ANNALES
DE LA FACULTÉ
DES SCIENCES
DE
TOULOUSE
Mathématiques

NORBERT MEUSNIER

Fermat et les prémices d'une mathématisation du hasard

Tome XVIII, n^o S2 (2009), p. 87-118.

<http://afst.cedram.org/item?id=AFST_2009_6_18_S2_87_0>

Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse Vol. XVIII, n° Spécial, 2009
pp. 87–118

Fermat et les prémices d'une mathématisation du hasard[1]

Norbert Meusnier[*]

Je voudrais profiter de cette petite sauterie autour de Fermat pour faire le point sur un aspect relativement marginal de son activité mathématique, à savoir sa participation avec Pascal à la **mathématisation des jeux de hasard**, source de ce que nous désignons actuellement comme étant le **calcul des probabilités** ; et cela parce qu'il y a une quinzaine d'années il m'était apparu que cette participation recélait comme un parfum d'ambiguïté, à suivre la manière dont l'histoire en était perpétuellement racontée. Finalement, et c'est probablement ce que l'on pourrait appeler un coup de POE, tout ceci a pris l'allure, ces dernières semaines à l'occasion de ce colloque, sinon d'un séminaire du moins d'un liminaire sur une lettre volée.

Un assaut en 1654

Si je parle ici d'un assaut, c'est-à-dire d'un combat ou d'un match d'escrime, c'est parce que Fermat lui-même évoque ce contexte, dans sa lettre du 29 août 1654 à Pascal, lorsqu'il écrit : *nos coups fourrés continuent toujours...*, faisant référence à leur accord sur la question la plus

(1) J'ai écrit la première version de ce texte en vue du colloque Fermat de Toulouse en septembre et octobre 2001, puis une deuxième version en juin 2002 dans le cadre du séminaire d'Histoire du Calcul des Probabilités et de la Statistique du Centre d'Analyse et de Mathématique Sociales de l'Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales. Je dois à Michel Armatte d'avoir eu un interlocuteur extrêmement critique et résistant pour tester à plusieurs reprises la solidité de ma lecture d'une lettre de Fermat qui m'avait paru, il y a une quinzaine d'années, ... surprenante. C'est l'interprétation que je propose ici de cette lettre qui justifie en grande partie le fait de revisiter le rôle apparemment bien connu de Fermat dans son échange épistolaire avec Pascal. Pour cette troisième version de septembre 2002, je suis redevable à Maryvonne Spiesser de sa relecture dans des conditions techniques « acrobatiques » éprouvantes et normalement dissuasives ; je remercie également Georges Théodule Guilbaud, lui qui plus que tout autre et mieux que moi sait de quoi je parle, de m'avoir fait le très grand plaisir de la lire le feutre à la main, et de me faire part de ses remarques dont j'ai essayé de tenir compte. De ces échanges résulte la forme provisoirement définitive en février 2003 de cet article dont je suis seul coupable et que vous envisagez peut-être de lire.

(*) Université Paris-VIII

élémentaire du Problème des Partis redoublé d'un accord sur une question d'arithmétique : *Votre 11e conséquence courait la poste de Paris à Toulouse, pendant que ma proposition des nombres figurés qui est en effet la même, allait de Toulouse à Paris.....* .

D'octobre 1652 à mai 1653 Pascal séjourne à Bien-Assis, une propriété familiale située près de Clermont en Auvergne. Pendant l'été, de retour à Paris, il noue une étroite amitié avec le duc de Roannez. À Paris, à la sortie de la Fronde, les petits groupes de savants dispersés au cours de la période précédente cherchent à faire le bilan de leurs activités[2]. Durant l'hiver et le printemps 1654 Pascal achève son *Traité de l'équilibre des liqueurs* et son *Traité de la pesanteur de la masse de l'air* qui ne seront publiés qu'en 1663. Sans doute travaille-t-il alors pour la dernière fois à son *Traité des coniques* et c'est très probablement à ce moment-là qu'il rédige la première version, en latin, de son *Traité du triangle arithmétique*[3]. C'est pendant l'été que se situe l'échange de lettres avec Fermat sur les jeux de hasard qui prend parfois l'allure d'un assaut à fleurets plus ou moins mouchetés.

Pendant l'été et l'automne 1655, un an après, Christian Huygens effectuant un voyage en France apprend indirectement l'existence de cet échange sur des questions de jeux de hasard entre deux des savants mathématiciens les plus réputés d'Europe. Rentré aux Pays-Bas, soutenu dans son entreprise par son maître Van Shooten, il met au point durant le printemps 1656 son *De ratiociniis in ludo aleae* en entretenant jusqu'à la fin de l'année avec Carcavy, Mylon et Roberval une correspondance sur les jeux de hasard impliquant Fermat et Pascal et dans laquelle il cherche à savoir, en vain, quels sont les principes de raisonnement de ces derniers[4].

Le corpus

Les traces directes dont nous disposons à ce sujet, en ce qui concerne Fermat, sont peu nombreuses : trois lettres de Fermat à Pascal et une lettre de Fermat à Carcavy de 1654, un extrait d'une lettre de Fermat à Carcavy de 1656. Néanmoins il convient de joindre à ce corpus trois lettres de Pascal à Fermat de 1654 et deux lettres échangées entre Huygens et Carcavy en 1656.

(2) À l'Académie Le Pailleur, on a conservé la trace de notes de synthèse rédigées par Pascal et Frénicle. C'est dans la sienne que Pascal annonce, entre autres travaux, la naissance de la Géométrie du Hasard.
(3) Voir [Kyriacopoulos 2000].
(4) Voir [Coumet 1982].

Les abréviations et la disposition du tableau qui suit sont expliquées en annexe 1.

– 1654

. 29 juillet			PASCAL à FERMAT LP_{f1}
. 9 août		FERMAT à CARCAVY LF_{c1}	
. 24 août			PASCAL à FERMAT LP_{f4}
. 29 août	FERMAT à PASCAL LF_{p2}		
. 25 septembre	FERMAT à PASCAL LF_{p3}		
. 27 octobre			PASCAL à FERMAT LP_{f5}
. non datée	FERMAT à PASCAL $LF_{p?}$		

– 1656

. 22 juin		CARCAVY à HUYGENS LC_{h1} (contient un extrait d'une lettre de FERMAT à CARCAVY LF_{c2} avec l'énoncé de 6 nouveaux problèmes)	
. 28 septembre		CARCAVY à HUYGENS LC_{h2} (contient la mention d'une solution par FERMAT d'un nouveau problème de PASCAL)	

Les problèmes des partis en 1654-1657

L'intérêt porté par Pascal aux questions concernant les jeux de hasard paraît avoir été suscité par des discussions qu'il eut dans l'entourage du duc de Roannez à partir de l'été 1653 et il ne me semble pas inutile de faire un inventaire très précis des premiers problèmes qui donnèrent lieu à des tentatives de résolution de type mathématique, d'abord dans ce cercle d'hommes du monde, au demeurant hommes d'affaires et jansénistes, puis, par l'intermédiaire de Pascal qui avait un pied dans chaque camp, dans le cercle des savants mathématiciens de l'Europe du milieu du XVII^e siècle.

1 Méré : LP_{f1}[5] 1654	Le problème des dés : M_{d1}	En combien de lancers y a-t-il avantage à entreprendre d'amener 6 avec un dé ?
2 Méré : LP_{f1} 1654	Le problème des dés : M_{d2}	En combien de lancers y a-t-il avantage à entreprendre d'amener deux 6 avec deux dés ?
3 M... : LP_{f1} 1654	Le problème des proportions : M_{d3}	Pourquoi la proportion de 4 à 6 (issue de la solution du problème M_{d1}) qui est la même que celle de 24 à 36 ne se conserve-t-elle pas dans le problème M_{d2} ?
4 Méré : LP_{f1} 1654	Le problème des partis[6] : M_{p1}	2 joueurs jouent en 3 parties gagnantes ; le jeu est interrompu à 2/1 ; comment doit-on partager les enjeux ?
5 Méré : LP_{f1} 1654	Le problème des parties : $M_{p'1}$	Dans M_{p1} qu'elle est la valeur de chaque partie gagnante ?
6 Fermat : LP_{f4} 1654	Le problème des partis : F_{p2}	3 joueurs jouent en 2 parties gagnantes ; le jeu est interrompu à 1/0/0 ; comment doit-on partager les enjeux ?
7 Pascal : $LF_{p?}$?	Le problème des dés : $P_{dp'1}$	Un joueur parie de faire un point avec un seul dé en huit coups ; quelle est la valeur du 4^e coup ?

(5) Voir l'annexe I.

(6) Un problème de **parti** désigne un problème de **partage** ; un problème de **partie** désigne un problème dans lequel on cherche à savoir combien le gain de chaque partie du jeu rapporte de la mise initiale au moment du **partage**.

8 Pascal : $LF_{p?}$?	Le problème des dés : P_{dp1}	Un joueur parie d'obtenir un 6 avec un dé en moins de 8 lancers ; 3 lancers ayant déjà eu lieu, son adversaire lui propose de ne pas jouer le 4e lancer. De combien doit-il être dédommagé ?
9 Huygens : LH_{r1} 1656	Le problème des dés : H_{d4}	A et B jouent avec 2 dés ; si A amène 6 points avant que B n'en amène 7 le joueur A gagne ; si c'est B qui amène 7 avant que A n'en amène 6, B gagne ; A joue le premier. Comment doivent être les mises ?
10 Fermat : LF_{c2} 1656	Le problème des dés : F_{d5}	Même problème que LH_{r1} mais A joue en premier, puis B 2 fois, puis A 2 fois, etc.
11 Fermat : LF_{c2} 1656	Le problème des dés : F_{d6}	Même problème que LH_{r1} mais A joue 2 fois, puis B 3 fois, puis à nouveau A 2 fois puis B 3 fois, etc.
12 Fermat : LF_{c2} 1656	Le problème des cartes : F_{c1}	A et B et C jouent avec 52 cartes à avoir le premier un coeur ; A prend la première carte, B la deuxième, C la troisième, puis tout recommence dans le même ordre. Quel est leur parti ?
13 Fermat : LF_{c2} 1656	Le problème des cartes : F_{c2}	A et B jouent avec 40 cartes ; A parie d'avoir 4 cartes de couleurs différentes avec les 4 premières cartes qui lui sont données, B qu'il ne réussira pas. Quel est leur parti ?
14 Fermat : LF_{c2} 1656	Le jeu de la Chance : $F_{?1}$	« Le plus subtil et malaisé… »(7)

(7) Nous n'en savons pas plus!

15 Fermat : LF_{c2} 1656	Le jeu de Piquet : F_{c3}	2 joueurs jouent au Piquet ; le premier entreprend d'avoir 3 as en ses douze premières cartes ; quel est le parti de celui-ci contre l'autre ?
16 Pascal : LC_{h2} 1656	Le jeu des Points : P_{d7}	A et B jouent avec 3 dés ; A marque 1 point si la somme est 11, B marque 1 point si la somme est 14. Celui qui obtient sa somme retire 1 point à l'autre, si celui-ci a déjà des points, sinon marque 1 point. Le jeu se fait en 12 points effectivement marqués.

Il convient maintenant, pour pouvoir analyser l'approche de Fermat, de distinguer les différentes méthodes que nos sources nous permettent de connaître.

Les méthodes de Pascal et de Fermat

La méthode de Pascal

Cette méthode, telle que Pascal nous la donne sur le problème M_{p1}, lorsque chaque joueur mise 32, consiste à repartir des partages à 3/1 (64/0) et à 2/2 (32/32) pour trouver la valeur du partage à 2/1 : le joueur qui a déjà gagné 2 parties peut, avec une chance égale, gagner la 3$^{\text{ème}}$ et recevoir 64 ou perdre la 3$^{\text{ème}}$ et être en mesure de recevoir 32 ; dans cette situation il est donc en mesure de recevoir au moins 32. Quant aux 32 autres il peut, avec une chance égale, les avoir ou non, ce qui vaut la moitié c'est-à-dire 16. Le partage équitable lui accorde ainsi à 2/1 :

$$32 + (64 - 32)/2 = 48$$

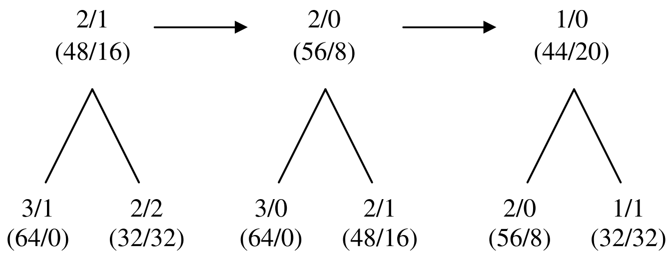
À partir du partage à 2/1 on peut ainsi remonter, de proche en proche, les partages à 2/0 puis à 1/0, en suivant le même raisonnement.

Les partages permettent alors de trouver la valeur de chaque partie gagnée, c'est le problème $M_{p'1}$:

de 0/0 à 1/0 pour la valeur de la première partie, le joueur qui gagne la partie passe de 32 à 44 et cette première partie vaut donc 12 ;

de 1/0 à 2/0 pour la valeur de la deuxième partie, le joueur qui gagne sa deuxième partie passe de 44 à 56 et cette deuxième partie vaut encore 12[8] ;

de 2/0 à 3/0 pour la valeur de la troisième partie, le joueur qui gagne sa troisième partie passe de 56 à 64 et cette troisième partie vaut donc 8.



On a ainsi en 3 parties gagnantes la suite :

12
12
8

De même, on peut calculer la valeur des parties si le jeu se déroule en 2 parties gagnantes ou en une seule partie. En 2 parties gagnantes, la suite est alors :

16
16

et en 1 partie gagnante :

32

On peut regrouper ces résultats en un tableau :

Nombres de parties	3	2	1
Valeur de la 1$^{\text{ère}}$	12	16	32
Valeur de la 2$^{\text{ème}}$	12	16	
Valeur de la 3$^{\text{ème}}$	8		

(8) On ne manquera pas de remarquer que l'on ne trouve pas le même résultat si le joueur gagne sa deuxième partie en partant de la situation 1/1 pour atteindre la situation 2/1 ($48-32=16$ qui représente par contre sans ambiguïté la valeur de la première partie lorsque les joueurs jouent en 2 parties gagnantes), ce qui permet de comprendre que pour Pascal la valeur des parties doit s'entendre comme la valeur des parties dans la suite 1/0, 2/0, 3/0 quand le jeu est en trois parties gagnantes, ce qui est parfaitement acceptable lorsque l'on a compris que repartir de la situation 1/1 en 3 parties gagnantes revient à jouer en 2 parties gagnantes et qu'ainsi lorsque le joueur passe de la situation 1/1 à la situation 2/1, la valeur de la partie qu'il vient de gagner n'est pas celle de la 2$^{\text{ème}}$ partie en 3 parties gagnantes mais celle la 1ère partie en 2 parties gagnantes.

C'est très précisément le début de l'une des deux tables que Pascal envoie à Fermat dans sa lettre LP_{f1} du 29 juillet, à un coefficient multiplicatif près afin de n'avoir que des valeurs entières quand on pousse les calculs, comme il le fait dans cette table, jusqu'à un jeu en 6 parties gagnantes.

La méthode de Fermat selon Pascal

Explicitons tout d'abord cette méthode telle qu'elle nous est rapportée par Pascal dans sa lettre LP_{f4} du 24 août 1654 à propos du problème des partis M_{p1} :

1) on cherche *en combien de parties le jeu est décidé absolument*[9] ? Ici, en 3 parties gagnantes et lorsqu'on est à 1/0, c'est donc en 4 parties $(1+2+1)^{10}$.

a	a	a	a	1
a	a	a	b	1
a	a	b	a	1
a	a	b	b	1
a	b	a	a	1
a	b	a	b	1
a	b	b	a	1
a	b	b	b	2
b	a	a	a	1
b	a	a	b	1
b	a	b	a	1
b	a	b	b	2
b	b	a	a	1
b	b	a	b	2
b	b	b	a	2
b	b	b	b	2

(9) Ceci signifie que l'on considère le nombre maximal de parties qui peuvent être jouées avant que le jeu ne soit conclu.

(10) Le nombre maximum de parties qui peuvent être jouées lorsqu'on est à 1/0, c'est 1 partie pour le premier joueur et 2 parties pour le deuxième joueur ce qui les conduit à l'égalité 2/2, et enfin 1 partie qui est alors décisive.

2) on cherche *combien quatre parties se combinent entre 2 joueurs*. C'est comme si on considérait combien il peut y avoir d'*assiettes différentes* avec 4 dés à deux faces. Il y en a $16 = 4^2$, nous dit Pascal[11].

3) Il faut maintenant compter les suites qui ont deux a (au moins deux a) et qui font donc gagner le premier joueur, il y en a 11 ; puis celles qui ont trois b (au moins trois b) et qui font gagner le deuxième joueur, et il y en a 5.

4) Le partage des mises doit se faire proportionnellement, c'est-à-dire comme 11 à 5.

La méthode de Fermat selon Fermat

Considérons, maintenant, la méthode de Fermat telle que lui-même nous la livre dans sa lettre LF_{p3} du 25 septembre 1654 à propos du problème des partis F_{p2} :

1) en 2 parties gagnantes avec 3 joueurs à 1/0/0 le jeu est décidé absolument en 3 parties $(1 + 1 + 1)$[12] ;

2) le premier joueur peut gagner en 1 partie ou en 2 ou en 3 ;

3) si ce joueur gagne en 1 partie, le dé représentant les possibilités de gagner des 3 joueurs produit 3 hasards et le joueur a donc 1/3 des hasards ;

4) si ce joueur gagne en 2 parties, 2 dés produisent 9 hasards et il a 2 façons de gagner (ba, ca[13]), et le joueur a pour lui 2/9 des hasards ;

5) si ce joueur gagne en 3 parties, 3 dés produisent 27 hasards et il a 2 façons de gagner (bca, cba) ;

6) $1/3 + 2/9 + 2/27$, la somme des hasards, fait en tout 17/27 et représente la proportion des hasards qui le font gagner.

Fermat explique alors à Pascal, qui n'est pas du tout convaincu de la validité de cette méthode dans tous les cas, que *cette fiction d'étendre le jeu à un certain nombre de parties ne sert qu'à faciliter la règle et (suivant*

(11) Nous « verrions » plutôt 2^4, a ou b quatre fois, là ou Pascal semble « voir » a ou b deux fois et ces quatre possibilités deux fois. Dans le tableau qui suit, pour chacune des 4 parties qui peuvent être jouées « a » désigne la face qui donne la victoire au joueur qui a déjà gagné une partie (il lui suffit d'avoir 2 « a » pour gagner) et « b » la face qui donne la victoire à l'autre joueur (il lui faut 3 « b » pour gagner). Le "1" désigne le premier joueur gagnant de l'ensemble du jeu et le « 2 » le deuxième joueur lorsque c'est lui qui est vainqueur.

(12) Fermat laisse ce point implicite.

(13) J'utilise les notations de Pascal.

mon sentiment) ***à rendre tous les hasards égaux****, ou bien plus intelligiblement, à réduire toute les fractions à une même dénomination.*

Les principes, implicites, de Fermat sont donc les suivants :

1) la valeur d'une situation est proportionnelle au nombre de hasards qui permettent de gagner lorsqu'on se trouve dans cette situation ;

2) les hasards doivent être égaux ;

3) manipuler des proportions revient à manipuler des hasards égaux et la *fiction* en découle.

Appliquée au problème M_{p1} cette méthode permet de raisonner ainsi :

1) pour le joueur A (à 1/0 en 3 parties) le jeu est décidé absolument en 4 parties ;

2) A peut gagner en 2, 3 ou 4 parties ;

3) s'il gagne en 2 parties, il y a 4 hasards (aa,ab,ba,bb) dont 1 (aa) est celui qui lui procure la victoire et il a 1/4 des hasards ;

4) s'il gagne en 3 parties, il y a 8 hasards dont 2 lui procurent la victoire (aba,baa) et il a 2/8 des hasards ;

5) s'il gagne en 4 parties, il y a 16 hasards dont 3 lui procurent la victoire (abba,baba,bbaa) et il a 3/16 des hasards ;

6) Maintenant, pour rendre tous les hasards égaux, $1/4 = 4/16$, $2/8 = 4/16$, et l'on peut donc considérer que tout se passe comme s'il y avait 16 hasards égaux dont 4 donnent la victoire en 2 parties, 4 la victoire en 3 parties et 3 la victoire en 4 parties ;

7) on peut, alors, additionner ces hasards égaux : 4, 4 et 3, qui donnent 11 hasards de gagner sur 16 pour le joueur A.

8) Tout revient donc à additionner les fractions (et non pas directement les hasards, 1 et 2 et 3, dont on ne saurait à quoi les rapporter comme nombre total de hasards sinon 4, 8 et 16 .....[14]) pour savoir comment partager les enjeux.

9) La fiction d'étendre le jeu à 4 parties, que A ait gagné en 2, 3 ou 4 parties, n'est qu'une conséquence de cette méthode.

On comprend très bien que pour Fermat, contrairement à l'interprétation qu'en donne Pascal[15], le tableau combinatoire n'est pas la source ou le support du raisonnement mais sa conséquence.

(14) Ce qui serait comme additionner des choux, des carottes et des navets !
(15) Lettre LP_{f4} du 24 août 1654.

Une autre méthode de Fermat

Considérons maintenant la méthode que Fermat utilise pour résoudre les problèmes des dés $P_{dp'1}$ et P_{dp1} dans sa lettre non datée à Pascal $LF_{p?}$[16], en commençant par la première question qu'il envisage : *j'entreprends de faire un point* [par exemple le « 6 »] *avec un dé en 8 coups ; qu'elle est la valeur du 4ème coup ?*

1) si je ne joue pas le 1er coup, le dédommagement doit être de 1/6 ; [il reste 5/6]

2) si maintenant je ne joue pas le 2ème coup, le dédommagement doit être de 1/6 de 5/6 = 5/36 ; [il reste 25/36]

3) si maintenant je ne joue pas le 3ème coup, le dédommagement doit être de 1/6 de 25/36 = 25/216 ; [il reste 125/216]

4) si maintenant je ne joue pas le 4ème coup, le dédommagement doit être de 1/6 de 125/216 = 125/1296 et Fermat écrit à Pascal : *je conviens avec vous que c'est la valeur du 4ème coup supposé qu'on ait déjà traité des précédents.*

Ce raisonnement de Fermat nous conduit à faire deux remarques :

a) Fermat n'utilise pas ici la même méthode que dans LF_{p3}[17]. Ainsi, avec cette méthode précédente, il aurait trouvé que la valeur du premier coup est de 1/6 et, directement, en calculant le nombre de hasards pour avoir un « 6 » au deuxième coup exactement, que la valeur du deuxième coup est de 5/36 et de la même façon que la valeur du troisième coup est de 25/216 et que la valeur du quatrième coup est de 125/1296[18] (résultat, on le voit, qui ne dépend pas du calcul des cas précédents sinon pour en faciliter la compréhension) ;

b) la méthode utilisée, que j'appelle la méthode du dédommagement[19], aboutit au « bon » résultat (la valeur du 4ème coup, mais quand on joue les

(16) Voir cette lettre en annexe III ; je ne peux que conseiller au lecteur de lire cette lettre avant de poursuivre sa lecture de l'article.

(17) Voir l'analyse qui vient d'en être faite dans le paragraphe précédent : La méthode de Fermat selon Fermat.

(18) Avec cette méthode Fermat pouvait continuer ainsi jusqu'au 8ème coup pour trouver la valeur du pari de faire un point avec un dé en 8 coups :

$$1/6 + 5/36 + 5^2/6^3 + 5^3/6^4 + 5^4/6^5 + 5^5/6^6 + 5^6/6^7 + 5^7/6^8 = 1 - 5^8/6^8;$$

mais ce n'était pas la question !

(19) C'est la méthode qu'utilise Pascal dans sa lettre du 29 juillet pour trouver la valeur de chacune des parties dans le problème des parties.

8 parties, c'est-à-dire la valeur du $4^{\text{ème}}$ coup, **lorsqu'il est joué**, pour le calcul de la valeur du pari[20]), mais **en utilisant de manière implicite un principe erroné d'équivalence entre deux types de valeurs**[21] : si l'on considère la méthode du dédommagement pour calculer la valeur d'une partie on doit remarquer que la valeur de la $4^{\text{ème}}$ partie lorsqu'elle n'est pas jouée (c'est la valeur du dédommagement) n'est pas la même que la valeur de la partie lorsqu'elle est jouée (c'est sa valeur dans le calcul de la valeur du pari). En effet, si je ne joue pas le premier coup, le dédommagement ne doit pas se faire selon la valeur de la première partie car c'est une **illusion** de croire que c'est la première partie que je ne joue pas ; en fait, c'est la dernière ! Dire « je ne joue pas la première partie » ne veut pas dire que je passe directement à la deuxième mais qu'en réalité j'en joue une de moins, ici 7 au lieu de 8, et que c'est donc la huitième partie du projet initial qu'en fait je ne joue pas. Ainsi le dédommagement pour le fait de ne pas jouer la première partie[22] doit-il être égal à la valeur de la huitième partie du jeu prévu en huit parties c'est-à-dire à $5^7/6^8$ et non pas à $1/6$[23].

Si maintenant nous convenons de ne pas jouer, non plus, la deuxième partie c'est en fait la septième qui n'est pas jouée et la valeur du dédommagement doit-elle être alors de $5^6/6^7$ et pas de $5/6^2$, etc......, de $5^5/6^6$ et pas de $5^2/6^3$ pour la troisième partie et de $5^4/6^5$ et pas de $5^3/6^4$ pour la quatrième partie qui ne serait pas jouée à la suite, déjà, des trois autres.

Ceci étant, traitant maintenant le problème P_{dp1}, qui consiste à savoir quel doit être le dédommagement lorsque, après avoir joué 3 coups sans succès, on s'accorde sur le fait de ne pas jouer le $4^{\text{ème}}$ coup, Fermat, en accord avec l'utilisation erronée qu'il fait de sa méthode, considère que l'indemnité doit être de $1/6$[24] ; de même si ayant joué 4 coups sans succès on décide de ne pas jouer le $5^{\text{ème}}$, l'indemnité doit être de 1/6 de la mise totale.

---

(20) La « valeur » du $4^{\text{ème}}$ coup pour le calcul de la valeur du pari, avant le déroulement du jeu, en proportions des hasards, je l'appelle la « valeur_1 », vaut $5^3/6^4$.

(21) Ce principe n'est pas erroné a priori ; il conduit à calculer la valeur d'un coup par la différence de valeur du pari, pendant le déroulement du jeu, juste avant que ce coup soit joué et après qu'il l'a été en vain, c'est-à-dire la différence entre les valeurs de deux situations ou de deux « espérances » comme dirait Huygens ; et cette valeur, je l'appelle la « valeur_2 ». La valeur_2 du $4^{\text{ème}}$ coup vaut $5^4/6^5$ (comme je le démontre). Bref, la méthode du dédommagement ou de la différence de valeur des espérances ne permet pas de calculer les valeurs_1 dans ce problème, ou tout au moins si elle le permet c'est de manière extrêmement alambiquée. Par contre, *a posteriori*, le principe devient erroné.

(22) Après s'être arrêté quelques instants sur l'expression : « ne pas jouer la première partie », on en comprend toute l'ambiguïté car concrètement il est impossible de ne pas jouer **une** première partie (sauf si l'on renonce à jouer) ; si la proposition à un sens c'est dans la mesure où ce que l'on convient de ne pas jouer c'est **la** première partie qui aurait été jouée dans l'ancienne convention qui est remplacée non pas par la deuxième partie de l'ancienne convention mais par la première partie de la nouvelle convention qui consiste à ne plus jouer qu'en 7 parties au plus au lieu de 8.

(23) $5^7/6^8 = 1/6.(5/6)^7 \ll 1/6$

(24) Il reste 5 parties à jouer, la mise est intacte et la valeur de la première partie est de 1/6.

Il est clair alors, après ce que j'ai développé plus haut à ce sujet, si les 3 premiers coups n'ont rien donné et si l'on décide de ne pas jouer la 4ème partie, que la valeur du dédommagement doit être égale à la valeur de la 5ème partie dans un jeu qui n'en comporte plus que 5, c'est-à-dire $5^4/6^5 = 625/7776$ et pas 1/6 comme l'affirme Fermat.

Néanmoins ce résultat n'est pas non plus celui que Fermat attribue à Pascal : 125/1296, valeur comme nous l'avons vu précédemment de la 4ème partie d'un jeu en 8 parties[25].

On peut alors proposer deux interprétations de ceci :

a) comme l'écrit Fermat, Pascal se trompe dans son raisonnement et confond la valeur de cette 4ème partie quand on joue en 8 parties avec celle qu'il convient selon lui, Fermat, de prendre en compte dans les nouvelles conditions de jeu et qui doit être celle de la 1ème partie de 5 ;

b) Pascal commet une erreur, mais une simple erreur d'attention – et non une erreur de raisonnement – et se place dans les conditions d'avoir déjà joué 4 coups[26] – et non 3 – sans avoir obtenu le « 6 » et de décider alors de renoncer à jouer le coup suivant c'est-à-dire le 5ème ; la valeur du dédommagement doit donc être, comme je l'ai expliqué précédemment, celle de la dernière partie de 4 c'est-à-dire 125/1296 (ou $5^3/6^4$).

Je penche plutôt en faveur de la deuxième interprétation et voici pourquoi. Je fais l'hypothèse que le schème de pensée de Pascal n'est pas :

8 parties... 3 perdues... la 4ème non jouée... restent $5 = 8 - 3$ parties, mais le schème suivant :

8 parties... 3 perdues... la 4ème non jouée... restent $4 = 8 - 4$ parties, en conservant en mémoire, pour calculer le nombre de parties qui restent à jouer, le 4 de « 4ème » au lieu du 3 de « 3 perdues »...

Hypothèse *ad hoc* vous écriez-vous ! Pas tout à fait, car dans sa lettre à Fermat du 29 juillet (LP_{f1}) Pascal commet une erreur d'attention très proche. Il y écrit : *Etant donné tel nombre de parties que l'on voudra, trouver la valeur de la première. Soit le nombre des parties données par exemple 8 ; prenez les huit premiers nombres pairs et les huit premiers*

(25) La valeur de la 4ème partie est d'ailleurs la même quel que soit le nombre des parties, ce que Fermat ne dit pas explicitement mais qu'il exprime à propos de la valeur de la première partie : *car la somme entière restant dans le jeu, il ne suit pas seulement du principe, mais il est de même du sens naturel que chaque coup doit donner un égal avantage.* Il faut, je pense, comprendre ici que Fermat affirme implicitement que la valeur du 1er coup est toujours la même que l'on joue en 8 parties ou en 5 ou en 4.

(26) Ce qui est d'ailleurs une situation qu'envisage Fermat à la fin de sa lettre.

nombres impairs... et il commet une erreur d'attention, localement ; un peu plus loin, dans la même lettre, il ne fait pas cette erreur car il s'agit en fait des 7 premiers nombres pairs et impairs. Ne peut-on pas avancer, très raisonnablement, cette hypothèse que tout semble s'être passé comme si le « 8 », dernier nombre mémorisé par l'auteur, avait remplacé le « 7 » issu implicitement de ses raisonnements, tout comme ici le « 4 » a pu prendre la place, en mémoire[27], du « 3 » ?

Perpléxité intermédiaire

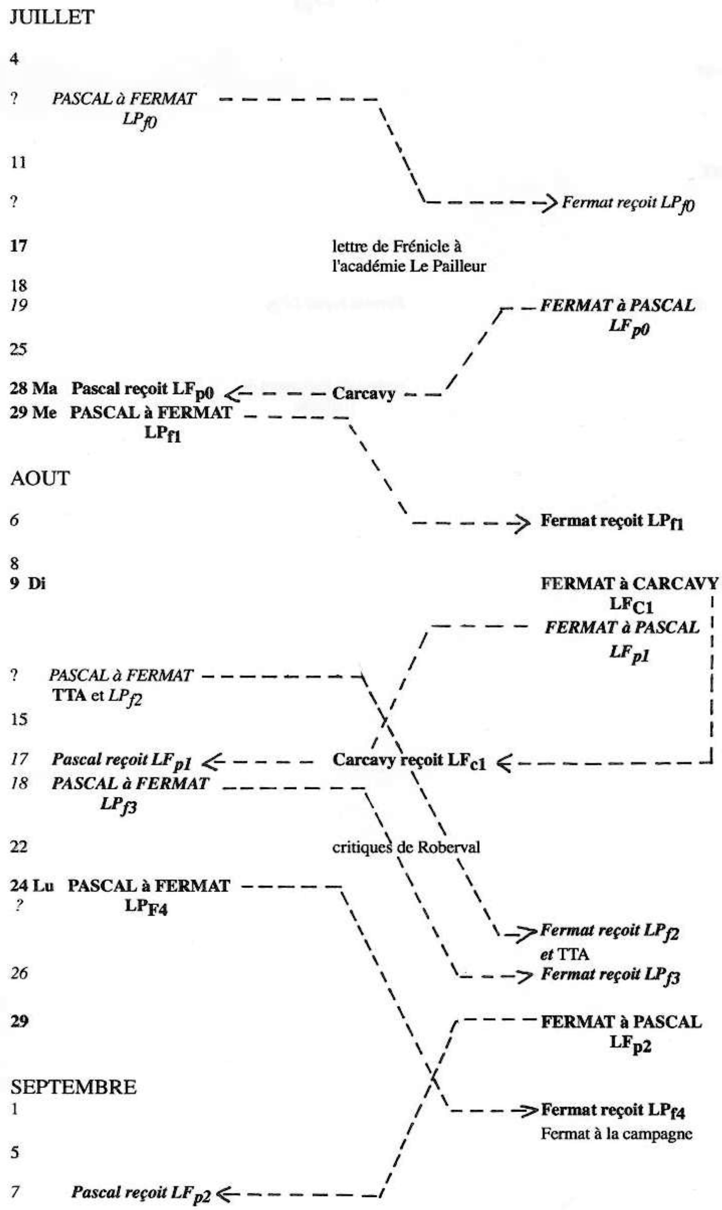
Il résulte de cette analyse de la lettre non datée de Fermat ($LF_{p?}$) que cette lettre apparaît maintenant comme très bizarre. Fermat y utilise une **méthode différente**[28] de celle qui fait l'objet de la controverse entre lui et Pascal **dans les lettres datées**. Mais surtout, il **utilise cette méthode de manière erronée** et en s'appuyant sur **un principe erroné**[29], ce qui a tendance à nous étonner de sa part..., quoique ! Bref, il devient donc incontournable de chercher à savoir si nous pouvons en apprendre un peu plus à propos de cette lettre. Ce qui résulte tout d'abord du tableau que nous avons dressé des premiers problèmes qui ont suscité l'intérêt de Pascal et de Fermat, c'est que le problème P_{dp1} est un problème hybride en regard des deux problèmes fondamentaux que sont M_{d1} et M_{p1}, au service, semble-t-il d'un approfondissement de la réflexion sur la notion de « valeur d'une partie ». Dans ce contexte, on peut se demander s'il est possible de préciser le moment où ils en sont venus, dans leur échange épistolaire, à discuter autour de ce problème. Nous voilà ainsi conduit par la logique de l'enquête à tenter de reconstruire de la façon la plus précise possible la chronologie de cet échange, entre juin et novembre 1654.

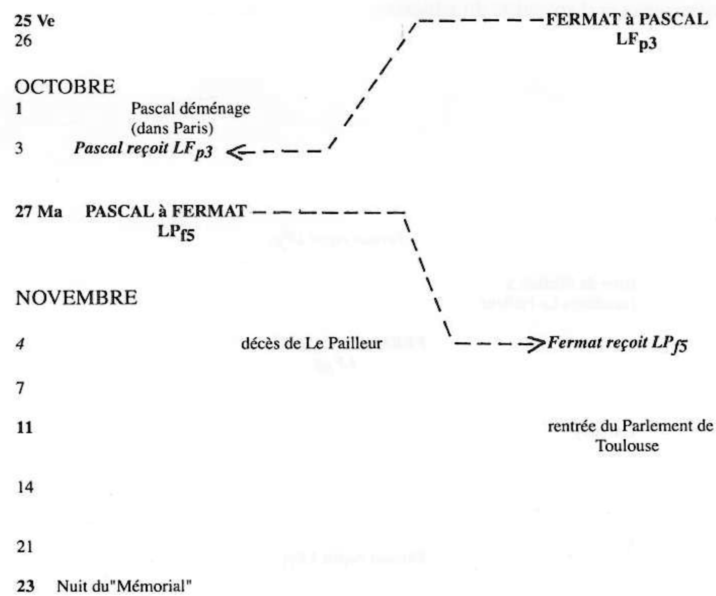
Chronologie resserrée de l'assaut

Les points fixes de cette chronologie nous sont fournis par les lettres échangées entre Pascal et Fermat, entre le 24 juillet et le 27 octobre 1654, celles dont nous gardons la trace et que j'ai mentionnées dans le Corpus.

(27) Celle de Pascal, immédiate, à l'instant où il écrit.
(28) Après tout, Fermat peut bien avoir construit plusieurs méthodes ; celle-ci, plus « rustique », étant très probablement antérieure.
(29) Voir la note 21. Je remarque toutefois que, à ma connaissance, aucun des nombreux commentateurs de cette lettre de Fermat n'a remis en cause ce principe.... depuis trois siècles! Ceci est probablement le résultat de la conjonction de plusieurs éléments : l'ambiguïté du problème, l'autorité de Fermat, et peut-être, plus que tout des lectures un peu rapides s'appuyant sur le confort d'interprétations « récurrentes » ou tout simplement « psittacistes ».

Voir l'annexe 1 pour les notations et la disposition du tableau.





Commentaires sur les lettres

Cette reconstitution de l'échange de lettres entre Pascal et Fermat conduit à envisager l'existence possible de dix lettres entre le début du mois de juillet et la fin du mois d'octobre, six de Pascal dont nous avons la copie pour trois d'entre elles (LP_{f1}, LP_{f4}, LP_{f5}) et quatre de Fermat dont nous avons la copie pour deux d'entre elles (LF_{p2}, LF_{p3}). Nous allons donc argumenter l'existence des cinq autres lettres en nous appuyant sur les renseignements contenus dans celles que nous connaissons, le but de cette reconstitution étant de situer, dans le cadre de cet échange, la lettre sans date de Fermat à Pascal : $LF_{p?}$.

Pour les dates approximatives de ces lettres je m'appuie, en dehors de leur contenu supposé, sur trois contraintes, la première étant que la réunion de l'académie Le Pailleur a lieu le samedi, la deuxième que Fermat, lorsqu'il siège au Parlement de Toulouse[30], écrit son courrier le samedi ou le dimanche, et enfin la troisième, une conjecture statistique, qu'une lettre met huit jours (à deux jours près) en moyenne pour aller de Paris à Toulouse ou de Toulouse à Paris.

La lettre volante

Nous pouvons, maintenant, tenter de situer la lettre $\mathrm{LF}_{\mathrm{p?}}$ dans cet échange. Est-elle l'une des deux lettres de Fermat à Pascal dont la reconstitution proposée suggère l'existence potentielle, $\mathrm{LF}_{\mathrm{p0}}$[31] ou $\mathrm{LF}_{\mathrm{p1}}$?

Cette lettre est une réponse à Pascal[32] (... *Mais vous me proposez dans l'exemple dernier de votre lettre...*) et ne peut donc pas être $\mathrm{LF}_{\mathrm{p1}}$, réponse à $\mathrm{LP}_{\mathrm{f1}}$ du 29 juillet dont nous connaissons le contenu, un contenu qui ne fait pas allusion au problème considéré dans $\mathrm{LF}_{\mathrm{p?}}$. Reste $\mathrm{LF}_{\mathrm{p0}}$ et, là encore, nous devrions trouver une allusion à la question posée par Fermat à la fin de la lettre $\mathrm{LF}_{\mathrm{p?}}$ (*....Je vous prie donc que je sache si nous sommes conformes au principe, ainsi que je crois, ou si nous différons seulement en l'application.*[33]) dans $\mathrm{LP}_{\mathrm{f1}}$, ce qui n'est pas le cas.

J'en conclus que, très vraisemblablement, $\mathrm{LF}_{\mathrm{p?}}$ n'est ni l'une ni l'autre de ces deux lettres et qu'il faut donc tenter de la situer soit avant $\mathrm{LF}_{\mathrm{p0}}$ soit après $\mathrm{LF}_{\mathrm{p1}}$.

Nous allons donc discuter trois hypothèses :

H1 : $\mathrm{LF}_{\mathrm{p?}}$ a été écrite avant le 29 juillet

H2 : $\mathrm{LF}_{\mathrm{p?}}$ a été écrite entre le 29 juillet et le 27 octobre

H3 : $\mathrm{LF}_{\mathrm{p?}}$ a été écrite après le 27 octobre

Ces trois hypothèses, nous allons d'abord les considérer d'un point de vue « externe » puis d'un point de vue « interne », dans la mesure, toutefois, où il est possible de séparer ces deux points de vue[34].

---

(30) De la Saint Martin, le 11 novembre, à la fin du mois d'août.

(31) Voir l'annexe II pour avoir plus de précisions au sujet de cette lettre hypothétique.

(32) Tout au moins c'est l'hypothèse, raisonnable, que je retiens pour le moment (voir la note 44).

(33) Cette formulation est assez surprenante. On s'attendrait plutôt à lire sous la plume de Fermat : ... *que je sache si nous sommes conformes au principe, ce que je crois,* ***et*** *si nous différons seulement en l'application.*

(34) J'appelle « point de vue interne » tout ce qui a trait au contenu « technique » des problèmes évoqués dans l'échange de lettres, et « point de vue externe » tout le reste.

Le point de vue externe

Considérons de ce point de vue nos trois hypothèses.

H_1 : comme nous l'avons vu précédemment, et en faisant l'hypothèse raisonnable pour cette période qu'il n'y a pas de croisement de lettres, $LF_{p?}$ ne peut pas être simplement antérieure à LP_{f0} et doit être située encore plus en amont, au minimum au premier échange antérieur. Il nous faut donc, dans ces conditions envisager la suite de lettres :

$$LP_{f-2} \rightarrow LF_{p?} \rightarrow LP_{f-1} \rightarrow LF_{p-1} \rightarrow LP_{f0} \rightarrow LF_{p0} \rightarrow LP_{f1}$$

qui situerait, au plus tard, $LF_{p?}$ vers le samedi 6 juin et la première lettre de Pascal à la fin du mois de mai.

Dans la mesure où fin juillet Fermat semble bien passer par l'intermédiaire de Carcavy pour correspondre avec Pascal, comme s'ils étaient au début d'une relation dans laquelle Carcavy aurait mis Pascal en contact avec Fermat[35], il peut paraître surprenant que cet échange ait commencé au moins deux mois plus tôt. Je pense que l'on peut donc considérer que :

H_1 n'est pas invraisemblable.

H_2 : l'analyse chronologique paraît très difficilement laisser de la place pour une lettre supplémentaire de Fermat, entre le 29 juillet et le 27 octobre, qui devrait être entourée, comme nous venons de le voir, de deux lettres de Pascal sans rapport avec celles que nous connaissons.

H_2 est très peu vraisemblable.

H_3 : chronologiquement rien ne s'y oppose, mais après la fin de non recevoir exprimée dans sa lettre du 27 octobre on voit mal Pascal relancer Fermat dans les semaines qui suivent......ni dans la période qui suit directement la nuit « mystique » du 23 novembre. Ce nouvel échange de lettres entre Pascal et Fermat pourrait donc se situer en 1655 ou même plus tard.

H_3 est assez peu vraisemblable.

Je résume les résultats de cette analyse « externe » par le graphique suivant qui situe, très qualitativement, les trois hypothèses entre la validation et la réfutation :

—— **H_2** —— **H_3** ———————— **H_1** ————————————————————

(35) Bien sûr ceci peut-être le simple résultat d'un envoi de courrier groupé.

Le point de vue interne

L'analyse de contenu des différents problèmes dont nous savons qu'ils ont fait l'objet de recherches de la part de Pascal et Fermat montre très bien que les problèmes $\mathrm{P}_{\mathrm{dp'1}}$ et $\mathrm{P}_{\mathrm{dp1}}$ qui sont discutés dans la lettre $\mathrm{LF}_{\mathrm{p?}}$ sont des hybrides d'un problème de dès (valeur d'un pari, M_{d1}, M_{d2} et M_{d3}) et d'un problème de parties (valeur d'un coup donné au sein d'un pari, $\mathrm{M}_{\mathrm{p'1}}$) pour le premier, et d'un problème de dès et d'un problème de partis (partage d'un enjeu lorsque le déroulement du jeu a été interrompu, M_{p1}), lorsque le jeu n'est pas réellement interrompu mais modifié, pour le deuxième. Il paraît donc raisonnable de considérer que $\mathrm{P}_{\mathrm{dp1}}$ est un problème plus complexe que les problèmes de dès M_{d1}, M_{d2} et M_{d3} que Pascal évoque dans sa lettre à Fermat du 29 juillet ; néanmoins il se présente, en tant que problème de valeur de parties, comme plus élémentaire (ce qui ne veut pas dire qu'il l'est, comme on a pu le constater) que ceux des partis, de la lignée de M_{d1}, M_{d2} et M_{d3}. On peut donc considérer que Pascal l'a étudié dans la mesure où il le concevait comme un problème intermédiaire, ou un problème parallèle, entre M_{d1}, M_{d2} et M_{d3} d'une part et M_{p1} d'autre part.

Par ailleurs, Pascal écrit à Fermat, le 24 juillet, *vous avez trouvé les deux partis des dés et des parties dans la parfaite justesse ; j'en suis tout satisfait, car je ne doute plus maintenant que je ne sois dans la vérité, après la rencontre admirable où je me trouve avec vous.* Si le problème du *parti des parties* est parfaitement clair, par contre celui du *parti des dés* ne l'est pas. S'agit-il de M_{d1} ou M_{d2} ? C'est possible mais peu probable, dans la mesure où Pascal les évoque beaucoup plus loin dans sa lettre à propos de Méré, et où ces deux problèmes ne sont pas à proprement parler des problèmes de parti. S'agit-il du problème $\mathrm{P}_{\mathrm{dp1}}$? Celui-ci convient beaucoup mieux en tant que problème de parti, mais il peut paraître étrange que ce problème qui ne semble pas avoir beaucoup résisté à Méré et à Roberval, à en croire Pascal, ait été, par contre, l'objet d'une controverse entre Pascal et Fermat sans qu'on en trouve la mention dans $\mathrm{LP}_{\mathrm{f1}}$ lorsqu'il en est question. S'agit-il d'un autre problème ? Il nous faut donc faire intervenir trois nouvelles hypothèses à propos du *problème du parti des dés* noté M_{pd} :

H'_1 : M_{pd} est M_{d1} ou M_{d2}

H'_2 : M_{pd} est $\mathrm{P}_{\mathrm{dp1}}$

H'_3 : M_{pd} est un problème inconnu

Envisageons alors nos trois hypothèses initiales, d'un point de vue « interne », dans chacun de ces trois cas.

– $\mathbf{H'_1}$ (Hypothèse peu vraisemblable)

H_1 : il est peu vraisemblable que P_{dp1}, problème intermédiaire, ait été discuté avant M_{d1} ou M_{d2}. Dans ces conditions,

$\mathbf{H_1}$ est très peu vraisemblable.

H_2 et H_3 : P_{dp1} est vraisemblable, en tant que problème intermédiaire ou parallèle. Dans ces conditions,

$\mathbf{H_2}$ et $\mathbf{H_3}$ sont assez peu vraisemblables.

—— **$\mathbf{H_1}$** —— **$\mathbf{H_2/H_3}$** —————— ————————————————

– $\mathbf{H'_2}$ (Hypothèse assez vraisemblable)

H_1 : il n'est pas invraisemblable que P_{dp1} ait été l'objet d'une controverse. Dans ces conditions,

$\mathbf{H_1}$ n'est pas invraisemblable.

H_2 et H_3 : dans ces conditions,

$\mathbf{H_2}$ et $\mathbf{H_3}$ sont impossibles.

$\mathbf{H_2/H_3}$ ———————————— **$\mathbf{H_1}$**————————————————

– $\mathbf{H'_3}$ (Hypothèse non invraisemblable)

H_1, H_2 et H_3 : ces trois hypothèses sont vraisemblables dans la mesure où P_{dp1} est un problème intermédiaire. Dans ces conditions, **$\mathbf{H_1}$, $\mathbf{H_2}$** et **$\mathbf{H_3}$ ne sont pas invraisemblables** (dans un ordre de vraisemblance décroissante).

———— **$\mathbf{H_3}$** — **$\mathbf{H_2}$** — **$\mathbf{H_1}$** ——— ————————————————

Si nous couplons, maintenant, les analyses externes et internes nous pouvons en représenter le résultat, dans les trois hypothèses H'_1, H'_2 et H'_3, par les graphes suivants :

– $\mathbf{H'_1}$: —— **$\mathbf{H_1/H_2/H_3}$** ——————— ————————————————

– $\mathbf{H'_2}$: **$\mathbf{H_2/H_3}$** ——————— **$\mathbf{H_1}$** ——— ————————————————

– $\mathbf{H'_3}$: — **$\mathbf{H_2/H_3}$** ——— **$\mathbf{H_1}$** —————— ————————————————

Il semble raisonnable de conclure de cette analyse qu'aucune des trois hypothèses[36] n'emporte la conviction, loin de là ; ce qui, par contre est

(36) Même si H_1 semble la moins invraisemblable.

parfaitement déraisonnable puisqu'il faut bien que cette lettre ait été écrite durant l'une ou l'autre de ces trois périodes.

Une lettre volée ?

Si aucune hypothèse ne paraît, en fin de compte, bien vraisemblable c'est, probablement, que nous avons implicitement tenu pour certain ce qui ne l'était pas. C'est pourquoi, déjà étonné par l'analyse du contenu de la lettre, je n'ai pu contourner cette nouvelle hypothèse, même si elle est historiographiquement irrévérencieuse :

la lettre sans date n'est pas une lettre de Fermat.

Il nous faut, alors, regarder de plus près comment cette lettre est parvenue jusqu'à nous en tant que lettre de Fermat à Pascal, comme nous le donne à voir l'édition des œuvres de Fermat de 1894[37]. Je ne vais pas, ici, entrer dans les détails des différents manuscrits et des différentes éditions mais rappeler succinctement que nous disposons principalement, du point de vue qui nous concerne ici, d'un manuscrit et de cinq éditions des lettres de Fermat à Pascal[38].

– vers 1734. GUERRIER (recueil manuscrit) : place la lettre $LF_{p?}$ en $4^{ème}$.

– 1779. BOSSUT : place la lettre $LF_{p?}$ en $3^{ème}$.

– 1894. TANNERY-HENRY : place la lettre $LF_{p?}$ en 1^{er}.

– 1970. MESNARD : place la lettre $LF_{p?}$ en 1^{er}.

– 1983. ABOUT-BOY : place la lettre $LF_{p?}$ en $3^{ème}$.

– 1999. LE GUERN : place la lettre $LF_{p?}$ en 1^{er}.

Faisons quelques remarques sur ces différentes sources[39] : GUERRIER

(37) Voir l'annexe III.

(38) Ces lettres sont au nombre de quatre si l'on inclut une lettre de 1660 qui n'a aucun rapport avec les trois que nous étudions.

(39) Georges Théodule Guilbaud m'écrit à ce sujet, pour ce qui est des œuvres publiées de Pascal : « j'ai envie de le prolonger [ce tableau] :

1) l'édition BRUNSCHVICG-BOUTROUX (Hachette, 1923) – qui a eu son importance – place la lettre volante en tête.

2) l'édition de la Pléiade, (la $2^{ème}$) de Chevalier (Gallimard, 1960) ne fait figurer que les trois que vous étiquetez LP_{f1}, LP_{f4}, LP_{f5} (éliminant votre $LF_{p?}$) ». [En fait cette édition, comme la précédente de 1954, ne fait figurer que les lettres de Pascal à Fermat ; il me semble comprendre dans la formulation de Guilbaud un sous-entendu : $LF_{p?}$ pourrait être une lettre de Pascal à Fermat... Pour comprendre la possibilité de cette hypothèse,

est la principale source manuscrite pour la correspondance de Fermat adressée à Pascal, BOSSUT, MESNARD et LE GUERN sont des éditions des œuvres de Pascal, TANNERY-HENRY est une édition des œuvres de Fermat, et ABOUT-BOY est un travail d'histoire des sciences qui s'appuie, pour les lettres de Fermat, sur l'édition TANNERY-HENRY (source habituelle des historiens des mathématiques[40]) et ignore les résultats de l'enquête approfondie de MESNARD[41].

La lettre de Fermat a été maquillée

Comme nous l'apprend Mesnard[42], Bossut a transformé le document *en ajoutant « Monsieur » au début du texte de G^r et, à la fin, formule de politesse et signature*, et c'est ainsi qu'un extrait de lettre anonyme est devenu, du fait de l'autorité de Bossut, une lettre complète, et une lettre de Fermat. L'autorité de Bossut a été redoublée par celle de Tannery et Henry (pour un nouveau siècle) qui ont donc publié comme document de référence :

– une lettre,
– de 1654,
– située chronologiquement avant le 29 août,
– écrite par Fermat,
– destinée à Pascal.

En fait, le document sur lequel nous pouvons nous appuyer n'est pas un original, qui a disparu, mais la copie qu'en a publié en 1734 le Père Guerrier à partir des archives de Pascal[43], au sein d'un dossier auquel il a donné le titre général de « Lettres de M. de Fermat à M. Pascal ». Si l'on fait confiance à cette source maintenant première, on considère $LF_{p?}$ comme un extrait d'une lettre de Fermat à Pascal. Mais dans cette triple assertion, si la première peut être tenue pour certaine (il s'agit d'un extrait de lettre) et la troisième pour très vraisemblable[44] (c'est une lettre adressée à Pascal), la

---

à laquelle je n'avais pas encore pensé (voir les notes 32 et 44), le lecteur doit patienter encore un peu.]

3) l'édition LAHURE (1858) a été longtemps la seule disponible pour les travaux scientifiques de Pascal. Elle présente deux suites : a) Pascal à Fermat ; b) Fermat à Pascal, et dans cette deuxième suite place $LF_{p\ ?}$ en 3ème (p. 234 du tome 3).

(40) Une nouvelle édition des œuvres de Fermat est en cours de publication chez Blanchard.

(41) Néanmoins, Mesnard [Pascal Œuvres 1964, p. 1132 et 1137] affirme à propos de $LF_{p?}$, de manière un peu péremptoire, que *sa véritable place* est *en tête, en juin ou juillet* et que le *raisonnement de Fermat* est *parfaitement exact*.

(42) Voir l'annexe IV. G^r désigne le Premier Recueil Guerrier de 1734.

(43) Voir [Pascal, Œuvres 1964, p. 1132 et suivantes]. Les archives de Pascal, bien entendu, connurent quelques vicissitudes entre 1654 et 1734.

(44) Ce document regroupé avec trois lettres explicitement de Fermat à Pascal par le

deuxième repose, en dehors de l'analyse de son contenu, uniquement sur le fait d'être associée par le P. Guerrier et vraisemblablement par Pascal aux lettres de Fermat.

Une conjecture sur Fermat

L'auteur de l'extrait de lettre sans date, $LF_{p?}$, utilise, sans raison apparente, une méthode différente de celle dont se sert Fermat lorsqu'il décrit ses procédés à Pascal dans sa lettre du 25 septembre ; la méthode utilisée dans l'extrait est beaucoup plus rudimentaire ou, pourrait-on dire, beaucoup plus « concrète » que l'autre ; l'auteur de l'extrait donne une réponse erronée à la question posée ; enfin il apparaît qu'aucune datation possible n'est vraisemblable si l'on considère que cet extrait de lettre a été écrit par Fermat.

Bref, les résultats de l'analyse interne et externe que je viens de proposer au sujet de $LF_{p?}$ me contraignent à supposer qu'il s'agit d'un extrait d'une lettre adressée à Pascal par un auteur qui n'est pas Fermat.

Il est donc raisonnable de supposer que, avant sa correspondance avec Fermat ou parallèlement à elle, Pascal a eu un autre interlocuteur avec lequel il a échangé quelques lettres et que $LF_{p?}$ est un extrait de l'une d'entre elles qu'il a conservé en le classant avec les lettres de Fermat, peut-être en vue de la mise *par ordre de tout ce que j'en ai fait* comme il l'écrit à ce dernier dans sa lettre du 29 juillet juste après avoir évoqué ses discussions avec Méré. Cette mise par ordre, évoquée par Pascal, renvoie, à mon avis, à un ouvrage différant beaucoup de la seule application du Traité du Triangle arithmétique au problème des partis et faisant plutôt écho à cet ouvrage sur la Géométrie du Hasard, annoncé aux membres de l'Académie Le Pailleur, qui à notre connaissance n'a jamais été réalisé.

Cependant, si Fermat n'est pas l'auteur de $LF_{p?}$ il est nécessaire de

P. Guerrier peut, assez vraisemblablement, être la simple copie d'un dossier trouvé tel quel dans les papiers de Pascal. Néanmoins, Mesnard note bien que le P. Guerrier affirme lui-même qu'il a négligé *un grand nombre de lettres de M. Fermat à M. Pascal...*. [Pascal, Œuvres 1964, p. 1133]. On peut se demander pourquoi le P. Guerrier a conservé la lettre du 25 juillet 1660 qui ne traite d'aucun sujet mathématique, éliminé *un grand nombre de lettres...* qui *ne contiennent guère que de l'algèbre et des figures de géométrie*, et qui *d'ailleurs... ne sont pas aisées à déchiffrer* et retenu les lettres du 29 août et du 25 septembre 1654 qui parlent du problème des partis et d'arithmétique, et l'extrait de lettre non datée. On peut encore envisager trois autres hypothèses pour ce document non daté :

1) c'est un extrait d'une lettre de Pascal à Fermat (copie ou projet)

2) c'est un extrait d'une lettre de Pascal à .... ?.... (copie ou projet)

3) c'est un extrait d'une lettre de .... ?... à .... ?....

Ces trois hypothèses ne sont pas totalement invraisemblables et méritent au moins d'être évoquées.

chercher à savoir s'il existe un candidat vraisemblable pour le remplacer, c'est-à-dire un personnage dont on peut penser qu'il aurait été en position de tenir une controverse avec Pascal sur une question de partis, par écrit et dans les termes de cet extrait.

D'après la connaissance que nous pouvons avoir de l'entourage de Pascal à cette époque, entre l'été 1653 et l'automne 1654, deux groupes d'acteurs, qui n'ont d'ailleurs en commun que Pascal, conviennent à cette enquête. C'est, d'une part, dans le groupe des « mondains » autour du duc de Roannez, Roannez lui-même, Méré, Mitton et Filleau des Billettes, et d'autre part dans le groupe des « savants » de l'Académie Le Pailleur, Carcavy, Roberval et Mylon.

Ce n'est pas le lieu ici d'entrer dans les détails de l'analyse que nous pouvons faire du rôle joué par ces différents acteurs, mais les conséquences qui s'en déduisent me contraignent à conclure que si Filleau des Billettes, Méré, Roberval et Mylon ne peuvent être rejetés, aucun d'entre eux n'emporte franchement la conviction qu'il pourrait être l'auteur de l'extrait de lettre attribué à Fermat[45].

En guise d'envoi

Si cette lecture des textes de Fermat concernant la mathématisation des problèmes de parti et plus largement[46] les prémices d'une mathématisation de la décision peut présenter un certain intérêt, c'est dans la mesure où elle permet de faire le point sur les méthodes utilisées par l'auteur et la structure de l'enchaînement des premiers problèmes, tout au moins dans les limites des documents dont nous conservons la trace. Que l'un de ces documents ne soit vraisemblablement pas de Fermat attire notre attention sur l'existence possible d'un autre acteur utilisant une méthode différente à laquelle on peut supposer que Pascal attachait suffisamment d'importance pour la conserver. Ce « fait » contribue ainsi à renforcer l'attention que nous devons porter à ce réseau d'une dizaine d'acteurs identifiés au sein duquel circulent et évoluent problèmes et méthodes ; le « fait » de cette mathématisation n'est pas simplement issu de la pratique plus ou moins géniale, héroïque, d'un

(45) Par pure provocation, en l'état, je pourrais écrire : cependant, tout compte fait, Antoine Gombaud, chevalier de Méré, n' est pas un si mauvais candidat........ Il reste néanmoins, pour aller plus loin avec un minimum de sérieux, à entreprendre une analyse comparative de quelques textes judicieusement choisis de ces acteurs.

(46) Nous pensons pouvoir la considérer ainsi du point de vue récurrent que Georges Théodule Guilbaud a initié il y a une cinquantaine d'années dans le contexte d'une lecture globale des écrits de Pascal, éclairée par la toute récente Théorie des Jeux, qui suscita par la suite l'article capital d'Ernest Coumet paru en 1970 dans la revue *Annales* : La théorie du hasard est-elle née par hasard ? À ce sujet voir [Meusnier 1996].

ou deux mathématiciens plus ou moins juristes mais aussi, et de manière indissoluble, de la circulation des problèmes, des méthodes, des réponses, des tentatives, des « erreurs », bref... des pratiques. Savoir qui est ce nouvel acteur, n'est pas en soi très important ; néanmoins chercher à l'identifier ne peut que nous conduire à mieux connaître les composantes de ce réseau en évolution et son mode de sécrétion d'une mathématisation et d'objets mathématiques en formation.

Annexe I : comment lire les tableaux ?

1) Le tableau du Corpus des lettres :

– $\mathbf{LF_{c1}}$ (par exemple) désigne une « **L**ettre » de « **F**ermat » à « **c**arcavy », et c'est la première : « 1 » ; avec une lettre majuscule pour l'auteur et une minuscule pour le destinataire. Le « **?** » de $\mathbf{LF_{p?}}$ désigne le fait que cette lettre, n'étant pas datée, ne peut être numérotée pour le moment.

– Dans la première colonne, la date mentionnée sur la lettre.

Dans la deuxième colonne, les lettres de Fermat à Pascal.

Dans la troisième colonne, les lettres indirectes intervenant dans l'échange.

Dans la quatrième colonne, les lettres de Pascal à Fermat.

– Ici, Fermat étant l'acteur que j'étudie, est « privilégié » dans la lecture et c'est pourquoi ses lettres sont dans la deuxième colonne. Par la suite, la chronologie et l'analyse du contenu des lettres mettant en évidence le rôle initiateur de Pascal, Fermat et Pascal vont échanger leurs colonnes, ce qui peut avoir tendance à désorienter le lecteur... s'il n'est pas prévenu (voir le troisième tableau).

2) Le tableau des Problèmes des Partis :

– $\mathbf{LH_{r1}}$ (problème 9) désigne la **L**ettre de **H**uygens à **r**oberval du 18 avril 1656.

$\mathbf{M_{d1}}$ (par exemple) désigne le problème dont l'auteur supposé (dans l'échange) est **M**éré, qui est un problème de **d**és et le premier (**1**) de ces problèmes de dés.

$\mathbf{P_{dp'1}}$ (problème 7) désigne le problème dont l'auteur supposé est **P**ascal, qui est un problème de **d**és et de **p**arties et le premier de ce type. Attention, « **parti** » est symbolisé par **p** et « **partie** » par **p'**.

– Dans la première colonne, le numéro du problème.

Dans la deuxième colonne, l'auteur supposé du problème, la lettre dans laquelle il se trouve et la date à laquelle il apparaît dans l'échange.

Dans la troisième colonne le nom que je donne au problème et son symbole.

Dans la quatrième colonne l'énoncé du problème.

3) Le tableau de la Chronologie :

– Dans la première colonne les dates : 4, 11, 18, etc. désignent les samedis qui jouent un rôle particulier en tant que jours de réunion de l'académie Le Pailleur ; ? désigne une date très incertaine ; **17** désigne une date certaine ; *19* désigne une date assez vraisemblable à quelques jours près (plus ou moins deux ou trois jours).

– Dans la deuxième colonne les lettres envoyées (majuscules) ou reçues (minuscules) par Pascal ; en italiques les événements conjecturés : en gras lorsqu'ils sont à peu près certains, en romain lorsqu'ils sont un peu incertains. **TTA** désigne les **T**raités du **T**riangle **A**rithmétique et de son application.

– Dans la troisième colonne des événements connexes.

– Dans la quatrième colonne les rôles de Pascal et Fermat sont intervertis.

Annexe II : précisions sur les lettres

• $\mathbf{LP_{f0}}$ et $\mathbf{LF_{p0}}$: l'existence de ces deux lettres dépend directement de LP_{f1} du 29 juillet qui serait une réponse de Pascal à une lettre de Fermat ($\mathbf{LF_{p0}}$) transmise par Carcavy, lettre qui répond très probablement à une demande de Pascal adressée à Fermat ($\mathbf{LP_{f0}}$) par l'intermédiaire de Carcavy, portant sur les problèmes de Méré.

• $\mathbf{LF_{p1}}$: le dimanche 9 août Fermat écrit à Carcavy la lettre LF_{c1} dans laquelle il exprime son accord avec Pascal, très probablement à la suite de la réception vers le 6 août de LP_{f1}. Dans sa lettre du 24 août Pascal fait allusion à une lettre antérieure, *l'ordinaire passé*, qui ne peut-être qu'une réponse à une lettre de Fermat qui elle-même, étant données les contraintes précédemment énoncées, ne peut être que LF_{p1} écrite ce même jour 9 août à Pascal, et envoyée directement ou encore par l'intermédiaire de Carcavy. Dans cette lettre Fermat doit donc faire part à Pascal, au moins du plaisir ressenti dans le constat de leur accord, très probablement lui proposer le problème F_{p2}, extension du problème des partis à trois joueurs et source de la polémique que l'on voit naître dans la lettre de Pascal du 24 août, LP_{f4}, et peut-être lui communiquer des résultats d'arithmétique dont *sa proposition des nombres figurés*. Ce serait cette lettre $\mathbf{LF_{p1}}$ que Pascal recevrait vers le 17 août. Néanmoins dans sa lettre à Carcavy, Fermat écrit : *j'enverrai succinctement à M. Pascal tous mes principes et mes premières démonstrations (*en ce qui concerne ses *inventions pour les nombres)* ce qui laisse entendre qu'il ne l'a peut-être pas fait tout de suite et que cet envoi concernant les propositions arithmétiques, en tout état de cause antérieur au samedi 29 août, pourrait avoir eu lieu le 15 ou 16 août ou bien le 22 ou 23 août et être contenu dans une autre lettre $\mathbf{LF_{p'1}}$ que Pascal aurait donc reçue vers le 24 ou vers le 31 août et qui aurait croisé l'envoi par Pascal du **TTA** (Traité du Triangle arithmétique).

• $\mathbf{LP_{f3}}$: cette lettre répondrait donc, très probablement, à $\mathbf{LF_{p1}}$ et serait celle à laquelle Pascal fait allusion dans sa lettre du 24 août lorsqu'il écrit : *je ne pus vous ouvrir ma pensée entière touchant les parties de plusieurs joueurs* ***par l'ordinaire passé***[47]. On peut, raisonnablement, supposer que Pascal, répondant très vite à $\mathbf{LF_{p1}}$, a envoyé cette lettre à Fermat avant le samedi 22 août, vers le 18 ; c'est ce samedi qu'il aurait ensuite évoqué le problème devant l'académie Le Pailleur et que Roberval aurait fait son objection sur la *condition feinte* que Pascal mentionne alors le lundi 24 dans $\mathbf{LP_{f4}}$.

• $\mathbf{LF_{p'1}}$: l'existence de cette lettre, dans laquelle Fermat exposerait à Pascal certaines de ses propositions arithmétiques, est plus hypothétique que celle des précédentes. Une fois établies l'existence et la date de $\mathbf{LP_{f3}}$ (vers le 18 août), nous savons par $\mathbf{LF_{P3}}$ du samedi 29 août que Fermat a reçu de Pascal ses ***Traités du Triangle arithmétique et de son application*** (**TTA**), dans un envoi qui a croisé une de ses lettres, et qu'il répond à une question portant sur le problème des partis pour trois joueurs. Cette dernière question serait contenue dans $\mathbf{LP_{f3}}$ mais en serait-il de même de **TTA** ? On peut supposer que Fermat fait allusion le samedi 29 août à des envois de Pascal qu'il aurait reçus après le samedi 22 et qui auraient donc été postés par Pascal après le 14 août (à deux jours près). On pourrait en conclure que Pascal aurait envoyé son **TTA** en même temps que $\mathbf{LP_{f3}}$, à un ou deux jours près. Dans ces conditions, pour que les envois aient pu se croiser, comme l'indique Fermat, il faudrait bien conjecturer l'existence d'une lettre de Fermat $\mathbf{LF_{p'1}}$ probablement le 15 ou le 16 août. Néanmoins, l'existence de cette lettre est fortement mise en doute par ce qu'écrit Fermat à Pascal dans LF_{p3} du 25 septembre : *j'espère vous envoyer à la Saint-Martin*

(47) C'est moi qui souligne.

un Abrégé de tout ce que j'ai inventé de considérable aux nombres. Vous me permettrez d'être concis... qui confirme ce qu'il écrivait à Carcavy dans $\mathrm{LF_{c1}}$ du 9 août : *j'enverrai succinctement à M. Pascal tous mes principes et mes premières démonstrations*[48]... Dans ces conditions on voit mal Fermat écrire une première lettre le 9 août $\mathbf{LF_{p1}}$, dont l'existence à cette date est quasi-certaine comme je viens de le montrer, puis une deuxième $\mathbf{LF_{p'1}}$, une semaine après, pour évoquer cette *proposition des nombres figurés.* Bien sûr ceci n'est pas impossible, mais il paraît plus vraisemblable de supposer que Fermat a évoqué cette proposition dans $\mathbf{LF_{p1}}$ qui répond à $\mathrm{LP_{f1}}$ dans laquelle Pascal fait allusion à ses propres travaux en arithmétique. Cependant, ne retenir que $\mathbf{LF_{p1}}$ implique, afin que les envois aient pu se croiser, de conjecturer que Pascal a envoyé à Fermat son **TTA** probablement accompagné d'une lettre $\mathbf{LP_{f2}}$ avant le 17 août, anticipant sur la réponse de Fermat à sa lettre $\mathrm{LP_{f1}}$ du 29 juillet, laissant percer ainsi une légère fébrilité.

• $\mathrm{LP_{f4}}$ et $\mathrm{LF_{p2}}$: ces deux lettres, elles aussi, se sont croisées. On peut comprendre que Fermat qui constate l'existence de ce nouveau croisement, lorsqu'il reçoit $\mathrm{LP_{f4}}$ au tout début du mois de septembre, attende une réponse potentielle de Pascal, qu'il ne peut pas recevoir avant le 15 septembre[49], pour lui adresser un nouveau courrier le 25. En fait, Pascal ne répondra probablement pas à cette lettre, reçue début septembre, et recevra la suivante $\mathrm{LF_{p3}}$ au tout début d'octobre – il faut le mentionner, en plein déménagement dans Paris –, une lettre à laquelle il ne répondra que trois semaines plus tard avec $\mathrm{LP_{f5}}$. Tout ceci contraste fortement avec sa précipitation du mois d'août et Fermat ne pourra qu'enregistrer la fin de non recevoir que lui signifie Pascal à propos de son projet de collaboration en vue de l'impression de ses traités d'arithmétique.

(48) Sous-entendu : pour ce qui est de *mes inventions pour les nombres.*

(49) D'autant plus qu'il se trouve, alors, très probablement dans sa propriété de Beaumont-de-Lomagne et que Pascal lui adresse peut-être les lettres uniquement à Toulouse.

Annexe III : la lettre $LF_{P?}$ dans l'édition Tannery-Henry

Œuvres de Fermat, tome II, Correspondance, p. 288-299.

LXIX
FERMAT À PASCAL[1]
1654
(*Œuvres de Pascal*, 1779, IV, p. 441-442)

Monsieur,

Si j'entreprends de faire un point avec un seul dé en huit coups ; si nous convenons, après que l'argent est dans le jeu, que je ne jouerai pas le premier coup, il faut, par mon principe, que je tire du jeu $\frac{1}{6}$ du total pour être désintéressé, à raison dudit premier coup.

Que si encore nous convenons après cela que je ne jouerai pas le second coup, je dois, pour mon indemnité, tirer le $6^{\text{ème}}$ du restant, qui est $\frac{5}{36}$ du total.

Et si après cela nous convenons que je ne jouerai pas le troisième coup, je dois, pour mon indemnité, tirer le $6^{\text{ème}}$ du restant, qui est $\frac{25}{216}$ du total.

Et si après cela nous convenons encore que je ne jouerai pas le quatrième coup, je dois tirer le $6^{\text{ème}}$ du restant, qui est $\frac{125}{1296}$ du total, et je conviens avec vous que c'est la valeur du quatrième coup, supposé qu'on ait déjà traité des précédents.

Mais vous me proposez dans l'exemple dernier de votre lettre (je mets vos propres termes) que si j'entreprends de trouver le six en huit coups et que j'en aie joué trois sans le rencontrer, si mon joueur me propose de ne point jouer mon quatrième coup et qu'il veuille me désintéresser à cause que je pourrois le rencontrer, il m'appartiendra $\frac{125}{1296}$ de la somme entière de nos mises.

Ce qui pourtant n'est pas vrai, suivant mon principe. Car, en ce cas, les trois premiers coups n'ayant rien acquis à celui qui tient le dé, la somme

(1) « Imprimée pour la première fois. Cette Lettre est sans date dans la copie que j'en ai ; elle paroît répondre à une lettre de Pascal que je n'ai pu recouvrer. » *(Note de Bossut.)* – L'éditeur des *Œuvres de Pascal* a d'ailleurs placé cette Lettre entre celles numérotées ci-après LXXIV et LXXV.

totale restant dans le jeu, celui qui tient le dé et qui convient de ne pas jouer son quatrième coup, doit prendre pour son indemnité $\frac{1}{6}$ du total.

Et s'il avoit joué quatre coups sans trouver le point cherché et qu'on convint qu'il ne joueroit pas le cinquième, il auroit de même pour son indemnité $\frac{1}{6}$ du total. Car la somme entière restant dans le jeu, il ne suit pas seulement du principe, mais il est de même du sens naturel que chaque coup doit donner un égal avantage.

Je vous prie donc que je sache si nous sommes conformes au principe, ainsi que je crois, ou si nous différons seulement en l'application.

Je suis, de tout cœur, etc.

Fermat

Annexe IV : la lettre $LF_{P?}$ dans l'édition Mesnard

Œuvres complètes, p. 1136-1137

[I]

[LETTRE DE FERMAT A PASCAL][a 1]

Si j'entreprends de faire un point avec un seul dé en huit coups, si nous convenons, après que l'argent est dans le jeu, que je ne jouerai pas le premier coup, il faut, par mon principe, que je tire du jeu un sixième du total pour être désintéressé, à raison dudit premier coup.

Que si encore nous convenons après cela que je ne jouerai pas le second coup, je dois, pour mon indemnité, tirer le sixième du restant, qui est $\frac{5}{36}$ du total.

Et si après cela nous convenons que je ne jouerai pas le troisième coup, je dois tirer le sixième du restant, qui est $\frac{25}{216}$ du total.

Et si après cela nous convenons encore que je ne jouerai pas le quatrième coup, je dois tirer le sixième du restant, qui est $\frac{125}{1296}$ du total[b)].

(a) *G, qui a donné, p. 97, le titre général.* Lettres de M. de Fermat à M. Pascal, *porte seulement en titre* Quatrième. b) C'est ici seulement que le P. Guerrier passe à la ligne.

(1) Il s'agit manifestement d'un simple extrait. Bossut, suivi par tous ses successeurs, a dissimulé ce fait en ajoutant « Monsieur » au début du texte de Gr, et, à la fin, formule de politesse et signature.

Et je conviens avec vous que c'est la valeur du quatrième coup, supposé qu'on ait déjà traité des précédents. Mais vous me proposez dans l'exemple dernier de votre lettre (je mets vos propres termes) : « que si j'entreprends de trouver le six en huit coups et que j'en aie joué trois sans le rencontrer, si mon joueur me propose de ne point jouer mon quatrième coup et qu'il veuille me désintéresser à cause que je pourrais le rencontrer, il m'appartiendra $\frac{125}{1296}$ de la somme entière de nos mises[2]. »

Ce qui pourtant n'est pas vrai, suivant mon principe. Car, en ce cas, les trois premiers coups n'ayant rien acquis à celui qui tient le dé, la somme totale restant dans le jeu, celui qui tient le dé et qui convient de ne jouer pas son quatrième coup, doit prendre pour son indemnité un sixième du total.

Et s'il avait joué quatre coups sans trouver le point cherché et qu'on convînt qu'il ne jouerait pas le cinquième, il aurait de même pour son indemnité un sixième du total. Car la somme entière restant dans le jeu, il ne suit pas seulement du principe, mais il est de même du sens naturel que chaque coup doit donner un égal avantage[3].

Je vous prie donc que je sache si nous sommes conformes au principe, ainsi que je crois, ou si nous différons seulement en l'application.

Bibliographie

About (Pierre-José), Boy (Michel). — La correspondance de Blaise Pascal et de Pierre de Fermat. La géométrie du hasard ou le début du calcul des probabilités, Les cahiers de Fontenay 32, sept. 1983, 92 p (1983).

Coumet (Ernest). — Sur le « calcul ès jeux de hasard » de Huygens : dialogues avec les mathématiciens français (1655-1657), dans Centre National de la Recherche Scientifique, éd, Huygens et la France, Paris : Vrin, 1982, p. 123-138 (1982).

Fermat (Pierre de). — Œuvres complètes, éditées par Paul Tannery et Charles Henry puis C. de Waard, 4 tomes, Paris : Gauthier-Villars, 1891-1922.

Wald (Anders). — A history of probability and statistics and their applications before 1750, New York : John Wiley & Sons, (1990).

Kyriacopoulos (Laurent). — Peut-on tout de même parler d'un « triangle de Pascal » ?, Revue d'Histoire des Mathématiques 6.2, p. 167-217 (2000).

(2) La lettre dont cette citation est extraite n'a pas été publiée dans les *Varia opera* ; elle semble perdue.

(3) Le raisonnement de Fermat est parfaitement exact. Chaque coup, les précédents étant joués, donne une chance sur six de gain. Mais Pascal raisonne juste s'il s'agit d'apprécier l'accroissement des chances de gain à chaque coup avant que la partie soit entamée, de déterminer la « valeur » de chaque coup, la portion d'enjeu qu'elle permet d'espérer.

MESNARD (Jean). — Pascal et les Roannez, Paris : Desclée de Brouwer, (1965).

MEUSNIER (Norbert). — L'émergence d'une mathématique du probable au XVII^e^ siècle, Revue d'Histoire des Mathématiques 2.1, p. 119-147 (1996).

PASCAL (Blaise). —

Œuvres complètes, éditées par Jean Mesnard, 4 tomes, Paris : Desclée de Brouwer, (1964).

Œuvres complètes (tome I), éditées par Michel Le Guern, Paris : Gallimard, coll. La Pléiade, (1998).