

ANNALES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE Mathématiques

SYLVIE ROQUES & FRÉDÉRIQUE RÉMY

*Dissection multi-échelle de quelques systèmes naturels : de la cryosphère
Antarctique aux pulsations solaires*

Tome XV, n° 1 (2006), p. 79-105.

http://afst.cedram.org/item?id=AFST_2006_6_15_1_79_0

© Annales de la faculté des sciences de Toulouse Mathématiques, 2006, tous droits réservés.

L'accès aux articles de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse, Mathématiques » (<http://afst.cedram.org/>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://afst.cedram.org/legal/>). Toute reproduction en tout ou partie cet article sous quelque forme que ce soit pour tout usage autre que l'utilisation à fin strictement personnelle du copiste est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

cedram

Article mis en ligne dans le cadre du
Centre de diffusion des revues académiques de mathématiques
<http://www.cedram.org/>

Dissection multi-échelle de quelques systèmes naturels : de la cryosphère Antarctique aux pulsations solaires^(*)

SYLVIE ROQUES⁽¹⁾, FRÉDÉRIQUE RÉMY⁽¹⁾

RÉSUMÉ. — L'objectif de cet article est d'illustrer la nature multi-échelle de quelques systèmes naturels en sciences de l'univers. Nous nous intéressons tout d'abord à l'onde circumpolaire Antarctique, une des manifestations les plus marquantes de la variabilité australe. Sa variabilité est analysée à partir de relevés de stations de météorologie côtières du continent Antarctique, fournissant des données de température depuis 1955. Grâce à une « décomposition modale empirique » (DME) couplée à une analyse par ondelettes, cette onde est ainsi détectée pour la première fois au sol. Puis, nous analysons l'activité solaire à travers le « nombre de groupes de taches » sur la photosphère solaire sur une période de deux siècles (1796-1996). Un algorithme de « poursuite adaptée » comparé à la DME des données de température en Antarctique permettra de suggérer une variation de température à grande échelle au pôle sud en lien avec le cycle solaire. Nous montrons ainsi comment une analyse multi-échelle de ces systèmes naturels apporte des éléments de réponse sur les grandeurs physiques actrices potentielles du climat terrestre.

ABSTRACT. — The aim of this paper is to illustrate the multi-scale nature of some natural systems in universe sciences. We first present an application of the Empirical Mode Decomposition (EMD) to the detection of the Antarctic circumpolar wave, one of the strongest demonstration of the Southern variability. This variability is analyzed from data of meteorological coastal stations of Antarctica continent providing temperature time-series since 1955. This wave is detected for the first time on the ground. Then, we analyze the Sun activity through the “sunspot data” on the photosphere over a period of two centuries (1796-1996). A “ matching pursuit” algorithm compared to EMD of temperature data in Antarctica will allow us to suggest a large-scale temperature variation on South Pole linked to the solar cycle. We thus show how a multi-scale analysis of these naturels systems provides some answers on the physical quantities acting on the Earth climate.

(*) Reçu le 1^{er} décembre 2004, accepté le 22 juin 2005

(1) Observatoire Midi-Pyrénées, 14 avenue Édouard Belin, 31400 Toulouse, France
E-mails : sylvie.roques@obs-mip.fr, Frederique.Remy@notos.cst.cnes.fr

1. L'observation des systèmes naturels

Les sciences de l'univers sont principalement des sciences d'observation pour lesquelles le laboratoire est le milieu naturel lui-même, qu'il soit océan, atmosphère, ciel ou Terre. Si les méthodes d'observation jouent un rôle central dans l'étude des milieux naturels, c'est parce qu'elles s'assortissent de développements additionnels spécifiques, faisant appel au traitement du signal et des images, aux mathématiques appliquées et à l'analyse numérique [1]. En outre, la question du traitement de l'information se pose bien souvent déjà au moment-même de la définition d'un instrument, de ses objectifs scientifiques, de ses performances attendues. Aujourd'hui, le traitement et l'analyse de l'information obtenue à partir d'expériences au sol ou dans l'espace doivent être capables de réaliser l'inversion des données pour en extraire les paramètres physiques et les insérer dans un modèle de fonctionnement ou dans un système de classification. Ils doivent être capables de corriger les erreurs et bruits introduits par l'instrumentation au cours de l'acquisition. Le développement de méthodes et d'outils de traitement du signal et des images est ainsi devenu l'un des enjeux des sciences de l'univers, se situant bien au-delà d'une simple mise au point technologique. Pour répondre totalement à cet enjeu, la nécessité d'intégrer à l'étude des systèmes naturels la notion de multi-échelle apparaît alors de manière indéniable [2] : en effet, ces traitements doivent aussi être capables de traiter ou fusionner des signaux obtenus dans un nombre croissant de bandes de fréquences différentes, intégrant des concepts de multi-champ et de multi-résolution, mesurant de façon synchronisée plusieurs grandeurs vectorielles, prenant en compte des échelles de plus en plus fines, à court terme et à long terme.

Le développement de méthodes de traitement du signal robustes, s'affranchissant autant que possible du caractère mal-posé des problèmes inverses sous-jacents et prenant en compte les aspects multi-échelle des données, est ainsi devenu un impératif majeur dans les conditions observationnelles extrêmes des sciences de l'univers : très grands télescopes au sol ou dans l'espace en astronomie [3] (grands relevés du ciel, optique adaptative, astrophysique des très hautes énergies, interférométrie, etc.) ou encore stations scientifiques au sol, réseaux coordonnés et satellites d'observation de la Terre [4] (océanographie, aérologie, glaciologie, sismologie, etc.).

Un des grands problèmes, si ce n'est le plus grand, en science de l'univers est probablement celui du réchauffement climatique, que l'on sait être principalement dû à l'augmentation des gaz à effet de serre, et ses effets sur l'environnement. Pour prédire l'évolution du climat terrestre et ses conséquences, il est indispensable de maîtriser tous les mécanismes influençant

le climat, les décrire et les caractériser. Ces mécanismes sont nombreux et montrent une forte variabilité spatio-temporelle, du planétaire jusqu'au kilomètre, de la centaine de milliers d'années jusqu'à l'heure. Ils présentent des intensités très différentes, qui ne sont pas forcément corrélées à leur impact en raison de certains mécanismes de rétroaction.

Parmi tous les acteurs potentiels du climat, les deux auxquels nous allons nous attacher dans cet article, l'onde circumpolaire Antarctique et les pulsations solaires, ont quelques points communs : leur rôle sur le climat est loin de faire l'unanimité de la communauté scientifique, sûrement parce que les liens entre ceux-ci et le climat n'ont été (dé)montrés qu'empiriquement [5]. Ils se traduisent par des signaux pseudo-périodiques, probablement modulés, et dont la longueur d'onde est commensurable avec la longueur des séries modernes d'observation du climat. Leur relation avec les paramètres climatiques (température, vent, humidité, pression atmosphérique, date de vendanges ou de floraison, météo) n'est pas toujours identifiée avec la même intensité ni avec le même paramètre.

L'objectif de cet article est de montrer que le climat se reflétant à travers une grande variété d'observables – chacune possédant sa propre variabilité spatio-temporelle et sa propre signature, et les relations entre les différents éléments étant souvent ténues – il est indispensable de bien caractériser la grandeur que l'on recherche afin de la détecter parmi des signaux complexes et parfois très peu intenses. Pour cela, nous montrerons comment une analyse multi-échelle sur la variabilité solaire et l'onde circumpolaire Antarctique apporte des éléments de réponse. Notre propos n'est pas d'établir des corrélations pour proposer un modèle d'interaction climat-Soleil, mais de montrer la contribution du temps-fréquence et du multi-échelle à ce type de problématique. Même si de nombreuses corrélations entre ces deux phénomènes et le climat ont été cherchées, à notre connaissance aucune relation entre l'onde circumpolaire et les pulsations solaires n'a jamais été évoquée et a fortiori recherchée.

Nous donnerons quelques descriptions des phénomènes physiques étudiés dans la deuxième partie. La troisième partie sera consacrée à la description des données de température de la cryosphère Antarctique. Un résultat original en glaciologie sera présenté dans la quatrième partie. Celui-ci est obtenu par un prolongement original d'une technique de décomposition adaptative d'un signal non stationnaire, la *Décomposition Modale Empirique* proposée par Huang *et al.* en 1998 [6] et décrite également dans Flandrin *et al.* en 2004 [7] sous forme de bancs de filtres. Son principe est d'identifier un nombre fini de « modes intrinsèques » en séparant localement et itérativement les contributions de plus en plus lentes d'une oscillation. Dans l'adaptation que

nous proposons, nous associons la notion de spectre global d'ondelettes aux modes intrinsèques. La dernière partie sera consacrée à l'étude de la variabilité solaire par une Décomposition Modale Empirique, grâce aux données du nombre de groupes de taches, disponibles depuis 1610. Dans les deux cas, les résultats seront comparés à ceux obtenus (ou non-obtenus) par un algorithme temps-fréquence de « poursuite adaptée » [8]. Enfin, signalons que toutes les données utilisées dans cet article sont accessibles, pour toute autre application ou comparaison, sur des sites Internet institutionnels dont nous donnons les adresses au cours du texte.

2. De la cryosphère Antarctique aux pulsations solaires

Les calottes polaires ont un rôle très important dans l'étude du climat, puisqu'elles sont à la fois les archives glaciaires de la Terre et un témoin de l'évolution climatique actuelle. En effet, l'Antarctique est un continent de 14 millions de km^2 , représentant environ 30 millions de km^3 , soit entre 60 et 80 m du niveau des océans si la calotte fondait. Chaque année, l'équivalent de 5 mm du niveau des océans (2 200 km^3 de neige) se dépose en surface avec les caractéristiques climatiques et chimiques du moment, avant de s'enfoncer, de s'écouler sous l'effet de son propre poids et d'être évacué sous forme d'iceberg parfois quelques centaines de milliers d'années plus tard [9]. Du fait des grandes échelles de temps qui régissent l'écoulement, les calottes constituent des archives glaciaires permettant de remonter jusqu'à plusieurs cycles climatiques, soit plusieurs centaines de milliers d'années. À l'heure actuelle la calotte évolue donc en fonction de toutes les variations climatiques ayant eu lieu depuis le dernier cycle climatique jusqu'à aujourd'hui.

Dans ce contexte, nous nous attacherons à la caractérisation et l'étude de l'onde circumpolaire Antarctique, qui est l'une des manifestations les plus marquantes de la variabilité australe. Elle affecte l'étendue des glaces de mer, la pression atmosphérique, la température, la salinité et les vents de l'océan austral mais sa présence sur le continent Antarctique lui-même n'a encore jamais été détectée et pratiquement aucune étude n'existe sur le sujet, si bien qu'il est encore impossible de connaître le rôle de l'Antarctique, que l'on suppose primordial, dans la variabilité climatique.

L'activité solaire se manifeste notamment par l'apparition de taches sur la photosphère, qui est la partie visible du Soleil (son épaisseur est de 400 km environ et sa température varie de 4 500 à 6 600 °C). Les taches solaires ont un diamètre moyen de 2 000 à 50 000 km. Elles sont absentes ou rares pendant un minimum d'activité, et on peut en comptabiliser plus de 200 en période d'activité maximale. Au cours d'un cycle d'activité, leur nombre augmente assez régulièrement en même temps qu'elles se regroupent

en « paquets » de plus en plus complexes, eux-mêmes comportant des taches de plus en plus grosses. Arrivé à un maximum d'activité, le nombre de taches décroît à nouveau, et ainsi de suite [10]. Le nombre de groupes de taches (« GSN » pour Group Sunspot Number) varie suivant un cycle principal de période moyenne 11,2 ans (cycle de Schwabe). Ce nombre, qui est celui sur lequel nous allons travailler, est présenté Fig. 8 sur une période de deux siècles (1796-1996).

Le Soleil possède un champ magnétique global dipolaire qui s'inverse tous les 11 ans, trois ans environ avant l'apparition des premières taches d'un cycle. D'autre part, comme les dernières taches d'un cycle se forment deux ou trois ans après les premières du cycle suivant, la durée totale du cycle semble donc de 18 à 22 ans. On peut considérer que les cycles successifs sont « emboîtés » les uns dans les autres, même s'ils gardent leur périodicité à 11,2 ans à une latitude héliographique donnée. Outre le cycle de Schwabe, il a été mis en évidence en 1852 un « supercycle » (cycle de Gleissberg) dont la périodicité est d'environ 80 à 100 ans [11]. Ce cycle induit des effets sur l'amplitude du cycle de Schwabe.

Enfin, des travaux de Friis-Christensen et Lassen [12] ont mis en évidence la corrélation entre la longueur des cycles solaires et l'anomalie de température de l'hémisphère nord terrestre. Ceci n'exclut pas d'autres corrélations avec d'autres zones de la planète, mais les données disponibles dans l'hémisphère nord représentent à ce jour le plus grand ensemble de mesures systématiques obtenues depuis plusieurs siècles. Butler confirme cette corrélation en 1994 [13] en prenant comme indicateur global les températures moyennes obtenues continûment à l'observatoire d'Armagh (Irlande du Nord). Cette corrélation permet d'étudier l'influence de l'activité solaire sur le climat terrestre. C'est une autre raison d'étude du nombre de groupes de taches : une prédiction de ce dernier et/ou une meilleure compréhension des phénomènes qui régissent ses variations pourraient un jour permettre de prédire en conséquence l'évolution climatique sur terre.

3. Quel problème multi-échelle en Antarctique ?

3.1. Cryosphère et variabilité climatique en Antarctique

L'ensemble des constituants de la surface terrestre et des couches sous-jacentes qui sont composés de glace forme, à l'échelle planétaire, un milieu appelé cryosphère. À ce milieu se rattachent donc des surfaces et des volumes tels que sols enneigés, glaciers, calottes glaciaires, banquises ou icebergs ;

les variations en étendue de ces énormes masses d'eau à l'état solide sont étroitement associées aux modifications de la température de l'atmosphère à travers les ajustements de l'équilibre radiatif de notre Terre : aussi exercent-elles, entre autres, d'importantes actions en retour sur les évolutions du climat.

La cryosphère est une composante particulièrement sensible du système global du climat de la Terre, à la fois actrice et témoin. Actrice, car les variations de température en Antarctique peuvent être la cause de changements dans la circulation atmosphérique moyenne dans les hautes latitudes et dans les courants océaniques, qui tous deux influencent fortement à long terme le climat des autres continents. Des variations climatiques significatives et socialement sensibles existent également sur les échelles de temps inter-annuelles. Par ailleurs, on sait les pôles climatiquement très réceptifs, réagissant aux altérations climatiques de façon exagérée, ce qui en fait des témoins.

Toutefois, les différents couplages qui lient l'Antarctique, le système austral (atmosphère, océan et glace de mer) et les plus hautes latitudes sont encore mal connus et très mal décrits et doivent être mieux compris pour réaliser des études réalistes du changement climatique global de notre planète à long terme. Dans ce contexte, l'analyse des séries de données regroupant l'évolution d'un certain nombre de paramètres physiques (pression atmosphérique, température, vitesse du vent, etc.), et leur interprétation en terme de réchauffement climatique et de variation du niveau de la mer sont capitales. Les deux objectifs scientifiques en sont : mieux contraindre les différents couplages et liens contrôlant la climatologie australe et mieux décrire la variabilité naturelle de l'Antarctique afin de discerner l'évolution climatique actuelle [14].

3.2. L'Onde Circumpolaire Antarctique

Nous souhaitons nous attacher tout d'abord à la caractérisation et l'étude de l'onde circumpolaire Antarctique, l'une des manifestations les plus marquantes de la variabilité australe. Cette onde, détectée en 1996 par White et Perston [15], n'a pour le moment été observée que dans l'atmosphère (température et vents), l'océan et les glaces de mer (salinité) du système austral [16]. Son intensité semble y être plus particulièrement marquée des années 1980 à 1995, et plus faible avant et après. On sait toutefois, notamment grâce à ces études atmosphériques et océaniques, qu'elle tourne autour du continent Antarctique, dans le sens des aiguilles d'une montre, en suivant le courant circumpolaire et en longeant respectivement les océans

Atlantique, Indien et Pacifique en 8 à 10 ans. Elle présente deux minima et deux maxima, si bien qu'en un lieu la périodicité apparente est de 4 ans.

Les différents mécanismes de couplage sous-jacents sont difficiles à identifier car les échelles de temps sont relativement longues comparativement à la longueur des observations spatiales disponibles. De plus, les mécanismes susceptibles d'entretenir cette onde sont eux aussi encore très spéculatifs. Est-ce dû à un système local qui couple les instabilités de l'océan et de l'atmosphère ? À une réponse passive de l'océan à la variabilité atmosphérique ? À une manifestation ou un déclencheur du phénomène El Niño ? Pour cette dernière hypothèse, les liens potentiels avec ce phénomène climatique parfois désastreux ont récemment mobilisé fortement la communauté scientifique concernée.

Sa présence sur le continent Antarctique lui-même n'avait encore jamais été détectée, jusqu'aux résultats présentés dans cet article. Une des raisons pour laquelle très peu d'études existent sur le sujet est qu'il n'y a pas, sur le continent, d'équivalent des différentes données (par exemple de température de surface) disponibles de façon globale sur l'océan depuis le milieu des années 1980. Par ailleurs, les modèles météorologiques sont beaucoup moins bien contraints sur l'Antarctique et la variabilité naturelle est extrêmement forte. Aussi, à ce jour, aucun modèle n'est capable de la générer correctement si bien que le rôle primordial de l'Antarctique dans la variabilité climatique est encore impossible à connaître.

3.3. Les données disponibles

La télédétection satellite, grâce aux couvertures spatiales globales et temporelles, et la modélisation, permettant l'inversion et l'assimilation de ces observations, sont les deux outils complémentaires conduisant à l'heure actuelle à une avancée énorme dans la connaissance du fonctionnement et de l'évolution des calottes. Malheureusement, les séries temporelles issues des satellites observant l'Antarctique ne commencent qu'avec le lancement d'ERS 1 en 1991 et sont donc relativement courtes face aux échelles de temps des fluctuations naturelles du climat polaire [14]. Ces données satellitaires étant encore si brèves, notre objectif a été d'essayer de décrire la variabilité naturelle de la météorologie Antarctique à partir des données « au sol » les plus longues qui existent à ce jour. Il s'agit des moyennes mensuelles des relevés de température de dix stations côtières, possessions de plusieurs nations, et du Pôle Sud. Les relevés sont quotidiens à la base, et les médianes mensuelles sont effectuées directement par les scientifiques sur place. Ces stations, réparties de façon relativement régulière sur la côte autour du

continent, fournissent des données de température depuis environ 1950. Par ordre de longitude décroissante, ce sont les stations Scott (Nouvelle-Zélande), Dumont d'Urville (France), Casey (Australie), Mirny (Russie), Mawson (Australie), Molodezhnaya (Russie), Novolazarevskaya (Russie), Halley (Royaume-Uni), Bellingshausen (Russie) et Faraday (Royaume-Uni).

Les données ont été gracieusement fournies par le *British Antarctic Survey* (Cambridge - UK) et sont directement disponibles, pour tout lecteur de cet article souhaitant mettre ses algorithmes à l'épreuve, à l'adresse suivante : <http://www.antarctica.ac.uk/met/gjma/>. Elles sont obtenues dans un environnement difficile, sont extrêmement bruitées et montrent essentiellement un très fort signal saisonnier (on peut se reporter à la Figure 1 pour un exemple sur deux stations, dont le Pôle Sud – toutes les données étant du même type).

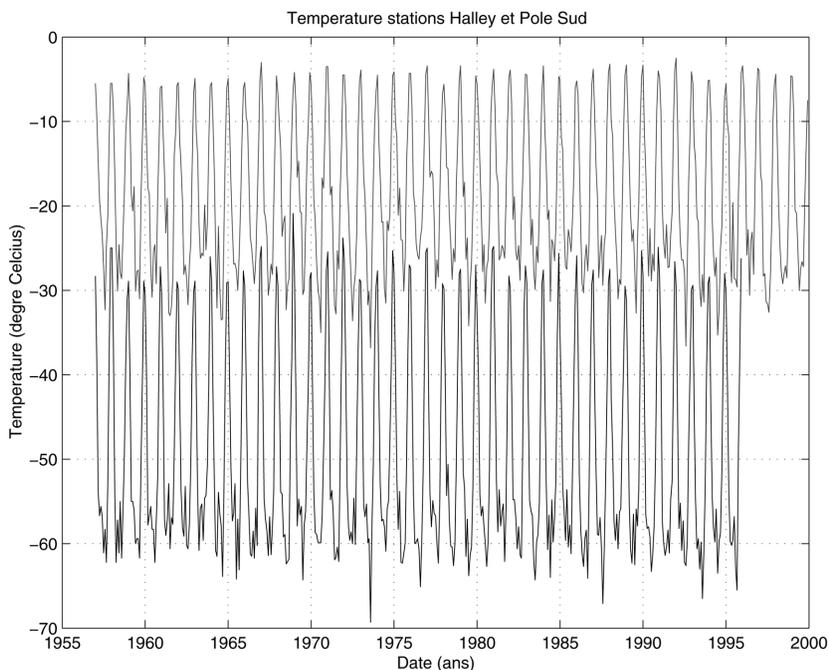


Figure 1. — Variations de température sur les stations de Halley (en haut) et du Pôle Sud (en bas). On remarque la très forte variabilité saisonnière et inter-saisonnière ainsi que l'instabilité des hivers plus forte qu'en été.

On remarque aussi que les hivers sont plus longs que les étés, ce qui constitue notamment une limitation à l'analyse de Fourier

4. Antarctique et Décomposition Modale Empirique

4.1. L'échec des méthodes traditionnelles... ... et moins traditionnelles

Dans le problème qui nous intéresse, il s'agit d'obtenir des mesures très fines des fréquences des modes d'oscillation pouvant être la signature de l'onde circumpolaire antarctique, ainsi que l'ensemble des grandeurs caractérisant ces modes : tout particulièrement, l'information de phase intrinsèque à chacun des modes doit pouvoir être déterminée. Il est essentiel de mesurer également leurs durées de vie, leurs variations d'amplitude dans le temps et la distribution entre eux de l'énergie de la pulsation. Ces éléments sont ceux qui permettront de détecter l'onde circumpolaire et qui fourniront les contraintes manquantes sur les processus physiques se développant à l'intérieur du courant océanique.

L'analyse de Fourier, l'outil le plus simple pour détecter une périodicité, doit être abandonnée d'emblée car elle présente deux limitations essentielles vis-à-vis de ces données. Tout d'abord, elle a une résolution limitée par la durée des observations, et elle fait implicitement une hypothèse de stationnarité ou de régime permanent, ce qui est conflictuel avec une idée de localisation temporelle d'événements. Par exemple, si certains modes propres d'oscillation climatiques présentent des temps d'excitation et d'amortissement finis, alors elle ne sera pas capable de les caractériser.

Jusqu'à présent, les approches utilisées pour étudier la richesse de ces signaux au sol ont reposé sur des études statistiques et des analyses de covariance menées par les glaciologues. Hormis pour quelques stations, il a déjà été possible de détecter très légèrement une onde à 4 ans. On peut également facilement montrer que des stations proches ont un comportement similaire. Toutefois, il n'a pas été possible de détecter la moindre « onde tournante ». Même une analyse en composantes principales n'apporte pas d'information supplémentaire significative.

Des outils permettant de dépasser les difficultés liées à ces approches « standard » existent, soit en rendant l'analyse spectrale dépendante du temps (temps-fréquence, ondelettes), soit en augmentant la résolution par l'introduction de modèles appropriés (méthodes « haute résolution » et analyse spectrale paramétrique) permettant de rendre compte de phénomènes non-stationnaires et délocalisés. Le rôle du temps est alors rendu explicite dans un déploiement multi-échelle. Ce type d'analyse est déjà appliqué avec succès dans le domaine de l'astrophysique par exemple [3]. Toutefois, si l'analyse spectrale paramétrique peut permettre une bonne modélisation d'un phénomène global, le caractère multi-échelle des données étudiées con-

duit naturellement vers des approches locales du type temps-fréquence [17]. Dans ce contexte, nous présenterons dans ce qui suit les résultats obtenus par une poursuite adaptée telle qu'elle est proposée par Mallat et Zhang [8] et qui dans le cas présent conduit à un échec, puis, dans le paragraphe suivant, nous proposerons une adaptation originale de la décomposition modale empirique, qui par son caractère adaptatif, permet d'obtenir le résultat espéré.

Rappelons brièvement le principe de la méthode de poursuite adaptée. Il s'agit de rechercher dans un dictionnaire \mathcal{D} redondant de fonctions oscillantes, celles qui vont le mieux approcher le signal. La méthode est adaptative au sens où le choix des fonctions à l'intérieur du dictionnaire est déterminé au cours de la décomposition. Mais les fonctions du dictionnaire sont pré-définies, indépendamment du signal étudié, ce qui peut en constituer une faiblesse.

Le dictionnaire \mathcal{D} utilisé ici est composé d'une famille de fonctions $k_\nu(t)$ (ou atomes) temps-fréquence générée par dilatation, translation et modulation d'une fonction analysante réelle unique $k(t) \in L^2(\mathbf{R})$, soit :

$$k_\nu(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} k\left(\frac{t-b}{a}\right) e^{i\omega t}$$

où $a > 0$ est l'échelle de dilatation, b la translation et ω la modulation en fréquence. On définit $\nu = (a, b, \omega)$ comme l'index de l'atome dans le dictionnaire. Le facteur $1/\sqrt{a}$ permet de normaliser $k_\nu(t)$ à 1 au sens de la norme L^2 . Dans les résultats que nous présentons dans cet article, $k(t)$ est une gaussienne. Ce choix est fondé sur un travail effectué par Thiébaud & Roques [18] dans le contexte de l'analyse de variabilités stellaires.

Soit $\psi(t)$ le signal. Il s'agit alors de trouver le vecteur unique k_{ν_0} du dictionnaire \mathcal{D} , de telle sorte que le produit scalaire $|\langle \psi(t), k_{\nu_0}(t) \rangle|$ soit maximal. Cet atome est celui qui *ressemble* le plus au signal. Par exemple, ici, c'est le signal annuel qui sera représenté par k_{ν_0} (voir Fig. 2). Le signal est ensuite décomposé sous la forme : $\psi(t) = \langle \psi(t), k_{\nu_0}(t) \rangle k_{\nu_0}(t) + R\psi(t)$ où $R\psi(t)$ est le vecteur restant après avoir approximé $\psi(t)$ dans la « direction » $k_{\nu_0}(t)$. Comme $k_{\nu_0}(t)$ est orthogonal à $R\psi(t)$ on a : $\|\psi(t)\|^2 = |\langle \psi(t), k_{\nu_0}(t) \rangle|^2 + \|R\psi(t)\|^2$.

L'idée principale de la méthode est de décomposer à nouveau le vecteur résiduel $R\psi(t)$ en trouvant un vecteur $k_{\nu_1}(t)$ qui l'approchera le plus, comme cela a été fait pour le signal $\psi(t)$. Ici, $k_{\nu_1}(t)$ sera le signal inter-annuel à 6 mois (voir Fig. 2). À chaque itération, la procédure est répétée sur le résidu obtenu : $R\psi(t) = \langle R\psi(t), k_{\nu_1}(t) \rangle k_{\nu_1}(t) + R^2\psi(t)$ jusqu'à $R^n\psi(t) = \langle R^n\psi(t), k_{\nu_n}(t) \rangle k_{\nu_n}(t) + R^{n+1}\psi(t)$.

Il est facile de déterminer un critère de convergence de cet algorithme en examinant la décroissance de la norme du résidu. Finalement, le signal est décomposé sous la forme :

$$\psi(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \langle R^i \psi(t), k_{\nu_i}(t) \rangle k_{\nu_i}(t)$$

où les atomes k_{ν_i} sont ceux qui approchent au mieux le signal $\psi(t)$. On obtient alors un ensemble ordonné $(k_{\nu_0}(t), k_{\nu_1}(t), \dots, k_{\nu_n}(t))$ d'atomes qui vont permettre de représenter la distribution énergétique temps-fréquence du signal. Par construction, la méthode classe elle-même les atomes, c'est-à-dire que les plus énergétiques seront trouvés les premiers. Il est ainsi facile de voir quelles sont les fréquences prépondérantes et à quel moment elles apparaissent et disparaissent dans le signal. On peut n'en représenter (ou sélectionner) qu'une partie, en choisissant seulement ceux répondant à certains critères.

En pratique c'est E_ψ , la densité d'énergie de chaque atome sélectionné, qui est représentée dans les diagrammes temps-fréquence (en abscisse le temps, et en ordonnée la fréquence). On peut se reporter à la Fig. 2 pour le diagramme temps-fréquence des données de la station de Halley. Celle-ci est définie dans le plan temps-fréquence (t, u) par :

$$(E_\psi)(t, u) = \sum_{i=0}^{\infty} |\langle R^i \psi(t), k_{\nu_i}(t) \rangle|^2 (Wk_{\nu_i})(t, u)$$

où $(Wk_\nu)(t, u)$ est la distribution de Wigner-Ville :

$$(Wk_\nu)(t, u) = \int_{-\infty}^{+\infty} k_\nu(t + \frac{\tau}{2}) k_\nu^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-iu\tau} d\tau$$

On peut facilement caractériser les atomes qui représentent les structures présentes dans le signal. Les atomes horizontaux sont caractéristiques des structures cohérentes du signal. Leur grande durée de vie, associée à une valeur bien localisée de la fréquence indique une oscillation existant durant un temps assez long. Les instants d'apparition et de disparition sont bien identifiés. Ceci est bien visible sur la Figure 2 pour l'identification des variations à 1 an et à 6 mois, et certains de leurs harmoniques. Les atomes verticaux étant bien localisés dans le temps et se déployant sur une large gamme de fréquence représentent des événements brusques, de type rupture (par exemple les hivers instables), ou permettent de localiser des points aberrants. Les taches, localisés sur des intervalles de temps et de fréquence relativement courts sont essentiellement caractéristiques du bruit. En effet,

celui-ci ne s'ajustant bien à aucun élément particulier du dictionnaire, son contenu informatif va être dilué et sous-décomposé un grand nombre de fois en des taches bien localisées.

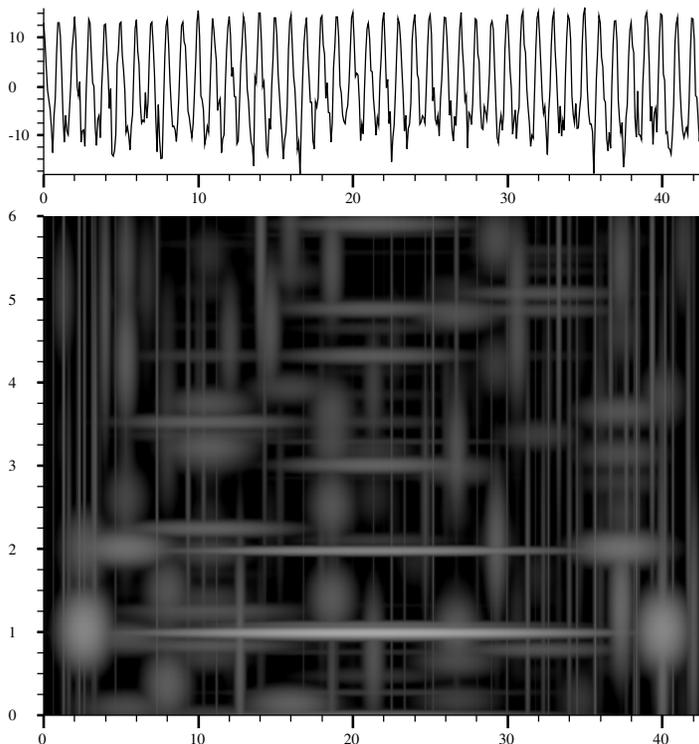


Figure 2. — Décomposition en poursuite adaptée des variations mensuelles de température de la station de Halley. En haut, le signal (abscisse : échantillons temporels en ans ; ordonnée : température en degrés Celcius). En bas, la décomposition temps-fréquence (abscisse : échantillons temporels en ans ; ordonnée : fréquence temporelle en an^{-1}). Les variations saisonnières à 1 an et 6 mois (k_{ν_0} et k_{ν_1}) sont bien déterminées. Une composante à 8 ans non concluante apparaît en bas du diagramme, centrée sur l'échantillon 16 et de durée de vie d'environ 7 ans

La nature même de cette décomposition temps-fréquence permet d'isoler une catégorie d'atomes, soit suivant leur forme, soit suivant leur ordre d'apparition, ou encore en combinant ces deux critères. Soit M l'ensemble des indices des atomes sélectionnés. La relation suivante permet de reconstruire un signal avec seulement ces atomes-là :

$$\psi(t) = \sum_{i \in M} \langle R^i \psi(t), k_{\nu_i}(t) \rangle k_{\nu_i}(t).$$

Ainsi, contrairement à un filtrage traditionnel, type *passer-bande*, les structures sélectionnées peuvent être éliminées ou conservées pour un groupe de fréquences convenablement choisi.

Le résultat présenté sur la station de Halley (Fig. 2) est le seul ayant permis de déceler une composante «à 8 ans». Aucune des autres stations ne peut le mettre en évidence. Cette composante apparaît relativement loin dans la décomposition hiérarchique (atome numéro 97 : $k_{\nu_{97}}(t)$) et correspond à une énergie environ 100 fois plus faible que celle représentant les variations saisonnières, c'est-à-dire presque au niveau du bruit. Une des raisons est qu'il n'y a pas, dans la famille de fonctions utilisée, une forme d'onde adaptée à un signal de si faible énergie. Avec une décomposition de type ondelettes [19], le résultat est encore pire et n'est pas présenté dans cet article, car dans ce cas, les fréquences des bases de projections sont prédéterminées de manière dyadique. C'est la raison pour laquelle il apparaît la nécessité d'une décomposition multi-échelle qui soit réellement adaptative pour mettre en évidence l'onde recherchée.

4.2. La décomposition modale empirique et les ondelettes

La décomposition modale empirique proposée par Huang [6] peut permettre de réaliser le type de représentation auto-adaptative souhaitée, grâce à une décomposition sur une base de fonctions non-linéaires extraite du signal lui-même. Dans son principe, il s'agit d'identifier les échelles de temps révélant des caractéristiques physiques du signal étudié, et de le décomposer en des «modalités intrinsèques» (ou modes) par un procédé de «tamisage» isolant les différents régimes. Pour réaliser cette opération, plusieurs grandeurs doivent être examinées : les extrema et les passages par zéro du signal, et celles-ci doivent obéir à deux conditions que nous expliciterons plus loin. Huang *et al.* comparent leurs résultats à ceux obtenus par des méthodes fondées sur des décompositions en ondelettes ou des transformées de Gabor et montrent que la méthode proposée s'apparente à un filtrage non-linéaire dépendant du temps et auto-adaptatif. Cette interprétation est bien confirmée par Flandrin *et al.* [20]. Ces auteurs soulignent toutefois la nécessité de disposer d'une véritable compréhension théorique évitant de recourir à des simulations extensives. En effet, à ce jour, cette décomposition, comme son nom l'indique, n'est définie que par l'algorithme permettant de la mettre en œuvre et n'a quasiment pas fait l'objet de développements théoriques. Si ses possibilités ont été montrées dans de nombreux domaines de la physique non-linéaire il n'en reste pas moins que ses limitations sont toujours mal évaluées [21].

L'idée de base est d'identifier une modalité intrinsèque du signal en utilisant le temps écoulé entre deux extrema consécutifs ou bien deux passages par zéro de celui-ci. Ceci amène à une décomposition complète, locale, auto-adaptative et presque orthogonale (le degré de non-orthogonalité pouvant être quantifié). Sur le plan pratique, le signal $\psi(t)$ étant donné, une enveloppe supérieure $U_1(t)$ et une enveloppe inférieure $L_1(t)$ sont construites en ajustant par des fonctions splines cubiques les maxima et les minima locaux du signal. Ces deux fonctions « enveloppent » ainsi les données. Soit $m_1(t) = (U_1(t) + L_1(t))/2$ la moyenne de ces deux enveloppes. Il est alors possible d'extraire un résidu $r_1(t) = \psi(t) - m_1(t)$ sur lequel la procédure (repérage des extrema, calcul de enveloppes, soustraction de la moyenne) va être ré-itérée. La question qui se pose reste de savoir si les $r_i(t)$ successifs obtenus sont réellement des modalités intrinsèques du signal. Pour cela, deux conditions doivent être remplies : le nombre d'extrema et le nombre de passages par zéro des $r_i(t)$ doivent différer au plus de 1, et à tout instant, la valeur moyenne entre l'enveloppe supérieure et l'enveloppe inférieure doit être nulle. Si ces conditions sont toujours vérifiées au premier itéré ($i = 1$), ce n'est plus le cas par la suite, et l'algorithme simple que nous venons de décrire doit en pratique être raffiné par un processus de « tamisage » conduisant à la satisfaction des ces deux conditions. Cet algorithme technique et simple à mettre en œuvre est décrit dans plusieurs articles ([21], [7]). Nous le résumons brièvement :

1. initialisation : $r_0 = \psi$ (le résidu) et $i = 1$ (indice des modalités);
2. extraction de la modalité i :
 3. a) initialisation : $h_0 = r_i$ et $j = 1$;
 - b) détermination des extrema de h_{j-1} ;
 - c) calcul des enveloppes supérieures et inférieures U_{j-1} et L_{j-1} à partir des extrema par interpolation par des splines cubiques ;
 - d) calcul de la moyenne des deux enveloppes $m_{j-1} = (U_{j-1} + L_{j-1})/2$;
 - d) mise à jour : $h_j := h_{j-1} - m_{j-1}$ et $j := j + 1$;
 - e) répétition des étapes b–e jusqu'à ce que les conditions pour que h_j soit une modalité soient satisfaites, alors $m_i = h_j$ (c'est la modalité i) ;
4. mise à jour du résidu : $r_i = r_{i-1} - m_i$;
5. répétition des étapes 1–3 avec $i := i + 1$ jusqu'à ce que r_i ne contienne plus que deux oscillations (arrêt). Le dernier r_i est le résidu.

Dissection multi-échelle de quelques systèmes naturels

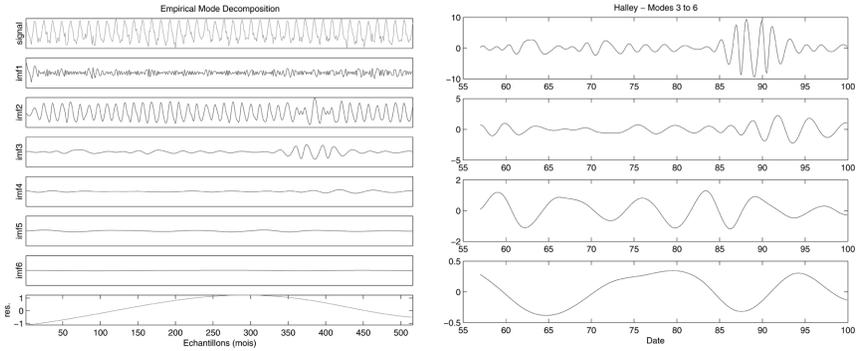


Figure 3. — À gauche : décomposition modale empirique des données de température de la station de Halley. Le signal est représenté en haut, les 6 modes et le résidu en dessous. En abscisse : les échantillons en mois. L'ordonnée est en unités arbitraires.

À droite : zoom sur les modes 3 à 6. En abscisse : la date modulo 1900.

En ordonnée : amplitude de température du mode

On obtient alors une décomposition sous la forme $\psi(t) = \sum_{n=1}^N m_n(t) + r_N(t)$ où les m_i sont les modalités intrinsèques. Pour se fixer les idées, la décomposition modale empirique de la série de température de la station britannique Halley est représentée sur la figure 3. Six modes (plus le dernier résidu) sont suffisants pour décomposer le signal. Leur interprétation est immédiate : le premier mode représente les perturbations météorologiques quasi-mensuelles. Le deuxième représente les cycles saisonniers (l'alternance des étés et des hivers). Le troisième est caractéristique des influences océaniques. Le quatrième est le cycle quasi-quadiennal observé également dans les données océanographiques spatiales. Ces deux derniers modes sont très énergétiques et peuvent probablement être à mêmes d'affecter l'analyse des tendances issues des données des satellites. Le cinquième mode est un cycle à 8 ans, caractéristique de l'onde circumpolaire Antarctique, et sur lequel nous allons revenir. Le sixième, moins énergétique, est probablement relié à une fluctuation de plus grande ampleur qu'il s'agira ultérieurement de décrire et de relier à la climatologie australe.

Pour les données de toutes les stations, les résultats obtenus sont similaires à ceux présentés sur la Figure 3. Le mode 5 est caractéristique d'une onde non-stationnaire à 8 ans (ou le mode 4 dans quelques rares cas). Le degré de non-stationnarité de cette onde peut être évalué par la transformée de Hilbert du mode. Celle-ci est présentée sur la Figure 4. Le spectre de Hilbert du mode 5 présenté sur la partie droite de la figure confirme bien la modulation temporelle de cette onde observée par les océanographes. Une étape ultérieure consistera à la relier à la variabilité australe.

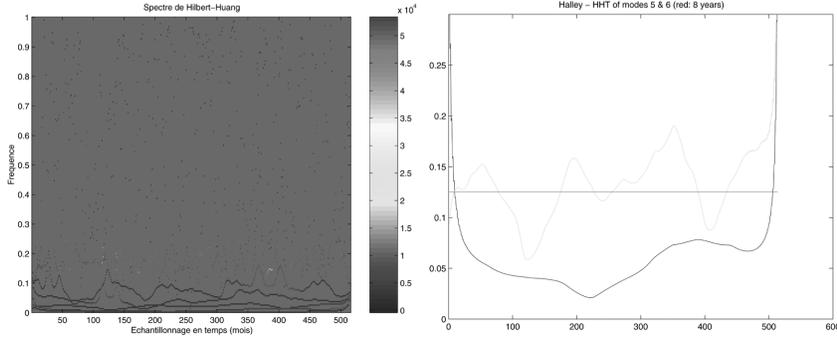


Figure 4. — À gauche : spectre de Hilbert-Huang des données de température de Halley.
 En abscisse : les échantillons en mois. En ordonnée : la fréquence en an^{-1} .
 À droite : zoom sur le spectre de Hilbert-Huang des modes 5 (clair) et 6 (noir).
 Un signal stationnaire à 8 ans est symbolisé par la ligne horizontale

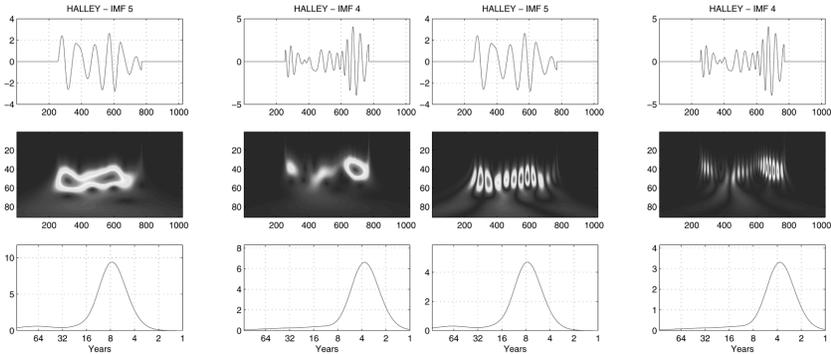


Figure 5. — De haut en bas : mode, transformée en ondelettes et spectre en ondelettes.
 De gauche à droite : mode 5 (amplitude), mode 4 (amplitude),
 mode 5 (phase), mode 4 (phase)

En complément de cette analyse, les modes 5 (à 8 ans) et 4 (à 4 ans) issus de toutes les stations ont été décomposés sur une base d'ondelettes de Paul [19] comme on peut le voir sur la Figure 5 pour la station Halley. Pourquoi décomposer en ondelettes un mode intrinsèque obtenu avec une décomposition modale empirique ? Autrement dit, pourquoi analyser en temps-échelle un résultat déjà préalablement décomposé en temps-échelle ? L'objectif de cette opération est double : déterminer un spectre global d'ondelettes pour chaque mode, donnant accès à une fréquence « moyenne »,

et analyser les phases de cette transformée afin de détecter une onde tour-nante. Dans ce qui suit, nous développons ces idées.

La transformée de Fourier d'un mode donne un accès immédiat à sa fréquence et à sa phase. En aucune manière elle ne fait apparaître une modulation temporelle ou fréquentielle. La décomposition modale empirique donne un accès aux fluctuations d'amplitude et de phase des modalités intrinsèques, mais presque au même titre que si celles-ci étaient des signaux temporels issus d'expériences d'observation où l'instrumentation posséderait les filtres adéquats. La transformée de Hilbert telle qu'elle est présentée sur la Figure 4 n'apporte pas d'information suffisante pour conclure sur la présence d'une onde tournante à 8 ans. L'avantage de la décomposition modale empirique réside simplement (mais fondamentalement) dans sa capacité à déployer le signal original sur des bandes de fréquence pertinentes. Ainsi, il est appa-ré indispensable de passer chacune de ces modalités au crible d'une analyse par ondelettes nous permettant de comprendre la répartition en énergie des modes et leurs modulations.

En ce qui concerne les amplitudes (et on peut se référer pour cela à la Figure 5) l'idée est tout simplement d'étudier la médiane des spectres d'ondelettes des modes 5 de toutes les stations. Le spectre d'ondelettes présente par construction, contrairement à la transformée de Fourier, une résolution accrue en basse fréquence, ce qui conduit à une meilleure précision pour localiser la fréquence d'un phénomène à grande échelle. Les Figures 5 et 6 présentent les résultats ainsi obtenus où l'onde à 8 ans est parfaitement identifiée. L'onde à 4 ans l'est également. Rappelons que celle-ci n'est due qu'au fait que l'onde circumpolaire Antarctique présente deux minima et deux maxima et tourne en 8 ans, si bien qu'en un lieu sa périodicité apparente est de 4 ans.

Si l'on s'intéresse à présent aux phases des phénomènes, rappelons qu'il s'agit du problème de la caractérisation de la phase instantanée d'un signal. Ces calculs sont immédiats dans le cas d'un signal (ou d'un mode) d'amplitude constante et de phase linéaire. Nous ne sommes pas dans ce cas idéal, mais la caractérisation des phases instantanées des modes peut s'effectuer facilement. Sur la Figure 7 (à droite), les phases instantanées des modes 5 de toutes les stations sont représentées après une interpolation linéaire. Le résultat confirme bien l'idée d'une onde tournante, puisque ces phases correspondent bien à la fois à la vitesse d'une onde à 8 ans et à la position géographique de chaque station. Afin de confirmer ce résultat, l'idée simple que nous avons mise en œuvre a consisté à étudier la phase de la transformée en ondelettes du mode pertinent en la considérant à la longitude de la station ayant observé le signal ayant conduit à ce mode.

La Figure 7 (à gauche) illustre cette idée. La succession des maxima et des minima confirme bien le fait que l'onde circumpolaire Antarctique tourne, et la pente d'une droite imaginaire reliant chaque maximum (ou minimum) pour chaque station donne facilement la vitesse de rotation.

La pertinence de ce résultat peut être confirmée par le résultat sur la station Mawson, la station 4 en partant du haut sur la Figure 7 (à gauche), qui montre autour des années 1990 une intensité correspondant en effet à une période où cette onde est connue comme étant particulièrement marquée. Le fait que la modulation observée par les océanographes soit plus particulièrement visible sur cette station de l'océan Indien peut avoir plusieurs raisons. Si l'on exclut une explication numérique (données moins bruitées qu'ailleurs ou encore méthodologie mieux adaptée dans ce cas), on peut en chercher la cause dans le fonctionnement du système austral et de cette onde. En effet, comme nous l'avons expliqué, l'onde circumpolaire se détecte sur l'océan austral à travers des anomalies de température et hauteur de la mer, pression atmosphérique et étendue des glaces de mer. Or l'anomalie de l'étendue des glaces – difficile à comprendre car les glaces de mer disparaissant totalement durant l'été austral (il faut invoquer un effet mémoire d'un hiver sur l'autre) – est plus marquée dans l'océan Indien (de 20 à 100 °E) contrairement aux autres anomalies qui sont plus marquées dans les océans Pacifique et Atlantique [22]. Les glaces de mer pourraient ainsi avoir un rôle particulier dans les mécanismes de cette onde et notamment transmettre le signal sur le continent.

Ainsi, d'après ces travaux préliminaires, il semble bien que l'onde circumpolaire Antarctique soit bien détectable sur le continent à partir de ces données et avec la méthodologie employée. Il semble aussi que la confiance en celle-ci puisse nous permettre d'affirmer que l'onde est plus particulièrement perceptible dans certains secteurs côtiers de l'Antarctique et nous donne ainsi des indices pour mieux en comprendre la propagation et la cause.

Dissection multi-échelle de quelques systèmes naturels

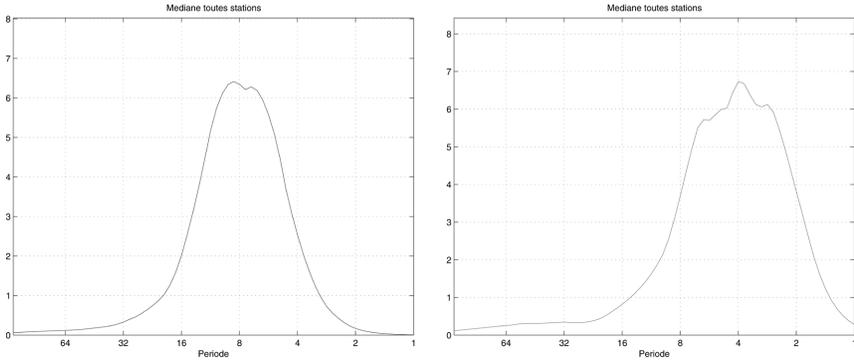


Figure 6. — Médiannes des spectres en ondelettes pour les 11 stations, pour les modes 5 (à gauche) et les modes 4 (à droite).
En abscisse : la période en ans. En ordonnées : l'amplitude normalisée

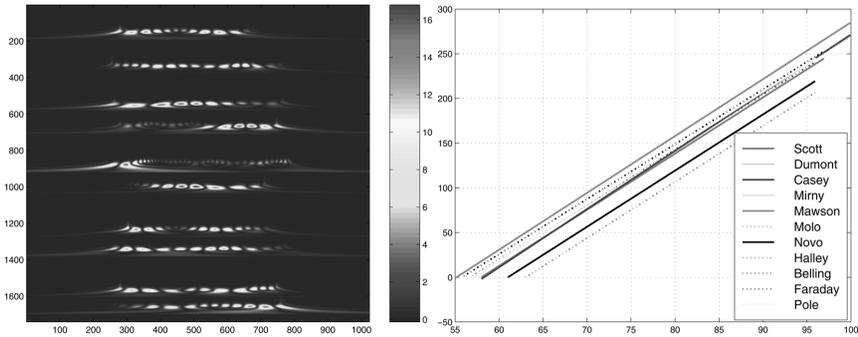


Figure 7. — À gauche, phases des transformées en ondelettes des modes 5 (à 8 ans) recalées en longitude. En abscisse : l'échantillonnage en mois. En ordonnées : dixièmes de degrés de longitude. À droite : phases des modes 5 (à 8 ans). En abscisse : la date modulo 1900. En ordonnées : la phase « déroulée » (non-modulo 2π)

5. Soleil et poursuite adaptée

5.1. Le nombre de groupes de taches et l'activité solaire

La variabilité du Soleil se traduit notamment sous la forme de taches dont le nombre varie suivant un cycle de période moyenne 11,2 ans et dont l'amplitude maximale peut aller du simple au triple. Ce cycle, dit « de 11 ans », a été déterminé pour la première fois par Heinrich Schwabe en 1843.

Puis, en 1855, Rudolf Wolf propose un comptage des taches pondéré par un coefficient dépendant de la méthode utilisée par l'observateur, de la subdivision des taches en groupes, de la taille et du grossissement du télescope, des conditions d'observation, etc. (ce nombre est connu sous le nom de « nombre de Wolf »). Aujourd'hui, l'indicateur en vigueur est le Nombre de Groupes de Taches, reconstruction homogène du nombre de Wolf, et fondée exclusivement sur le nombre de groupes [23]. Le nombre de groupe de taches utilisé dans cet article est celui calculé à partir de 349 000 observations journalières obtenues par plus de 350 observateurs entre 1610 et 1993 [24]. Le lecteur intéressé pourra télécharger les données à l'URL du *National Geophysical Data Center* : <http://web.ngdc.noaa.gov/stp/SOLAR/solar.html>. Elles sont représentées sur la Figure 8.

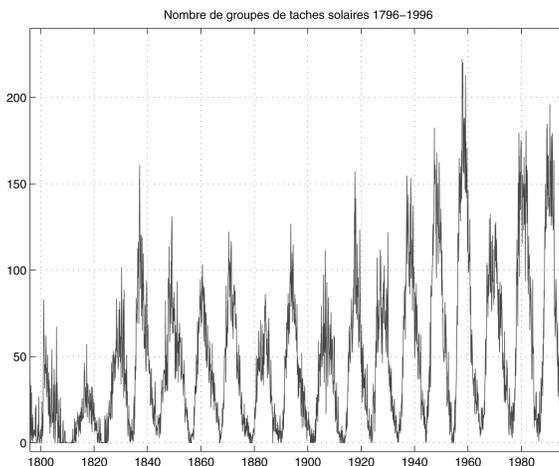


Figure 8. — Nombre de Groupes de Taches solaires entre 1796 et 1996

5.2. Analyse multi-échelle du cycle solaire

À l'aide d'une analyse en ondelettes, Ochadlick *et al.* [25] ont étudié la variation de la période du cycle solaire ainsi que celle du cycle de Gleissberg. Ils trouvent que la période du cycle n'est pas constante et suggèrent de plus que le cycle de Gleissberg peut également varier dans le temps. Leur analyse révèle aussi l'existence d'une oscillation de période comprise entre 50 et 70 ans présente entre 1700 et 1800 puis entre 1860 et 1930.

Une analyse en poursuite adaptée confirme ces résultats. Le cycle de Gleissberg est retrouvé à une période de 85 ans et une oscillation de 68

ans se manifeste également, bien que nous la détectons sur les deux siècles complets et non entre 1700 et 1800 et entre 1860 et 1930 comme Ochadlick.

La décomposition modale empirique présentée sur la figure 9 fait apparaître le cycle à 11 ans dans les modes 5 et 6. Le cycle de Gleissberg est également décelable dans le mode 8, à une période de 100 ans. L'analyse en poursuite adaptée des modes 5 et 6 est représentée Figure 10. Ces modes sont pratiquement à la même fréquence (périodes de 10.67 ans pour le mode 5 et de 11.77 ans pour le mode 6) et ce résultat peut être validé par celui obtenu par la décomposition en poursuite adaptée seule (voir Fig. 11). Dans ce cas, les deux premiers atomes de la décomposition se retrouvent respectivement aux périodes 11.01 ans et 10.67 ans. Un changement de période autour des années 1946 est ainsi mis en évidence par les deux décompositions. La densité d'énergie de la décomposition modale empirique (voir Fig. 12) confirme bien un événement «spectaculaire» (du type éjection de masse coronale) à la surface du Soleil, provoquant ainsi un glissement en fréquence du cycle de Schwabe.

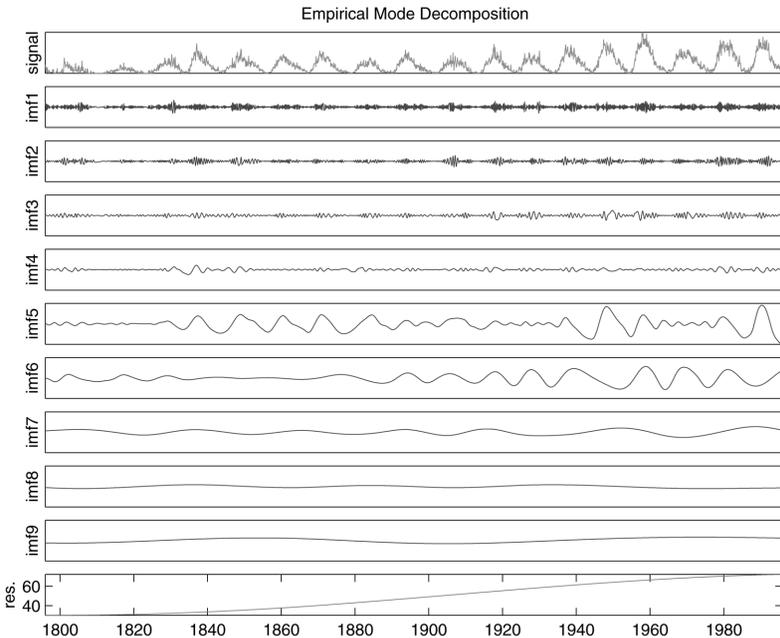


Figure 9. — Décomposition modale empirique du nombre de groupes de taches solaires. Le cycle à 11 ans est visible sur les modes 5 et 6

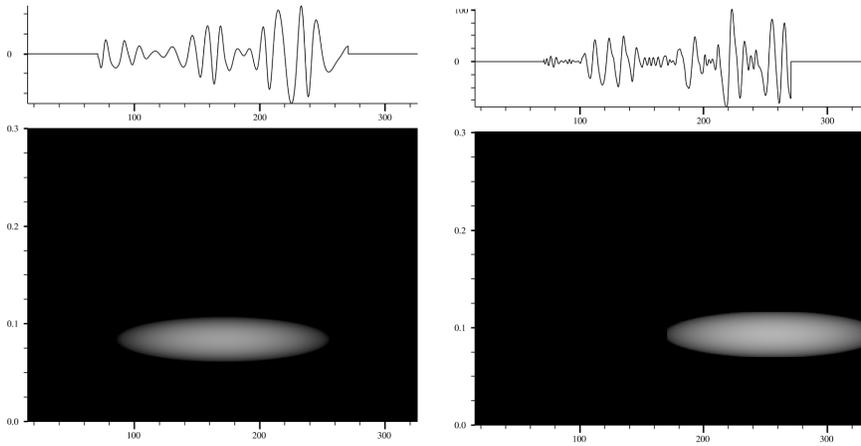


Figure 10. — Premier atome de la décomposition en poursuite adaptée des modes 5 (à gauche) et 6 (à droite) révélant le cycle à 11 ans

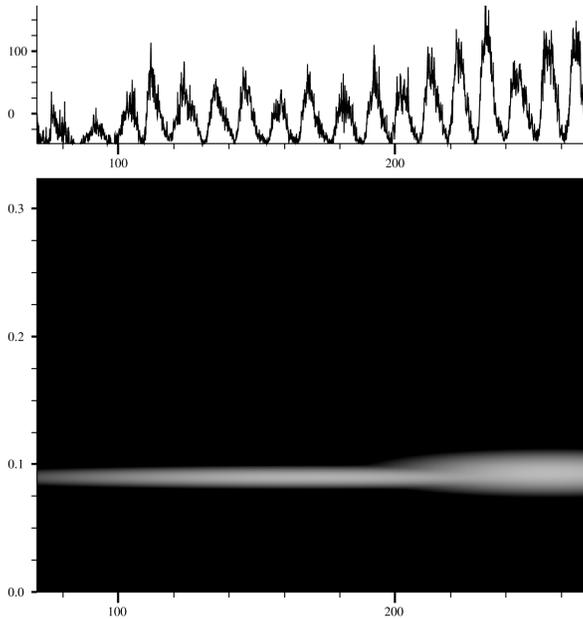


Figure 11. — Les deux premiers atomes de la poursuite adaptée du nombre de groupes de taches solaires. Un changement de fréquence apparaît autour de 1946. Abscisses : échantillonnage en mois

Dissection multi-échelle de quelques systèmes naturels

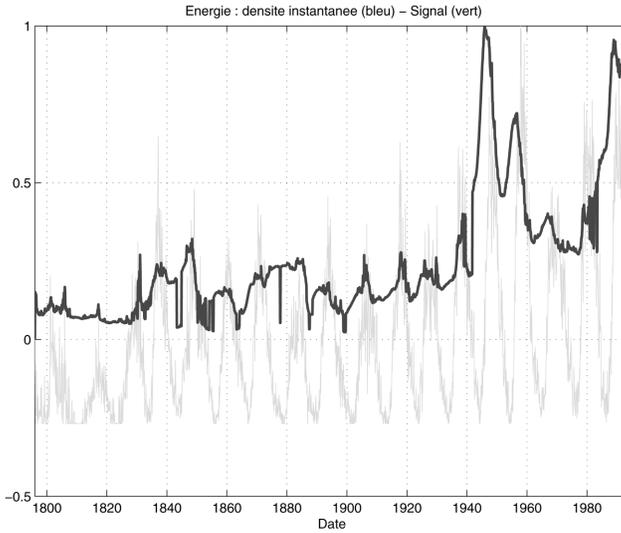


Figure 12. — Densité d'énergie de la décomposition modale empirique, à comparer avec la poursuite adaptée de la figure précédente. Un maximum d'énergie apparaît également en 1946. Cette date correspond à une activité solaire d'une importance exceptionnelle

Enfin, le mode 6 du Pôle Sud peut être superposé avec le nombre de groupes de taches solaires sur la durée commune d'observation (de 1953 à 1996) comme on peut le voir sur la Figure 13. Ces deux grandeurs sont en opposition de phase avec un léger décalage. Ceci suggère une augmentation de température en période d'activité solaire minimale. On observe cette relation avec les données de la station du Pôle Sud et non avec les stations cotières. La station du Pôle Sud étant à plusieurs centaines de kilomètres des océans, elle est donc moins sensible aux perturbations atmosphériques et océaniques liées à tout le système austral. Ce résultat est probablement représentatif de la variation de température à grande échelle.

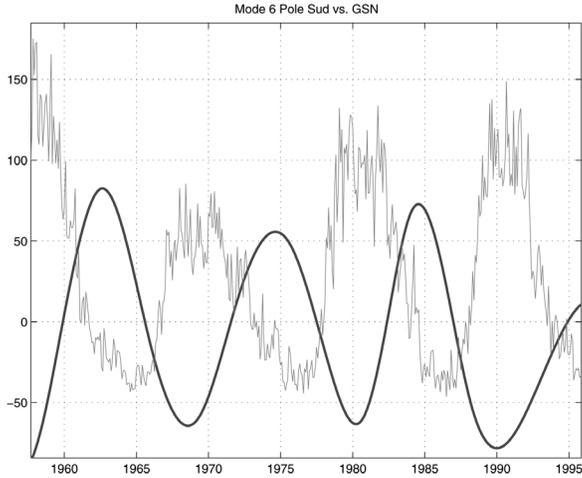


Figure 13. — Mode 6 du Pôle Sud superposé avec le nombre de groupes de taches solaires. Les deux grandeurs sont en opposition de phase avec un léger décalage. Ceci suggère une augmentation de température en période d'activité solaire minimale. Le coefficient de corrélation est de 0.72. On observe cette relation avec les données de la station du Pôle Sud et non avec les stations cotières. La station du Pole Sud est à plusieurs centaines de kilomètres des océans et elle est donc moins sensible aux perturbations atmosphériques et océaniques liées à tout le système austral. Cette corrélation traduit probablement la variation de température à grande échelle.

6. Conclusion : quelle nouvelle information en climatologie ?

Dans les données de température de l'Antarctique, il est clair que l'on observe dans le mode 5 un signal net que l'on retrouve sur toutes les stations. Il semble bien que l'on détecte là la signature d'une onde qui devrait être l'onde circumpolaire Antarctique. Beaucoup de travail reste encore à réaliser sur les phases et les relations entre phases pour comprendre comment se déplace ce signal. En particulier, les phases présentées sur la Figure 7 ont subi un ajustement linéaire. Leur caractère non-linéaire suggérerait que le centre de cette onde tournante se déplacerait également sur le continent. Le mouvement de l'onde ne serait donc pas circulaire mais hélicyclodal. La réponse à cette question nécessite un certain nombre de modélisations qui sont actuellement en cours.

On retrouve également sur certaines stations une modulation qui pourrait correspondre à ce que les océanographes observent. Il faudra en recher-

cher les causes dans la situation géographique de celles-ci, qui peuvent être dans des zones où les interactions entre l'océan austral et le continent sont plus intenses qu'ailleurs. Cela peut constituer une piste pour comprendre certains des mécanismes climatiques de la région.

Une fois ces caractéristiques obtenues, ceci nous amènera aussi tout naturellement à nous plonger dans l'analyse dynamique des observations par des méthodes non-linéaires. Si dans un cas idéal cette évolution peut être décrite par un ensemble d'équations différentielles, malheureusement, dans la réalité expérimentale qui nous concerne ici, on dispose simplement des séries temporelles, et l'on souhaite déterminer le type d'évolution qui les a engendrées, alors que le mécanisme sous-jacent est méconnu. La question qui se posera sera donc de savoir comment identifier correctement la dynamique d'une oscillation, et comment en faire ressortir les caractéristiques les plus significatives. Les travaux rassemblés par Weigend et Gershensfeld [26] dans le contexte de l'évolution des systèmes dynamiques, montrent bien que l'on peut attendre des retombées très intéressantes de ce type d'approche dans la compréhension des mécanismes susceptibles d'entretenir cette onde.

Les données du nombre de groupes de taches solaires révèlent une corrélation entre température sur terre en Antarctique et activité solaire. Avant toute conclusion relative à la climatologie, les corrélations avec la température en Arctique et dans des régions tempérées doivent être étudiées, afin de pouvoir analyser ce résultat. Si ces corrélations s'avèrent vraies essentiellement en Antarctique, il faudra en rechercher les causes via la ionosphère et comprendre le mécanisme d'anti-corrélation en tenant compte de la spécificité polaire.

L'analyse multi-échelle de ces deux systèmes naturels a mis en évidence des signaux de très faible amplitude (onde circumpolaire Antarctique) ou des signaux dérivant en fréquence (période solaire à 11 ans), ce qu'aucune autre méthodologie n'avait encore permis à ce jour.

Bibliographie

- [1] E. ANTERRIEU, P. WALDTEUFEL, G. CAUDAL. — About the effects of instrument errors in interferometric radiometry, *Radio Science*, 38(3), p. MAR9-1 (2003).
- [2] A. BIJAOUÏ. — Transformation en ondelettes et applications en sciences de l'Univers, *Journal de Physique IV (Proceedings)*, 12(1), p. 53-84 (2002).
- [3] S. ROQUES, B. SERRE, N. DOLEZ. — Band-limited interpolation applied to the time series of rapidly oscillating stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 308(3), p. 876-886 (1999).

- [4] J.C. KING, J. TURNER. — Antarctic meteorology and climatology, Cambridge University Press, p. 404 (1997).
- [5] D.L. HARTMANN. — Global physical climatology, Academic Press Inc., p. 411 (1994).
- [6] N.E. HUANG, Z. SHEN, S.R. LONG, M.C. WU, E.H. SHIH, Q. ZHENG, C.C. TUNG, H.H. LIU. — The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Nonstationary Time Series Analysis, Proceedings of the Royal Society of London, A, 454, p. 903-995 (1998).
- [7] P. FLANDRIN, P. GONÇALVES. — Empirical Mode Decompositions as a Data-Driven Wavelet-Like Expansions, Int. Journal of Wavelets, Multires. and Info. Proc., 2(4), p. 477-496 (2004).
- [8] S. MALLAT, Z. ZHANG. — Matching pursuit with time-frequency dictionaries, IEEE Trans. Signal Process., 41(12), p. 3397 (1993).
- [9] F. RÉMY. — L'Antarctique, la mémoire de la terre vue de l'espace, CNRS Edition, p. 152 (2003).
- [10] T.J. BOGDAN. — Sunspot Oscillations: A Review, Solar Physics, 192, Issue 1/2, p. 373-394 (2000).
- [11] Z. MOURADIAN. — Gleissberg cycle of solar activity, Proc. Sd. Solar Cycle and Space Weather Euroconference, Vico Equense, Italy. Editor: Sawaya-Lacoste (H.), ESA Publications Division SP-477, p. 151-154 (2002).
- [12] K. LASSEN, E. FRIIS-CHRISTENSEN. — Variability of the solar cycle length during the past five centuries and the apparent association with terrestrial climate, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, 57, p. 835-845 (1995).
- [13] C.J. BUTLER. — Maximum and minimum temperatures at Armagh Observatory, 1844-1992, and the length of the sunspot cycle, Solar Physics, 152(1), p. 35-42 (1994).
- [14] F. RÉMY, L. TESTUT, B. LEGRESY. — Random fluctuations of snow accumulation over Antarctica and their relation to sea level change, Climate Dynamics, 19, p. 267-276 (2002).
- [15] W.B. WHITE, R.G. PETERSON. — An Antarctic circumpolar wave in surface pressure, wind, pressure and sea-ice extent, Nature, 380, p. 699-702 (1996).
- [16] W.M. CONNOLLEY. — Long term variation of the Antarctic Circumpolar Wave, J. of Geophys. Res., 108(C4), p. 3-1,3-12 (2003).
- [17] D.M. SONECHKIN, N.M. DATSENKO. — Wavelet Analysis of Nonstationary and Chaotic Time Series with an Application to the Climate Change Problem, Pure and Applied Geophysics, 157(4), p. 653-677 (2000).
- [18] C. THIÉBAUT, S. ROQUES, Timescale and time-frequency analyses of irregularly sampled astronomical time series, à paraître dans Applied Signal Processing (2005).
- [19] C. TORRENCE, G.P. COMPO. — A Practical Guide to Wavelet Analysis, Bull. Amer. Meteor. Soc., 79, p. 61-78 (1998).
- [20] P. FLANDRIN, G. RILLING, P. GONÇALVES. — Empirical Mode Decomposition as a Filter Bank, IEEE Sig. Proc. Lett., 11(2), p. 112-114 (2004).
- [21] N.E. HUANG, Z. SHEN, S.R. LONG. — A new view of nonlinear water waves: The Hilbert spectrum, Ann. Rev. of Fluid Mechanics, 31, p. 417-457 (1999).
- [22] W.B. WHITE, P. GLOERSEN, I. SIMMONDS. — Tropospheric response in the Antarctic circumpolar Wave along the Sea Ice Edge around Antarctica, J. of Climate, p. 2765-2779 (2004).

- [23] D.V. HOYT, K.H. SCHATTEN, E. NESMES-RIBES. — The one hundredth year of Rudolf Wolf's death: do we have the correct reconstruction of solar activity ? *Geophys. Research Letters*, 21(18), p. 2067-2070 (1994).
- [24] A. VIGOUROUX. — Étude de la variabilité solaire à long terme, Thèse européenne, Observatoire de Nice (1996).
- [25] A.R.Jr OCHADLICK, H.N. KRITIKOS, R. GIEGENGACK. — Variations in the period of the sunspot cycle, *Geophys. Res. Lett.*, 20, p. 1471 (1993).
- [26] A.S. WEIGEND, N.A. GERSHENFELD Eds.. — Time-series prediction, Vol. XV, Addison-Wesley (1993).