axe. Il porte normalement et solidement liée une tige assez longue qui se déplace sur un grand cercle de carton grossièrement divisé. On calcule facilement la fraction de circonférence dont il faut faire tourner l'axe, pour dérouler une longueur de corde donnée, par exemple 5^{mm}.

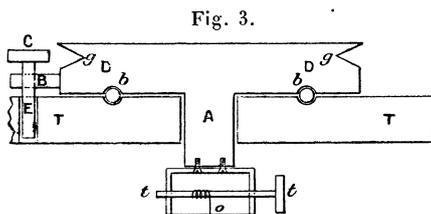
L'image de la fente qu'on photographie sur le papier s'obtient à l'aide d'un objectif achromatique à long foyer, à travers les trous *O₁, O'₁* et par réflexion sur le miroir *M₁*. Le trou *O₁* est dans l'équateur de la boîte. Pour éviter la production de trois images, le miroir *M₁* est argenté extérieurement ou simplement pris très mince.

3° Il faut enfin observer le disque de verre gradué *II*, horizontal et solidaire de l'oscillateur. Sur les deux faces horizontales de la cage sont ménagées deux ouvertures *G, G* (*fig. 1*) de 30^{cm} sur 30^{cm}, recouvertes de glaces. La glace supérieure est percée en son centre d'un trou pour le passage du fil; elle est en verre assez bon pour ne pas déformer les images. La glace inférieure est aussi percée d'un trou de 1^{cm} de diamètre dont nous verrons plus loin l'utilité. Elle sert au réglage de l'oscillateur et, dans ce but, elle est fixée invariablement dans un plan horizontal. Elle est recouverte extérieurement de papier calque, qu'éclaire, à l'aide de miroirs, une lampe placée dans la partie de la cave réservée à l'observateur. Les divisions du

disque II se détachent ainsi sur un fond uniformément lumineux. On les lit dans une lunette à travers la glace supérieure par réflexion sur un miroir. Les trous dans la cloison SS, nécessaires à l'éclairage et la lecture, ne sont pas indiqués sur la figure. Enfin la cage est solidement installée sur des assises stables pour éviter toute trépidation.

Du système oscillant et du fil de suspension.

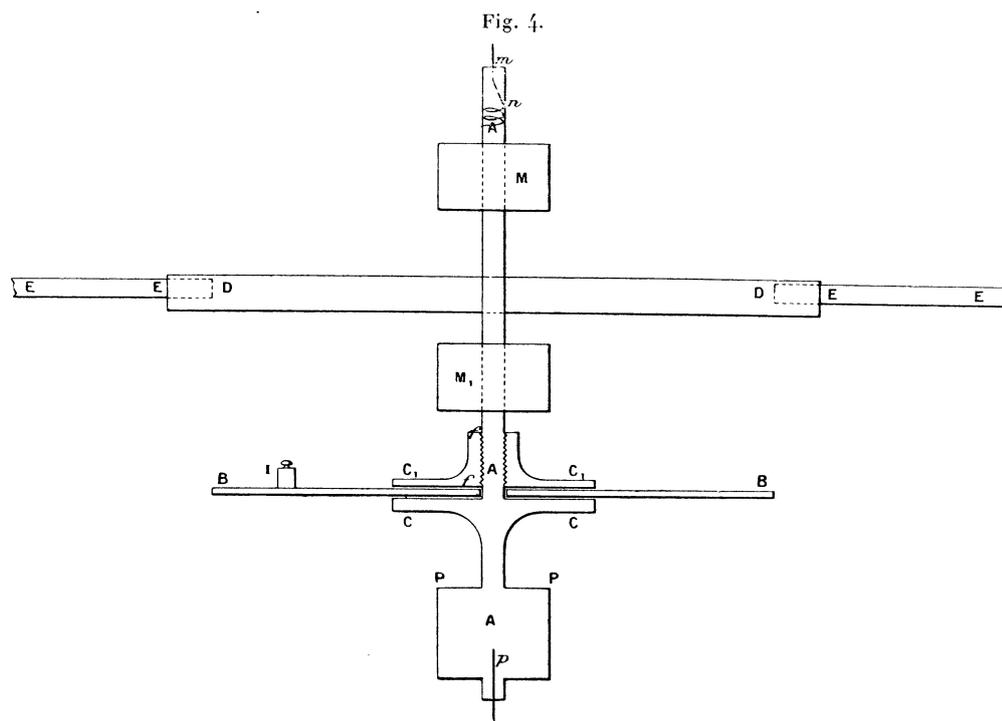
Le treuil t (*fig. 3*), sur lequel s'enroule le fil fin métallique supportant l'oscillateur, est fixé à un cylindre A, qui tourne à frottement doux dans la plaque épaisse de laiton TT. Le fil passe dans un petit trou o qui est exactement dans l'axe du cylindre A. Celui-ci est venu au tour en même temps



qu'un disque DD : des billes placées dans deux rigoles circulaires creusées dans les pièces DD et TT, adoucissent les mouvements de rotation du disque. Un bras B, invariablement fixé au disque, butte contre des clefs C qui entrent à frottement dur dans des trous E percés dans TT à des distances angulaires égales sur un cercle concentrique à l'axe de rotation. Au moyen d'une corde qui passe dans la gorge gg , ou d'une fourche (non représentée) qui embrasse le bras B (et tourne autour d'un axe situé dans le prolongement de A et porteur d'une poulie horizontale), on peut, à distance, faire tourner le disque et par conséquent l'extrémité supérieure du fil d'un angle connu dans un temps connu.

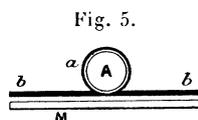
Le fil supporte à sa partie inférieure l'oscillateur (*fig. 4*). Il se compose d'un système de révolution en laiton AA fait au tour d'une seule pièce. Une tige de 5^{mm} de diamètre porte à sa partie inférieure la masse PP servant de tenseur; on a maintenu en CC une portée perpendiculaire à la tige qui est filetée suivant ff . Un écrou C, C, se visse autour du filet et serre, contre la portée CC, un disque BB en verre très mince, de 12^{cm} de diamètre, gradué en degrés. Un rectangle DD d'aluminium, de 14^{cm} de longueur, est fixé perpendiculairement à la tige; il est continué par deux tubes d'alumi-

nium EE; l'ensemble des trois pièces a 50^{cm} de long et forme le fléau de l'oscillateur. On doit lui donner la forme précédente pour qu'il puisse se fixer aisément sur la tige, gêner le moins possible la lecture des divisions



du disque, avoir une rigidité suffisante, présenter à l'air le moins de surface possible.

Le fil de suspension s'engage dans le canal mn et est fixé à la cire Golaz, comme il a été expliqué dans notre Mémoire sur la torsion des fils fins; enfin, l'oscillateur porte axialement la pointe d'acier p , et les deux miroirs M et M_1 sont fixés sur sa tige, comme l'indique la *fig. 5*. Autour de la

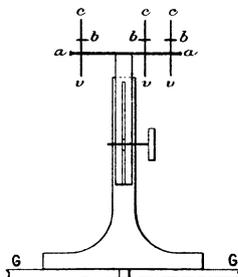


tige A glisse à frottement dur le bout du tube a fendu suivant une génératrice et formant ressort. Une petite plaque de laiton bb y est soudée; contre elle on applique le miroir qui est maintenu par une goutte de cire. L'angle des miroirs M et M_1 est tel que l'on vise sur M dans la lunette le milieu de

l'échelle EE, quand l'image de la fente se forme approximativement au milieu du papier photographique.

Avec quelque soin qu'ait été construit l'appareil, il n'est jamais parfaitement équilibré. On se sert pour le réglage définitif du pied à crémaillère représenté *fig. 6*. Ce pied supporte la planchette *aa* que traversent les

Fig. 6.



tiges de laiton *v*, filetées à leur partie inférieure, munies des mollettes *b* et terminées à leurs extrémités supérieures par les pointes mousses *c*. On pose le pied sur la glace inférieure GG (voir *fig. 1*) supposée horizontale, et l'on règle une fois pour toutes les tiges filetées, de manière qu'alors le plan *ccc* soit horizontal. Admettons (*fig. 4*) que la partie CC soit perpendiculaire à la tige A, comme étant venue au tour, et que le disque de verre BB soit plan. En soulevant le plan *ccc* par le moyen de la crémaillère, on constate si oui ou non le disque est horizontal. S'il ne l'est pas, on l'y amène en déplaçant, soit les masses supportées par le fléau, soit un petit poids I qu'on fait voyager sur la surface du disque. Le réglage effectué, on supprime le pied à crémaillère.

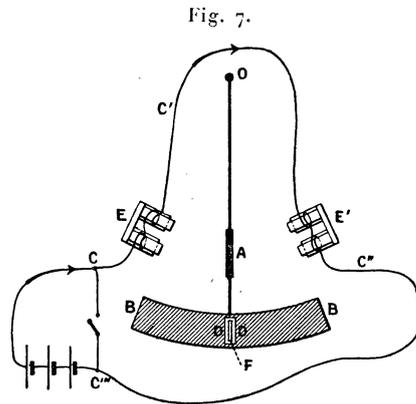
Au moment où l'on produit la torsion du fil, peuvent naître de petits mouvements latéraux de l'oscillateur, soit parce que (*fig. 3*) le point *o* n'est pas rigoureusement sur l'axe de rotation, soit parce que la surface supérieure de la plaque TT n'est pas rigoureusement horizontale. Pour les éteindre, on installe à travers le trou que l'on a ménagé au centre de la glace inférieure GG, une tige supportée par une crémaillère qui se trouve sous la cage de l'oscillateur. La tige est creusée à son sommet d'une cavité pleine de mercure.

On la soulève au moment du lancement et on l'abaisse quelques secondes après. Cette opération se fait de la partie de la cave réservée à l'observateur.

Obturateur électrique.

Dans les expériences dont nous décrivons la technique et dans d'autres analogues, on a souvent besoin de découvrir une fente à des intervalles de temps égaux et connus pour obtenir, soit des éclairs, soit des clichés. L'appareil, dont voici la description, est simple, robuste et d'une construction peu coûteuse.

Un pendule OA tourne à pivot autour du point O (*fig. 7*); il porte en A une armature de fer doux et, en BB, un écran de carton ou de zinc percé d'une fenêtre DD. Quand le pendule est dans sa position d'équilibre, cette fenêtre découvre la fenêtre F, qui est, par exemple, éclairée par un arc électrique. On peut aussi imaginer que l'écran BB est fixé perpendiculairement à la tige OA et qu'il oscille suivant un cylindre circulaire dont l'axe serait



une droite, horizontale, normale au plan de la figure au point O; en passant par la position d'équilibre, il découvre alors la fenêtre d'un portecliché, supposée dans un plan horizontal.

Un courant passe dans les électros EE' montés en série.

Amenons à la main l'armature A contre l'électro E. Si le courant est rompu pendant un temps très court ($\frac{1}{10}$ de seconde par exemple), E lâche le pendule qui revient s'appliquer contre E' et y reste. On a ainsi réalisé un obturateur toujours prêt à fonctionner. Son seul inconvénient est de donner à l'éclair par rapport à l'instant de la rupture un retard assez grand, mais constant et égal sensiblement à $\frac{T}{4}$, en appelant T la durée d'oscillation du pendule. Ce fait n'a d'ailleurs aucun inconvénient dans bien des cas.

La rupture du courant peut être produite par une cause quelconque : elle peut être remplacée par l'établissement momentané du court-circuit cc'' , pourvu du moins que les électros aient une résistance suffisante ; dans nos appareils la résistance était de 50ω par électro-aimant ; on employait pour actionner l'appareil une batterie de 10 éléments au bichromate.

Le court-circuit peut être produit par le balancier d'une horloge, qu'il suffit de munir d'un léger pont en fil de platine, balayant la surface de deux gouttelettes voisines de mercure en communication avec les points C et C''. Rien n'empêche de mettre en série autant d'appareils identiques et de synchroniser ainsi autant d'éclairs qu'on voudra. On donne alors aux pendules les mêmes durées d'oscillation, pour que les retards soient les mêmes. Nous trouverons page 75 une application complète de cette méthode.

Nous avons employé quelquefois un appareil presque aussi simple, mais qui exige un électro-aimant puissant. Imaginons, montés sur le même axe, un cylindre de bois sur lequel s'enroule une corde tirée par un poids, une roue d'échappement à chevilles et un cercle de carton portant autant de fentes radiales qu'il y a de chevilles à la roue (en général huit ou douze). Le système des deux bras qui produisent l'échappement porte une armature de fer doux. Il est tiré dans un sens par un ressort, dans l'autre par l'électro, si celui-ci est excité. A chaque rupture du courant, ou à chaque excitation suivant le montage, il passe une cheville de la roue et, par conséquent, une fente du cercle de carton. Le retard dans cet appareil peut être rendu très faible, mais il exige une construction plus soignée. On peut mettre un nombre quelconque en série et synchroniser des éclairs.

*Méthode générale de mesure des durées d'oscillation
et des vitesses maxima.*

Nous verrons plus loin que la mesure de la durée d'une oscillation n'a de sens expérimental que si on la peut définir comme le temps qui s'écoule entre deux passages au même azimut, cet azimut étant voisin de celui pour lequel la vitesse angulaire est maxima. Il résulte de ces conditions une méthode simple et précise pour la mesure simultanée de la durée de l'oscillation et de la vitesse maxima.

Il est inutile de chercher à mesurer directement cette durée par un enregistrement fait à la main sur un appareil inscripteur quelconque ; car, si l'équation personnelle d'un observateur est généralement considérée comme

constante, c'est à la condition expresse que le phénomène se reproduise toujours identique à lui-même. Or ce n'est pas le cas lors des divers passages au même azimut d'un système oscillant dont l'amortissement est notable (le seul dans lequel la mesure précise des durées ait un véritable intérêt). L'équation personnelle varie d'une oscillation à l'autre et peut masquer complètement les variations réelles de la durée. Il faut donc employer un procédé indépendant de l'expérimentateur.

Supposons que l'on produise des éclairs toutes les secondes à l'aide de l'obturateur décrit, et que la lumière tombe sur le miroir M_1 (*fig. 1*) et fasse l'image de la fente F (*fig. 7*) sur l'équateur de la cage. Supposons de plus que pour l'azimut par rapport auquel on doit mesurer les durées, et qui par hypothèse correspond à la vitesse maxima (théoriquement à peu près, mais pratiquement d'une manière rigoureuse), l'image coïncide avec une génératrice de cylindre, située sensiblement au milieu du papier photographique et que nous prendrons pour origine. A chaque demi-oscillation, il se produit sur le papier un certain nombre de traits équidistants dont la distance mesure la vitesse angulaire maxima en unités qu'il est facile de transformer en radians-seconde.

Ne considérons que ceux qui correspondent aux demi-oscillations d'un certain sens et rapportons-les tous à la génératrice origine. Soient $-d$ et $+d'$ les distances à cette droite de deux traits consécutifs appartenant à la même demi-oscillation, n et $n+1$ les numéros d'ordre des secondes auxquelles ils correspondent : le temps de passage de l'image sur la droite origine est

$$n + \frac{d}{d+d'} = n+1 - \frac{d'}{d+d'}$$

La précision de la méthode, à peu près indéfinie, dépend de l'amplitude, ce qui est un inconvénient négligeable ; car pour de petites amplitudes la durée est constante.

La méthode donne donc :

- 1° Les vitesses maxima ;
- 2° L'époque absolue, à un nombre entier de secondes près, du passage de l'image sur la génératrice origine ;
- 3° Par la différence des époques, les durées d'oscillation.

Si l'on ne mesure que la durée d'une oscillation complète, on peut prendre pour droite origine une génératrice du cylindre quelconque, pourvu qu'elle soit voisine de l'origine que nous définissons théoriquement. Si l'on veut

mesurer la durée des demi-oscillations, il faut déterminer avec soin la vraie position de l'origine; ce qui est d'ailleurs facile puisqu'elles correspondent généralement à la position de l'image lorsque le système oscillant est arrêté.

Naturellement, après chaque demi-oscillation, on fait descendre le papier photographique comme il a été expliqué plus haut. Si l'oscillation a une amplitude supérieure à une circonférence, il se photographierait aussi des traits qui ne correspondent pas aux positions utiles du miroir: on a alors le soin de supprimer momentanément l'éclairage de la fente, soit en arrêtant l'arc, soit en interposant un écran.

La nécessité de mettre le cliché à une distance du miroir égale au moins au rayon de la cage, soit $0^m,75$, impose des dimensions très grandes au papier photographique; car il est nécessaire que, même pour les grandes oscillations, l'image reste sur le papier à peu près deux fois l'intervalle de deux éclairs, soit près de deux secondes dans nos expériences. Par exemple, supposons que le papier recouvre 60° (qu'il ait $0^m,80$ dans notre appareil); soit t l'intervalle de deux éclairs, T la durée d'oscillation, l'amplitude ne peut guère surpasser $\frac{5T}{t}$. Avec de la chance, on aurait encore deux traits sur le papier pour $\frac{10T}{t}$, mais on n'en serait pas sûr à l'avance.

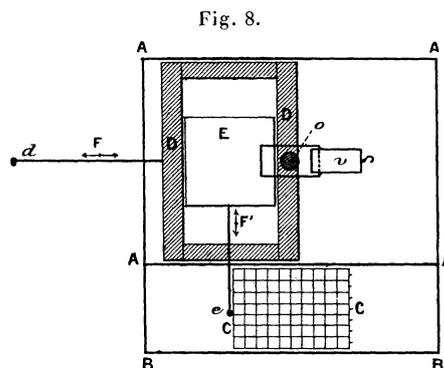
L'emploi du papier photographique, moins sensible que les plaques, est une gêne, en ce sens que la lumière doit être très intense, surtout avec des poses assez courtes, pour que l'image soit encore nette ($< \frac{1}{500}$ de seconde); il est aussi un avantage, car la manipulation est plus commode et les lumières étrangères qui pénètrent nécessairement dans la cage de l'oscillateur le voilent fort peu. On le développe simplement au fer.

PORTE-CLICHÉ POUR OBTENIR SUR LA MÊME PLAQUE UN GRAND NOMBRE DE CLICHÉS.

Application à l'enregistrement complet d'une oscillation.

Le problème à résoudre consiste à obtenir sur une plaque photographique une série de clichés élémentaires juxtaposés. Le porte-cliché est une boîte en bois AAAA ayant $0^m,27$ sur $0^m,40$, s'ouvrant par sa face supérieure. Le couvercle est percé d'une fenêtre de $8/12^{\text{mm}}$, coupée par un réticule en fil de cocon et qu'on peut fermer au moyen d'un petit volet à glissières ν (*fig. 8*). La plaque photographique $13/18$ est montée sur une plate-forme non représentée, fixée sur un système de double coulisse. Le cadre infé-

rieur DD, mobile dans le sens des flèches F, peut être manœuvré de l'extérieur par un système représenté schématiquement par la tige *d* (en réalité une crémaillère). Sur lui se déplace la planchette E dans le sens des flèches F'; elle est manœuvrée de l'extérieur par la tige *e*. Le fond de la boîte AA' se prolonge en avant par la plate-forme AB, sur laquelle est



collée une feuille de papier 13/18, divisée en autant de petits rectangles qu'on veut obtenir de clichés élémentaires. Lorsque l'extrémité de la tige *e* est au centre d'un de ces rectangles, la partie correspondante de la plaque est sous la fenêtre percée dans le couvercle de la boîte AA. On conçoit que l'on puisse amener sous cette fenêtre telle partie de la plaque que l'on désire. Le jeu de l'appareil est assez commode pour qu'on effectue le mouvement en une demi-seconde et qu'on prenne facilement un cliché toutes les secondes. La plaque contient aisément 132 clichés élémentaires, qui n'empiètent pas les uns sur les autres. Il ne faut que quelques minutes pour remplacer une plaque remplie par une autre.

CHAPITRE II ⁽¹⁾.

ÉTUDE THÉORIQUE D'UNE OSCILLATION A PEU PRÈS SINUSOÏDALE.

Comme il a été dit au début de ce Travail, on peut déterminer, soit généralement la loi de l'oscillation, soit simplement la loi de décroissance des amplitudes et les temps écoulés entre les passages en des points de l'oscillation répondant à une définition précise.

Est-il possible, même avec des expériences aussi précises que permettent de les espérer les méthodes décrites dans le Chapitre précédent, de déduire directement la loi de la force de la connaissance de la trajectoire du mobile? Cela est tout à fait impossible.

La force est égale, à un coefficient près, aux différences secondes des données brutes de l'expérience, puisque les positions du mobile sont enregistrées à des intervalles égaux de temps. Il n'y a pas de mesures qui résistent à une pareille manipulation : les moindres erreurs s'exagèrent, et par surcroît, il est impossible de se rendre compte *a priori* de la précision relative de ces différences calculées.

Reste la marche inverse ; calculer *a priori* la forme de la trajectoire correspondant aux forces soupçonnées et comparer à l'expérience. Cette méthode est généralement illusoire ; car il va de soi qu'une opération ne peut pas être indéterminée sans que l'inverse le soit. Si nous pouvons déduire de la trajectoire et des vitesses sur cette trajectoire telle loi de forces qu'il nous plaît, nous pourrions également, avec la même indétermination, obtenir la trajectoire avec telle loi de forces qu'il nous conviendra.

(1) Le lecteur est prévenu que l'on emploie dans ce Chapitre l'expression *force suivant une variable donnée*, dans le sens suivant : c'est le coefficient par lequel il faut multiplier la variation de cette variable pour obtenir le travail correspondant à cette variation. Si la variable est une distance comptée sur une courbe, la force suivant la variable est assimilable à la projection d'une force proprement dite sur la tangente à la courbe ; si la variable est un angle évalué en radians, la force suivant la variable est assimilable au moment d'un couple proprement dit, etc., sans d'ailleurs que l'on suppose dans le système considéré l'existence *réelle* d'une telle force ou d'un tel couple.

On objecterait à tort que nous sommes dans un cas particulièrement défavorable, puisqu'il n'y a rien à tirer des courbures et généralement de la forme de la trajectoire : dans le cas où l'on chercherait de cette forme à déduire la loi d'une partie des forces, la double imprécision expérimentale se retrouverait ; la première, puisqu'on devrait user des vitesses, c'est-à-dire des différences premières des résultats bruts de l'expérience ; la seconde, parce qu'il faudrait déterminer le rayon de courbure de la trajectoire, opération qui manque de précision.

Qu'on ait parfois déduit la loi des forces de l'étude directe de la trajectoire dans certains cas où l'on ne pouvait pas faire autrement (étude du mouvement d'un projectile dans le canon, etc.), rien de mieux. Cette considération ne nous empêche pas de conclure que la méthode directe ne peut rien donner de précis. On n'enregistrera donc la trajectoire du mobile que dans les cas où l'on pourra simultanément enregistrer autre chose ; nous trouverons dans le Chapitre IV une intéressante application de ce qui précède.

La loi de décroissance des amplitudes est connue avec une extrême précision, puisque le mobile s'arrête un instant à l'extrémité de ses oscillations.

Reste la détermination des temps écoulés entre les passages en des points de l'oscillation répondant à une définition précise.

Or il n'y a *généralement* dans une oscillation simplement périodique que deux sortes de points dont les définitions soient nettes :

- 1° Les points de vitesse nulle ;
- 2° Les points d'équilibre dynamique ou de vitesse maxima.

Et il se trouve qu'il est expérimentalement impossible de déterminer l'époque des passages d'un repère en ces points. La définition des premiers est en effet excellente dans l'espace, puisqu'ils répondent à un maximum de l'élongation. Elle est donc indéterminée dans le temps, puisque la vitesse y est nulle. La définition des seconds est doublement indéterminée : elle l'est dans le temps et dans l'espace ; seule la vitesse maxima est bien déterminée. Il est donc parfaitement inutile, à quelque précision que se fassent les expériences, de chercher à connaître l'époque des passages d'un repère en ces points.

Dans le cas des oscillations à peu près sinusoïdales, on peut trouver un azimut de définition précise qui ne présente pas ces inconvénients. Lorsque les forces fonction de l'azimut peuvent s'exprimer par un développement à coefficient constant de l'azimut (ce qui n'est généralement pas le cas lorsque