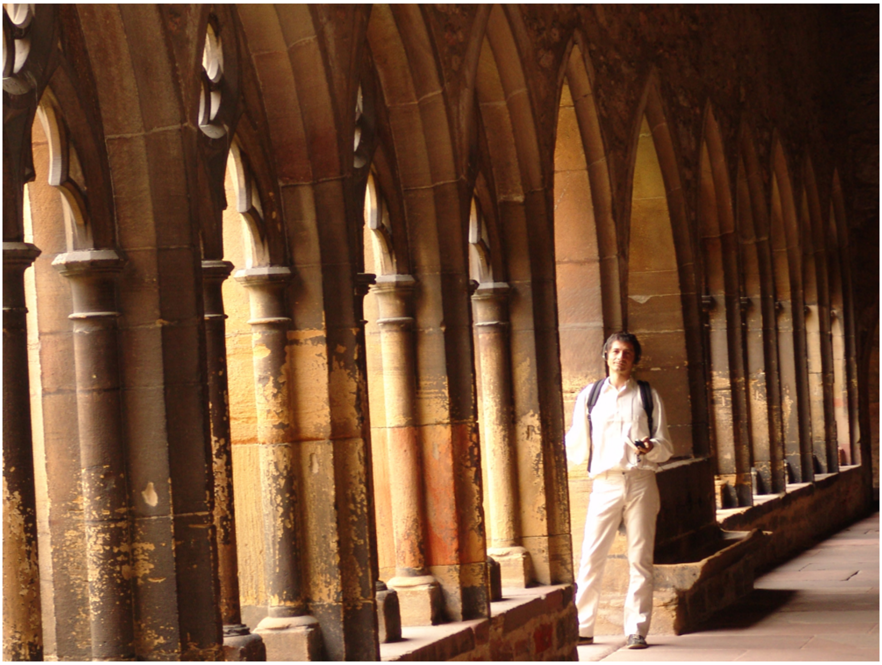

Préface

C'est avec un grand plaisir et beaucoup d'émotion que nous vous présentons ce volume spécial des annales de la faculté des sciences de Toulouse en l'honneur du soixantième anniversaire de Jean-Pierre Otal. Jean-Pierre a été un mentor précieux pour chacun de nous trois ainsi que pour certains auteurs et un collègue et ami pour les autres.

Le titre de cet ouvrage dresse la liste des domaines dans lesquels les travaux de Jean-Pierre ont eu le plus d'influence. Il a commencé sa carrière par l'étude de la topologie en petite dimension, prouvant notamment l'unicité des scindements de Heegaard des espaces lenticulaires (en collaboration avec Bonahon) et du tore (en collaboration avec Boileau).

Ensuite, dans sa thèse d'état, il mêle topologie des variétés de dimension 3, géométrie hyperbolique et théorie géométrique des groupes. Ce travail, intitulé « Courants géodésiques et surfaces », donne un bon exemple de l'originalité des idées de Jean-Pierre, de l'influence de ses résultats et arguments et plus largement de son « style » fait de concision, de profondeur et d'élégance. La deuxième partie de la thèse contient en particulier la démonstration de la rigidité des métriques à courbure strictement négative sur une surface compacte relativement à leur spectres marqués des longueurs. Ce résultat, élémentaire en courbure constante, était conjecturé par Burns et Katok en courbure variable. La preuve de Jean-Pierre est courte, élégante et naturelle. Elle a surpris les spécialistes à l'époque et demeure un modèle. Une grande part du reste de la thèse d'état est consacrée à l'étude des courbes et laminations sur le bord des bretzels creux et de leurs relations aux bouts du groupe fondamental. Cette étude a eu de nombreux développements — notamment sur les travaux de deux d'entre nous — malgré la relative confidentialité des parties restées non publiées.

Jean-Pierre a ensuite continué à étudier les variétés hyperboliques, exposant ses idées et sa vision originales, dans son livre sur l'hyperbolisation des variétés fibrées, devenu un passage obligé du domaine, dans ses articles mais surtout lors de discussions informelles. Si bien que sa compréhension profonde et ses idées inédites ont eu un impact et des développements qui vont bien au-delà de sa bibliographie.

Plus récemment, Jean-Pierre s'est consacré à l'étude des valeurs propres du laplacien, développant en particulier un point de vue « topologique » particulièrement original dans l'étude des petites fonctions propres sur les surfaces hyperboliques. Ce point de vue lui a une nouvelle fois permis de résoudre, en collaboration avec Rosas, une conjecture importante du sujet. La preuve, courte, semble directement « from the Book ». Comble de l'élégance le titre de l'article est aussi l'énoncé du théorème : « Pour toute surface hyperbolique de genre g, $\lambda_{2g-2} > 1/4$ » !

On pourra en apprendre plus sur ce dernier aspect des travaux de Jean-Pierre dans l'article de Mondal. Présentons maintenant brièvement tous les articles de cet ouvrage.

La dualité de Poincaré de dimension n est une propriété homologique et cohomologique des groupes dont on s'attend (comme l'a conjecturé Wall) à ce qu'elle donne une caractérisation algébrique des groupes fondamentaux de variétés asphériques fermées de dimension n (parmis les groupes de présentation finie). En vue de cette conjecture, il est naturel de tenter de vérifier que ces groupes ont les mêmes propriétés que ces groupes fondamentaux. C'est ce que font Boileau et Boyer dans le cas $n = 3$ en démontrant l'alternative de Tits pour une large classe de groupes à dualité de Poincaré de dimension 3.

Les groupes de Bianchi sont les archétypes des groupes artihmétiques kleiniens non cocompacts. Raimbault étudie la torsion dans l'homologie de leurs sous-groupes de congruence. Pour une suite infinie de telles sous-groupes distincts, on s'attend à ce que le comportement asymptotique de la torsion soit donné par le covolume du groupe initial. Dans l'article publié dans ce volume, Raimbault établit la borne supérieure de cette conjecture sous l'hypothèse que la géométrie des pointes des sous-groupes de congruence est contrôlée.

McShane explore les relations entre l'ensemble des axes des éléments hyperboliques d'un groupes fuchsien et sa classe de commensurabilité. Plus précisément, il s'intéresse à la question : « si deux groupes fuchsiens sont isoaxiaux, sont-ils commensurables ? » et montre que la réponse est positive pour presque tout point de l'espace de Teichmüller d'une surface fermée.

Dans un article de 2000, Dal'bo, Peigné et Otal expliquent comment déformer la métrique dans la pointe d'une surface hyperbolique de façon à ce que la série de Poincaré devienne convergente sans changer l'exposant critique. Ils montrent également que si on fait cette déformation suffisamment loin dans la pointe alors la série de Poincaré redevient divergente tandis que l'exposant critique croit. Peigné affine ici ses résultats en donnant un équivalent de la fonction orbital dans les différents cas qui se présentent suivant la hauteur de la déformation.

L'application de trace quantique relie l'algèbre d'écheveaux du crochet de Kauffman à l'espace de Teichmüller quantique d'une surface. Bonahon revient ici sur des « annulations miraculeuses » pour cette application établies en collaboration avec Wong dans un article précédent. L'auteur se place dans le cadre des groupes quantiques de SL_2 et donne une présentation et des preuves plus algébriques de ces annulations.

Le théorème d'ergodicité quantique, dû à Shnirelman, établit que, lorsque le flot géodésique est ergodique, les fonctions propres de l'opérator de Laplace Beltrami sur une variété compacte tendent à être uniformément distribuées pour les grandes valeurs propres. Anantharaman et Sabri donnent un aperçu de leurs résultats récents d'ergodicité quantique sur les graphes de grande taille. Dans cette généralisation, un opérateur de Schrödinger discret remplace l'opérateur de Laplace Beltrami et la limite est prise sur la taille des graphes, lorsqu'ils convergent localement faiblement vers un arbre régulier.

Mondal nous présente un survol des travaux sur les valeurs propres de l'opérateur de Laplace sur les surfaces à courbure négative. Il évoque le problème de la majoration de la multiplicité de ses valeurs propres et développe surtout la question du nombre de petites valeurs propres (inférieures à $\frac{1}{4}$) des surfaces hyperboliques.

Nous remercions tous les auteurs pour leurs magnifiques contributions et tous les rapporteurs pour leur superbe travail. Enfin, un grand merci à Pascale Roesch pour l'idée de faire un livre pour célébrer Jean-Pierre, et aussi pour la photo !

Nicolas Bergeron, Cyril Lecuire et Juan Souto