

MARCEL PICHOT

Sur les courbes de déformation des grès

Annales de la faculté des sciences de Toulouse 3^e série, tome 18 (1926), p. 41-116

http://www.numdam.org/item?id=AFST_1926_3_18__41_0

© Université Paul Sabatier, 1926, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LES COURBES DE DÉFORMATION DES GRÈS

Par M. MARCEL PICHOT

Chef de Travaux de Physique à la Faculté des Sciences de Toulouse.



INTRODUCTION

1^o Intérêt scientifique de l'étude de l'élasticité des roches.

Dans le but de déterminer les constantes élastiques, qui permettent le calcul des vitesses de propagation des ondes sismiques, MILNE et GRAY (1881), NAGAOKA (1900), KUSAKABE (1901), (1904-1906), F. D. ADDAMS et E. G. GOKER (1900), E. ODDONE (1911), H. ADAMS et E. D. WILLIAMSON (1923)⁽¹⁾ ont étudié l'élasticité de certaines roches par différentes méthodes : flexion, torsion, compression, bille.

1^o Ces auteurs ont constaté l'élasticité imparfaite des roches : élasticité imparfaite qui se traduit par des loupes d'hystérésis ou le phénomène facilement observable de réactivité.

2^o Ils ont déterminé les constantes physiques E et μ (module d'Young et coefficient de glissement ou rigidité) en opérant sur des cycles d'amplitude plus ou moins grande et en appliquant à des roches anisotropes, les formules déduites de la théorie classique de l'élasticité : *celle-ci suppose essentiellement la rectilignité des cycles et l'isotropie de la matière.*

Pour les petites déformations des solides isotropes et à la seule condition que le principe de la superposition des forces ou des déformations soit admissible, la théorie de l'élasticité conduit à la relation :

$$2 < E : \mu < 3.$$

NAGAOKA donne une liste de roches pour lesquelles

$$E : \mu = 4, 5, 6, 7.$$

(1) On trouvera une excellente bibliographie dans le Mémoire publié par MM. Ch. MAURAIN et H. LABROUSTE au *Journal de Physique*, série 6, t. VI, p. 74.

3° La constante élastique ou module brut, pour un phénomène de *déformation parfaitement élastique*, est le quotient de la variation ΔC de la variable mécanique C , par la variation Δn de la variable géométrique n .

Prendre pour mesure du module brut d'élasticité parfaite, en un point C, n d'une courbe expérimentale, la valeur de la tangente trigonométrique de l'angle de la tangente à la courbe au point C, n , avec l'axe des déformations, c'est négliger le phénomène de réactivité qui, pour les roches, est du même ordre de grandeur que le phénomène d'élasticité parfaite. Les courbes expérimentales sont le résultat complexe de ces deux groupes au moins de phénomènes agissant simultanément.

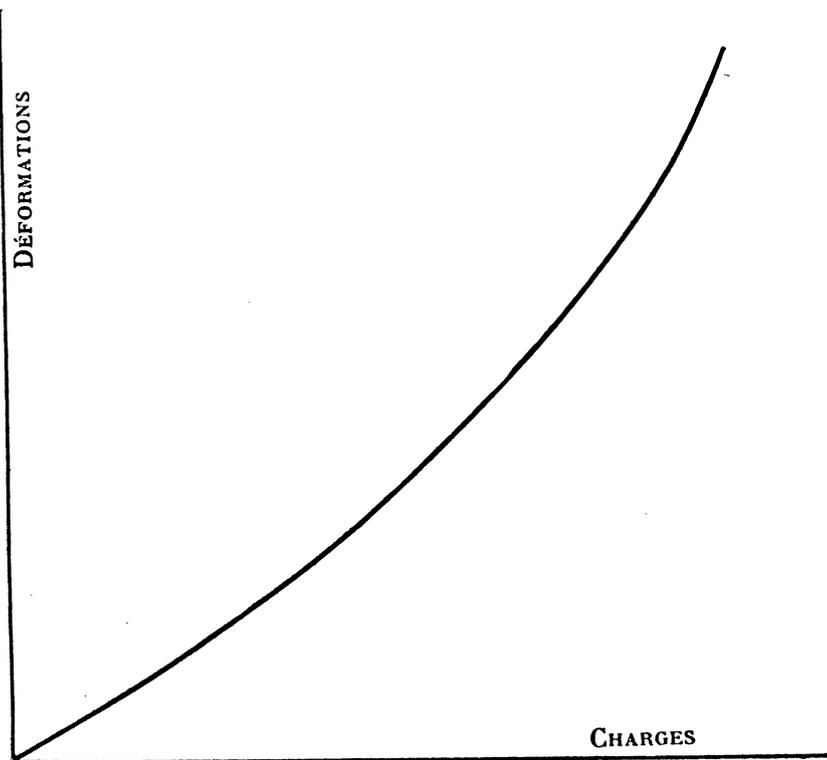


FIG. 1.

4° La technique expérimentale est mauvaise. Les auteurs font varier la charge par le moyen de poids qu'ils placent dans un plateau ou qu'ils enlèvent, d'où des chocs inévitables, par suite, des perturbations qu'on ne peut pas interpréter.

Aussi l'étude des roches, poussée d'ailleurs jusqu'aux plus grandes déformations, est à reprendre. Nous avons opéré, jusqu'à présent, sur des grès d'origines diverses.

Après les nombreux travaux de M. BOUASSE sur la théorie de l'élasticité et la résistance des matériaux, la technique expérimentale est fixée. C'est d'ailleurs sur les

conseils de M. BOUASSE que nous avons entrepris ce travail; nous lui adressons ici nos remerciements.

Les expériences ont été faites au Laboratoire de la Faculté des Sciences de Toulouse.

2° Déformations parfaitement élastiques. Déformations réactives. Cessions.

Une déformation est dite *parfaitement élastique* lorsque la courbe (variable mécanique, variable géométrique) peut être arbitrairement parcourue dans les deux sens. Le parcours est, en particulier, indépendant de la loi suivant laquelle le point figuratif se déplace avec le temps. Le phénomène de déformation est dit d'élasticité parfaite.

On dit qu'il y a *hystérésis* lorsque la courbe de retour ne se superpose pas à la courbe d'aller. La déformation au retour à la charge nulle est la déformation résiduelle.

Si la déformation résiduelle disparaît avec le temps, celle-ci est dite *subpermanente*; si elle ne disparaît pas avec le temps elle est dite permanente.

Dans certaines limites les grès ne subissent que des déformations subpermanentes.

La variable mécanique variant de O à C, si à un moment donné nous maintenons celle-ci constante, la variable géométrique varie avec le temps. On dit que la déformation est réactive. « La caractéristique de ces phénomènes est l'existence d'une forme déterminée pour chaque valeur de la variable mécanique; mais cette forme n'est pas atteinte instantanément; elle se présente comme une limite » (1).

HYPOTHÈSE FONDAMENTALE.

La variable mécanique variant avec le temps, nous admettrons que la déformation observée est la somme de deux déformations: une déformation d'élasticité parfaite, et une autre déformation que nous appellerons *cession*.

(1) BOUASSE, A. F. S., Toulouse, 1905. *Sur les Métaux du type visqueux*, p. 386.

CHAPITRE PREMIER

APPAREILS ET TECHNIQUE EXPÉRIMENTALE

3° Choix de la déformation.

Un grès est formé de grains de quartz plus ou moins gros, liés entre eux par un ciment argileux, calcaire, voire siliceux. C'est une matière plus ou moins friable, d'où l'obligation d'opérer sur des éprouvettes de dimensions suffisantes, pour que la roche conserve sa cohésion et une forme géométrique aussi simple que possible. Nous avons opéré sur des échantillons prismatiques à base carrée ou rectangle ($250 \times 30 \times 3$ mill. par exemple).

De tels échantillons subissent des flexions parfois considérables sans se désagréger ou se rompre. Les déformations avant la rupture de traction ou de torsion sont très petites et nécessitent pour leur mesure des appareils peu faciles à construire avec les moyens dont dispose un laboratoire de Faculté.

Dans la plupart des cas, nous avons utilisé la flexion plus facile à mettre en évidence. Ce n'est que pour *l'itacolumite*, roche particulièrement déformable, que nous avons utilisé la compression, la traction, la torsion.

On pourra nous objecter qu'ainsi faisant, nous avons considérablement augmenté la difficulté du problème. Un cylindre soumis à une traction uniforme dans la direction des génératrices subit, dit-on, une déformation homogène. Déjà la torsion est un phénomène hétérogène, la déformation identique en tous les points d'un tube élémentaire varie d'un tube à l'autre. Dans le cas de la flexion les portions qui sont du côté de la concavité sont comprimées ; de plus le rayon de courbure n'est pas constant tout le long d'une fibre élémentaire, l'hétérogénéité est double, d'où complications probables dans l'étude scientifique d'un pareil système de déformation. Mais ces complications sont de faible importance si nous nous bornons à la recherche des résultats qualitatifs.

D'ailleurs dans le cas où nous avons pu utiliser soit la traction, soit la torsion, nous avons trouvé des phénomènes analogues à ceux décélés par la flexion. Pour un grès ordinaire, la flexion seule est facilement mesurable.

Dans toutes nos expériences la variable mécanique est imposée, elle varie d'une manière continue ; la variable géométrique est déterminée à chaque instant par une méthode convenable.

4° Lames de grès en expérience.

Les grès sont sciés en lames ⁽¹⁾ de 20 à 25 centimètres de long, 2 à 3 centimètres de large, 2 à 5 millimètres d'épaisseur; les lames sont rendues aussi plan-parallèles que possible, par usure sur un plan d'acier, en utilisant du carborandum comme abrasif.

Dans un même bloc sont taillées des lames de différentes épaisseurs, largeurs, longueurs; certaines lames sont sciées dans le sens du lit de la roche; d'autres perpendiculairement à la direction du lit. Les différentes lames taillées dans un même bloc sont conservées dans une enceinte desséchante, et autant que possible expérimentées dans les mêmes conditions de température et d'état hygrométrique.

5° Définition de la déformation de flexion.

La lame prismatique de grès est encastrée à l'une de ses extrémités et libre à l'autre. Elle est fléchie par une force appliquée à l'extrémité libre et normalement à sa direction.

La lame est verticale, la force horizontale, de sorte que le poids de la lame n'intervient pratiquement pas dans les limites expérimentales de flexion (du moins pour les grès ordinaires).

6° Appareil de flexion.

L'appareil réalisant la déformation précédemment définie est constitué par une double balance dont les fléaux F_1 , F_2 (*fig. 2*), respectivement équilibrés par des contrepoids, sont mobiles autour des arêtes parallèles des couteaux O_1 et O_2 .

Les bras verticaux de ces fléaux sont terminés par des chapes (*fig. 2* en haut et à droite), dans lesquelles les axes $A A'$ et $B B'$ sont mobiles.

Le fil $A B$, soudé aux axes $A A'$ et $B B'$, sert de bielle. Lorsque les fléaux s'inclinent et pour de petits angles, $A B$ subit une translation horizontale.

Perpendiculairement au plan des fléaux et au milieu du fil $A B$ est soudé l'axe ab . Cet axe est mobile dans la chape P (*fig. 2* en haut et à gauche).

La lame en expérience est encastrée, par l'une de ses extrémités, dans l'étau E à mâchoires verticales, et est fixée à la chape P au moyen de cire Golaz par l'autre extrémité. En inclinant les fléaux, on produit la flexion de la lame dans un sens ou dans l'autre, l'extrémité inférieure étant libre et soumise à une force horizon-

(1) M. le professeur JACOB et M. le professeur FABRE ont bien voulu mettre à notre disposition l'outillage de leur laboratoire. Nous leur adressons ici nos bien sincères remerciements.

tale. Le plan des fléaux est un plan de symétrie pour la lame et pour la force appliquée; la flexion est plane. La mesure de la flèche se déduit de la mesure de la rotation des fléaux. Le miroir plan m permet, à l'aide d'une lunette et d'une règle de verre divisée, convenablement éclairée, la mesure de la rotation par la méthode de POGGENDORF.

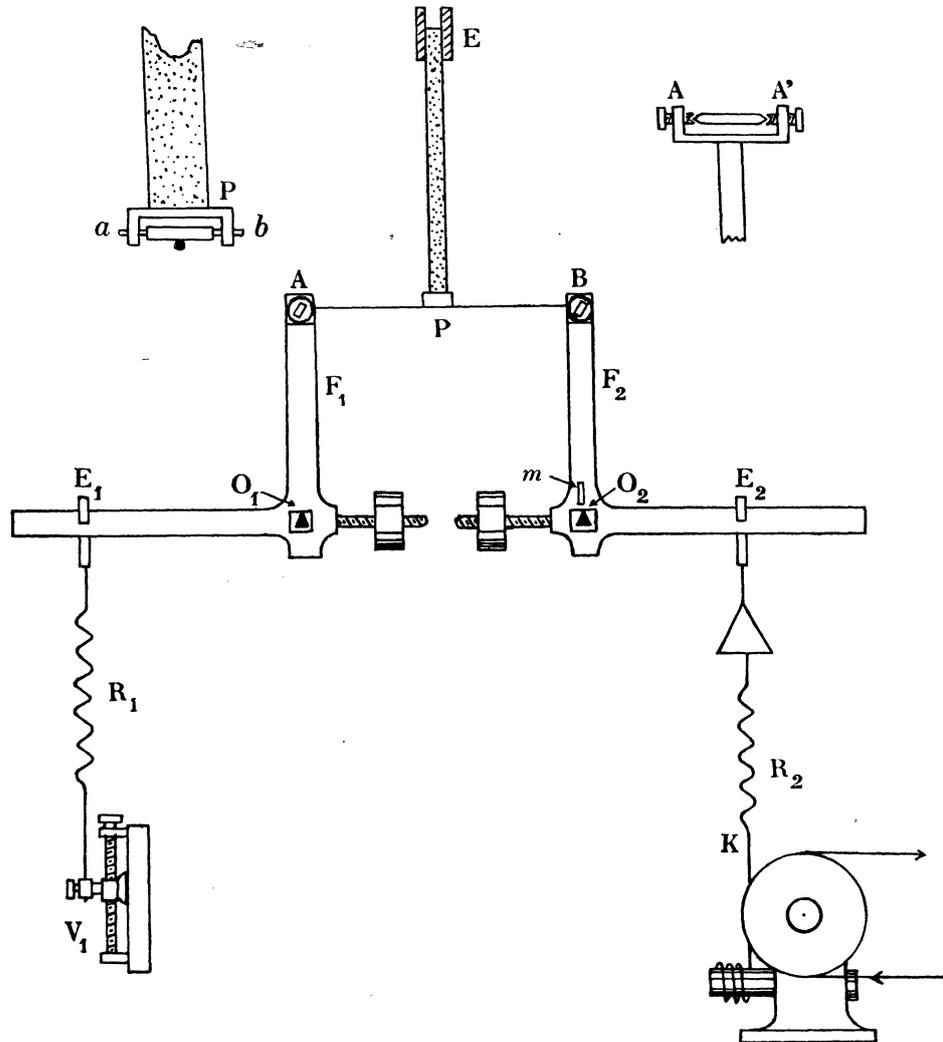


FIG. 2.

7° Charge variant proportionnellement au temps. Emploi d'un débit d'eau.

Voici le dispositif que nous avons adopté au début de nos recherches.

Des seaux légers étaient suspendus aux étriers E_1 , E_2 . Ceux-ci reposaient pour leur arête sur les branches horizontales des fléaux.

La charge était produite par l'arrivée d'eau dans l'un ou l'autre seau. Comme nous nous proposons de réaliser des cycles, il était nécessaire d'obtenir des débits rigoureusement égaux pendant un temps suffisant, ce qui est pratiquement impossible lorsqu'on se sert d'ajutages reliés à des vases à niveau constant.

Mais au moyen d'écoulements en minces parois, et en compensant la différence du diamètre des ouvertures par une différence de niveau maintenue constante, nous étions arrivé à avoir deux débits parfaitement constants et égaux pendant plusieurs heures; un dispositif permettait la mise en charge instantanée des seaux ou d'interrompre la charge.

Mais voici les inconvénients du dispositif :

1° Au moment de la mise en charge ou de la suppression de la charge, il se produisait un choc provenant de l'arrivée ou de la suppression de la colonne liquide dans le seau.

2° Les seaux se remplissant, le fil A B était soumis à des tensions croissantes, il s'allongeait.

3° Enfin au bout de deux ou trois cycles les seaux étaient pleins.

C'est pour ces raisons que nous avons abandonné cette technique et adopté la technique suivante, malgré les critiques possibles.

8° Charge variant proportionnellement au temps. Emploi de ressorts à boudin.

A condition de produire des allongements petits, par rapport à la longueur, l'élasticité d'un ressort à boudin est parfaite. Nous nous sommes servi de ressorts à boudin, utilisés dans ces conditions, pour produire des forces verticales appliquées en E_1 et E_2 .

Un ressort R_1 est suspendu à l'étrier E_1 et est fixé d'autre part à la vis sans fin V_1 .

Un plateau est suspendu à l'étrier E_2 ; à ce plateau est suspendu le ressort R_2 .

La loi du mouvement de l'extrémité inférieure K du ressort R_2 , fixe la loi de variation par rapport au temps de la force horizontale appliquée à la lame en expérience.

Pour obtenir un mouvement rectiligne et uniforme du point K, un fil flexible et inextensible, attaché en K, s'enroule d'autre part autour de l'axe lent d'une vis tangente, tournant d'un mouvement uniforme. Le mouvement dans un sens ou dans l'autre est communiqué à la vis tangente par l'intermédiaire d'un inverseur de vitesse; d'où instantanément la mise en charge, l'arrêt de la charge ou le changement de sens de la charge.

9° Charge variant sinusoidalement par rapport au temps.

Pour obtenir un mouvement sinusoidal du point K et par suite une charge variant sinusoidalement par rapport au temps, nous utilisons le système bielle-manivelle.

L'axe de la manivelle est l'axe lent A d'une deuxième vis tangente (*fig. 3*), la bielle est fixée à l'extrémité du ressort R_3 . Celui-ci est suspendu à l'étrier E_3 .

Un embrayeur permet la mise en marche instantanée ou l'arrêt du mouvement.

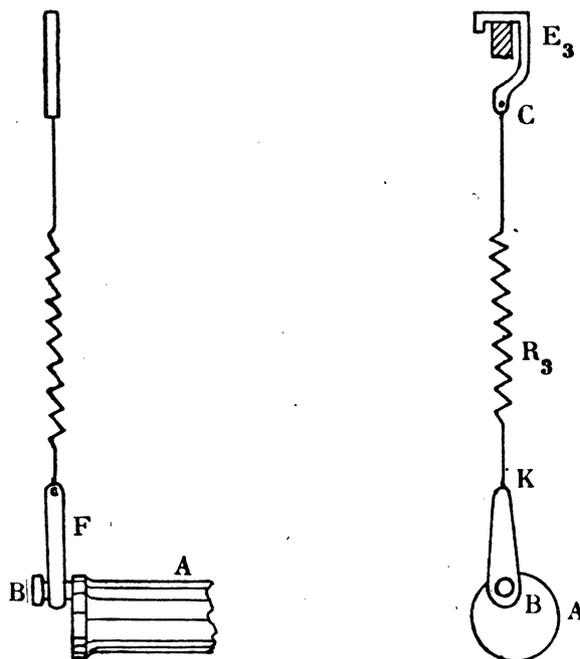


FIG. 3.

10° Détails de l'appareil. Réglages.

1° Tout l'appareil est enfermé dans une cabine à double paroi. Une fenêtre avec glace, laisse passer la lumière tombant sur le miroir et provenant d'une règle transparente convenablement éclairée placée à 3 mètres du miroir. Des ouvertures permettent le passage des cordes entraînant les vis tangentes. Des portes permettent la mise en place des appareils et des lames de grès. De l'acide sulfurique dans des cristallisoirs est destiné à dessécher l'atmosphère de l'enceinte. Un thermomètre enregistreur et un hygromètre enregistreur permettent de juger de la fixité de la température et de l'état hygrométrique pendant toute une série d'expériences.

2° La force motrice est empruntée à un moteur électrique actionnant un régulateur à boules pour la régularisation par tout ou rien et tournant d'un mouvement sensiblement uniforme. Le moteur entraîne un arbre portant outre une série de poulies, un volant de 1 m. 15 de diamètre. Le moment d'inertie de ce volant est considérable.

Au moyen de poulies, de cordes convenablement tendues et de l'inverseur de vitesse, le mouvement est transmis à l'axe rapide d'une vis tangente.

Au début, la lame n'étant pas en place, nous équilibrons le système des fléaux en agissant sur la vis V_1 , de manière à viser dans la lunette la division 500 de l'échelle (échelle sur verre de un mètre divisée en millimètres).

Ce réglage effectué, il s'agit de mettre en place la lame sans déformation; sans toucher à V_1 , nous devons dans la lunette viser la division 500.

Un déplacement de 500 divisions (500 mill. de l'échelle à 3 m.) correspond à une rotation de $1/12$ de radian, à un déplacement horizontal du fil AB de 13 millimètres, à un déplacement vertical de 0,5 mill. Dans les limites d'observation, le fil AB se déplace parallèlement à lui-même, de 26μ pour une division de l'échelle.

11° Mesure de la force de flexion et de la flexion.

Dans la position initiale le ressort R_1 est allongé de l_1 , le ressort R_2 (ou R_3) de l_2 (fig. 4).

Soit K_1 et K_2 les constantes élastiques des ressorts, a_1 et a_2 leurs distances aux axes de rotation des fléaux.

On a

$$(1) \quad a_1 k_1 l_1 = a_2 k_2 l_2.$$

Embrayons : l'extrémité K se déplace d'une quantité x , le système s'incline d'un angle θ .

L'allongement du ressort R_1 est :

$$l_1 + a_1 \theta.$$

L'allongement du ressort R_2 :

$$l_2 + x - a_2 \theta.$$

Soit C la force horizontale appliquée à l'extrémité libre de la lame, p_1 et p_2 les poids des fléaux, δ_1 et δ_2 les distances des centres de gravité G_1 et G_2 aux axes de rotation, b la distance OA.

Le mouvement étant très lent, les forces d'inertie sont négligeables.

L'équation d'équilibre est :

$$(2) \quad k_1 (l_1 + a_1 \theta) a_1 + Cb = k_2 (l_2 + x - a_2 \theta) a_2 + (p_1 \delta_1 + p_2 \delta_2) \theta.$$

En tenant compte de (1)

$$Cb = k_2 a_2 x - (a_1^2 k_1 + a_2^2 k_2 - p_1 \delta_1 - p_2 \delta_2) \theta.$$

La flèche

$$f = m \theta.$$

Si la relation :

$$a_1^2 k_1 + a_2^2 k_2 - p_1 \delta_1 - p_2 \delta_2 = 0$$

est satisfaite, la charge est proportionnelle au déplacement x de l'extrémité K du ressort R_2 .

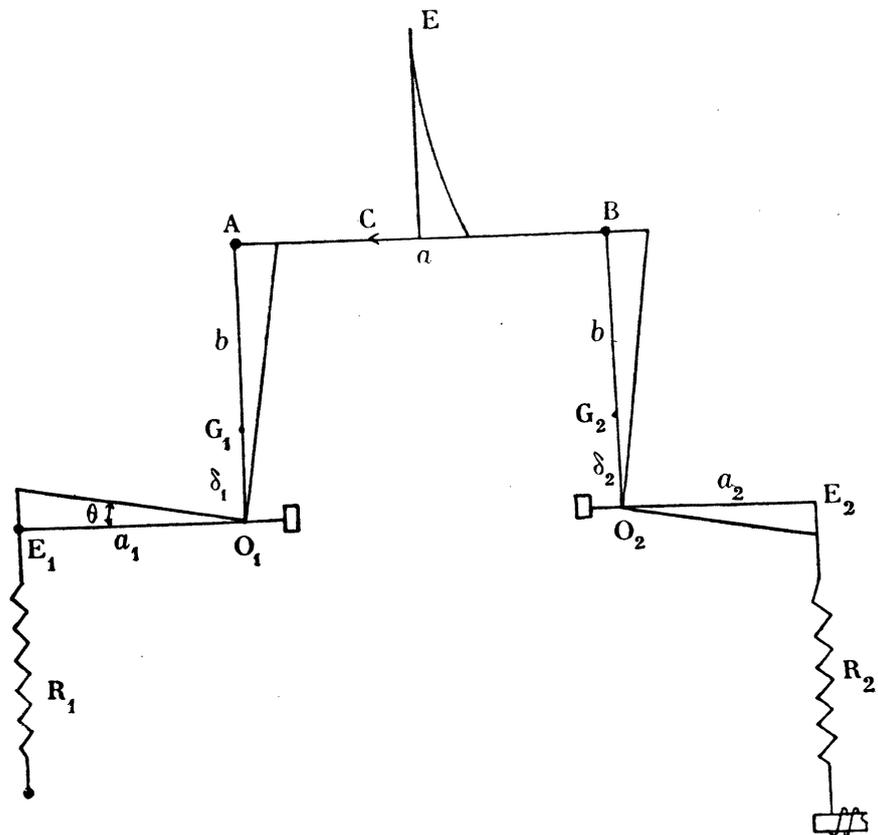


FIG. 4.

12° Mouvement uniforme.

1° Le déplacement du point K est proportionnel au nombre N de tours de l'axe rapide de la vis tangente.

Pour les compter, l'axe est muni d'un index. A chaque tour l'index touche la surface du mercure contenu dans une coupelle, et ferme un circuit comprenant un téléphone. On fait la lecture n dans la lunette au moment d'un top; entre deux tops, l'axe lent tourne de $1 : 48$ de tour; $1 : 48$ est le rapport de réduction de la vis tangente utilisée.

L'angle θ au N° top est proportionnel à $n - n_0$.

n_0 est la division de l'échelle pour la position initiale.

En définitive on a :

$$C = AN - B(n - n_0),$$

$$f = a(n - n_0)$$

A, B, a étant des constantes à déterminer par l'expérience.

Les ressorts doivent être choisis de manière que B soit petit devant A. La valeur de A par suite le choix du ressort R_2 dépend de la lame et de l'expérience à réaliser.

2° *Détermination expérimentale des constantes A, B et a.* — La balance est complètement libre, sans lame fixée au fil AB. On ajoute un poids de P grammes dans le plateau (fig. 2).

La balance s'incline de $n - n_0$

$$a_2 P = B(n - n_0) \quad \text{d'où B.}$$

Enlevons le poids P, faisons tourner l'axe rapide de N tours : la balance s'incline de $n' - n_0$

$$AN = B(n' - n_0) \quad \text{d'où A.}$$

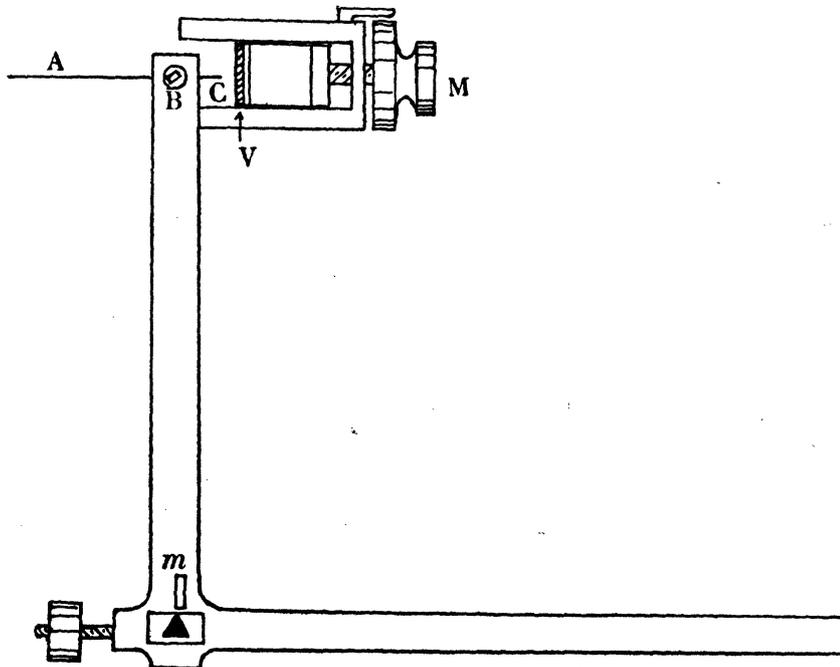


FIG. 5.

Il est ainsi possible d'obtenir A et B en grammes.

Si B est petit devant A, N mesure la charge, $n - n_0$ la flèche en unités arbitraires.

Reste à déterminer a .

La bielle AB est prolongée par l'aiguille BC (*fig. 5*); un morceau de glace V dont le plan est vertical et normal au plan du tableau est translaté horizontalement au moyen de la vis micrométrique M.

On amène au contact la pointe C de l'aiguille BC avec la surface de la glace V.

La translation du point C mesure le déplacement f de l'extrémité inférieure de la lame.

Le pas de la vis micrométrique est de $1/2$ millimètre, le tambour porte 100 divisions, on évalue facilement le 1 : 10 de la division.

a , peut donc être déterminée en millimètres par exemple, par une expérience préalable.

13° Mouvement sinusoïdal.

La loi du mouvement du point K est :

$$x = x_0 \sin \omega t = x_0 \sin 2\pi \frac{N}{48} t.$$

N étant le nombre de tours de l'axe rapide de la vis tangente on a :

$$C = A \sin 2\pi \frac{N}{48} - B(n - n_0),$$

$$f = a(n - n_0).$$

Pour B petit devant A, $\sin 2\pi \frac{N}{48}$ et $n - n_0$ mesurent la charge et la flèche en unités arbitraires.

Par un réglage convenable de l'index lié à l'axe rapide, l'amplitude maxima ou minima du point K doit correspondre à un top au téléphone.

14° Compression et traction.

1° Le fléau F (*fig. 6*), est mobile autour de l'arête du couteau C. Celui-ci repose par ses extrémités sur les sillons creusés sur les joues de la pièce L; sa longueur est suffisante pour maintenir invariable le plan d'oscillation. Le plateau Q est suspendu au fléau par l'intermédiaire d'un crochet. Le ressort R_1 est suspendu au plateau Q, un fil flexible fin en acier est attaché à l'extrémité K de R_1 et s'enroule autour de l'axe lent S d'une vis tangente.

Un fort poids P est vissé au-dessus du couteau C. Le centre de gravité du fléau est ainsi placé au-dessus de l'arête du couteau. Lorsqu'on incline le fléau, le couple résultant dû à la compression et à la traction des ressorts est équilibré en totalité ou en partie par le couple dû au poids du fléau (§ 11).

L'extrémité de la lame est fixée d'une manière aussi rigide que possible dans un étau E_1 . L'extrémité inférieure est prise dans la pièce en U, E_2 , soudée au fléau.

Pour mesurer les déplacements, le fléau est relié par le fil ab au levier l portant le miroir m . Le poids p maintient le fil tendu. Une échelle verticale convenablement éclairée et une lunette complètent le dispositif.

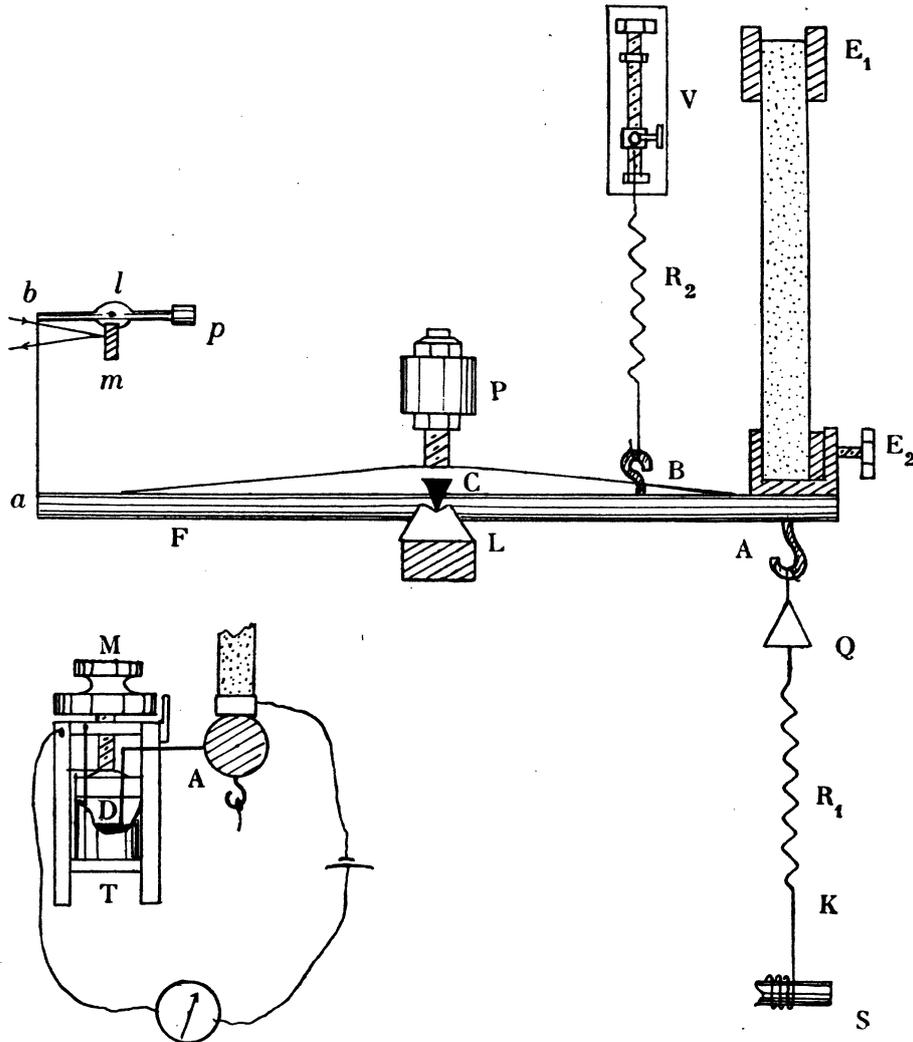


FIG. 6.

2° FORCE DE TRACTION OU DE COMPRESSION.

Soit F la force de traction ou de compression appliquée à l'extrémité inférieure de la lame, f la déformation.

Pour un mouvement uniforme de la vis tangente on a

$$F = AN - B(n - n_0) \quad f = a(n - n_0).$$

$(n - n_0)$ est le nombre de divisions de l'échelle qui passent sur le fil du réticule de la lunette pour N tours de l'axe rapide de la vis tangente.

Les constantes A et B sont mesurées en valeur absolue ou relative par la méthode indiquée § 12.

Pour déterminer a nous avons muni le fléau d'un index à angle droit AD , dont le plan vertical est normal au fléau. La vis micrométrique M , soulève ou abaisse un vase contenant du mercure. Nous amenons au contact le poids D avec la surface du mercure. Au moment du contact un circuit est fermé, l'aiguille de l'ampèremètre dévie brusquement.

15° Torsion.

1° EMPLOI D'UN FIL ÉLASTIQUE POUR PRODUIRE LE COUPLE DE TORSION.

Nous avons utilisé pour les appareils précédents des ressorts travaillant dans des limites de déformations élastiques. Dans l'appareil de torsion (*fig. 7*), nous utilisons l'élasticité d'un fil d'acier.

La barre AB supporte le fil F par l'intermédiaire de la pince tronconique a . Le fil F est engagé suivant l'axe de cette pince, un écrou produit le serrage.

La pièce c se compose d'un cylindre, de deux pinces tronconiques et d'une barre mm normale à l'axe des pinces et du cylindre.

Le fil F est fixé par sa partie inférieure dans la pince b .

Pour soutenir l'appareil, les fils flexibles AA'' , BB'' sont attachés par leurs extrémités aux barres AB et $A''B''$, et passent sur les poulies très mobiles $A'B'$. Un plateau P est suspendu au milieu de $A''B''$. Enfin un fil fin f est fixé d'une part dans la pince c , et d'autre part au plateau Q .

En chargeant convenablement les plateaux P et Q , nous fixons le système en hauteur et nous tendons convenablement le fil F .

L'extrémité supérieure de la lame en expérience est fixée dans l'étau E . L'extrémité inférieure est prise dans un parallélépipède creux en laiton, fixé à la barre AB . Le miroir M est fixé sur l'une des faces du parallélépipède.

Un peu au-dessous de mm , un plateau horizontal C est entraîné par le frottement de la petite poulie d . L'axe de la poulie est l'axe lent d'une vis tangente. L'axe du plateau est creux pour permettre le passage du fil f . Le plateau est divisé sur son pourtour en 360° .

La liaison entre le plateau P et l'appareil de torsion est réalisé au moyen des

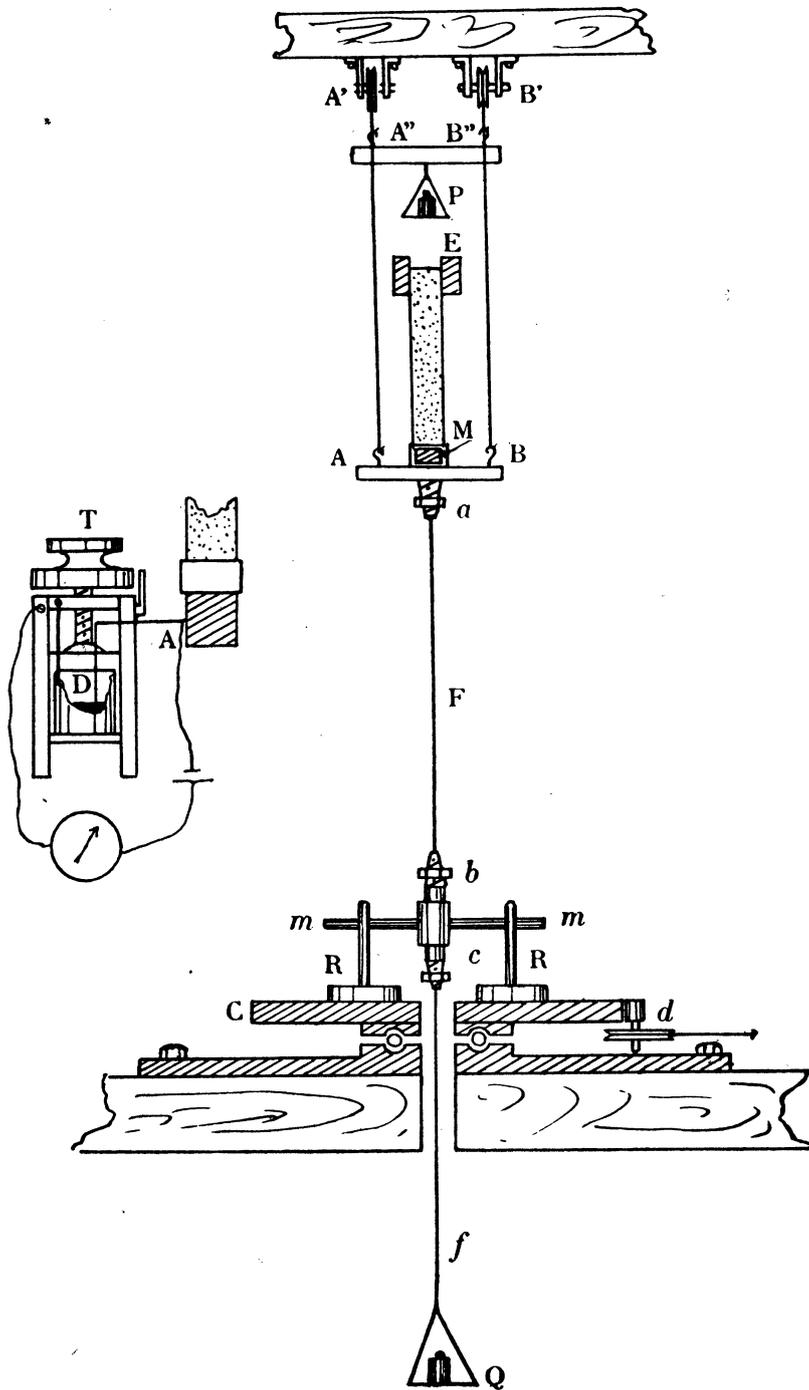


FIG. 7.

arrêts R. Ces arrêts sont des tiges verticales, soudées à des disques de plomb ; ils sont amenés à toucher la barre mm .

Pour les expériences, nous avons utilisé une partie des appareils décrits par M. BOUSSE dans le mémoire : *Sur les courbes de déformations des fils*, A. F. S., Toulouse, 2°, s. II, p. 434.

2° MESURE DU COUPLE DE TORSION.

Soit F le couple de torsion appliqué à l'extrémité inférieure de la lame. Pour le mouvement uniforme de la vis tangente on a

$$\begin{aligned} F &= A N - B (n - n_0), \\ \theta &= a (n - n_0). \end{aligned}$$

Sans lame attachée nous déterminerons la constante de torsion du fil en $gr \times cm$, par la méthode des oscillations, la barre AB étant maintenue fixe.

Nous déterminerons la rotation du plateau pour un tour de l'axe rapide de la vis tangente, d'où A .

Libérant la barre AB , nous déterminerons $n - n_0$ pour N tours de l'axe rapide de la vis tangente, d'où B .

L'échelle est à 230 centimètres du miroir ; une division de l'échelle de 1 millimètre correspond à une torsion de $1 : 2 \times 2300$ radian.

Nous produisons une compression ou une traction de lame, en plaçant des poids dans l'un des plateaux P ou Q . Un dispositif analogue à celui décrit au paragraphe 14-2°, et représenté sur la figure 7 en haut et à gauche, permet la mesure de la déformation.

En sorte que nous pouvons étudier la torsion d'une lame comprimée ou tendue.

CHAPITRE II

COURBES DE PREMIÈRE DÉFORMATION

16° Courbe de première déformation. Charge variant proportionnellement au temps.
Grès ordinaire.

La courbe de première déformation (*fig. 8*) commence par une partie O A nettement concave vers l'axe des déformations; elle se continue par la partie A B

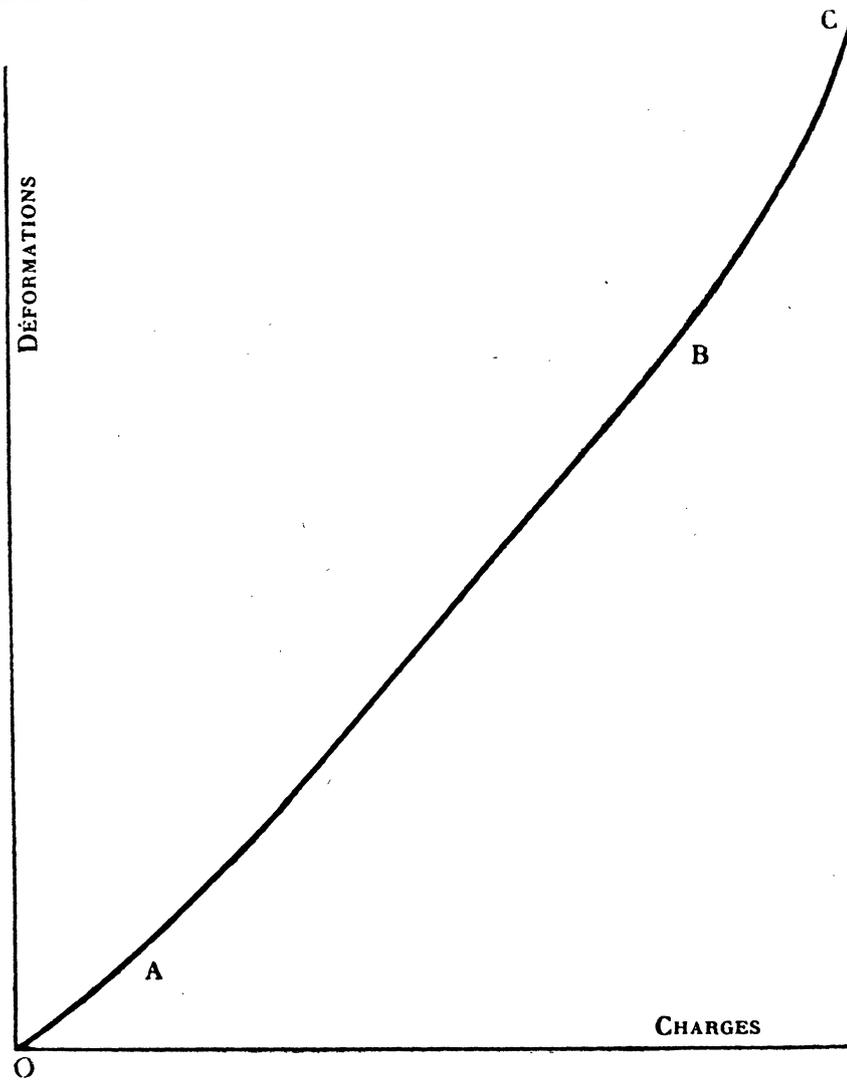


FIG. 8.

de petite courbure. Un peu avant la rupture, point C, la courbure augmente à nouveau. Cette partie B C correspond à une démolition de la roche au voisinage de la section de rupture, section voisine de l'encastrement.

Il n'existe pas de portion rectiligne à partir de l'origine de la courbe de première déformation; ce qui revient à dire qu'il n'y a pas, pour les grès, de champ d'élasticité parfaite, contrairement à ce qui se passe pour les métaux tels que le cuivre étiré; un grès se conduit comme un métal du type visqueux⁽¹⁾.

17° Déformation subpermanente.

1° Sans atteindre un point de BC (*fig. 8*), arrivé en B (charge C), déchargeons avec la même vitesse sans arrêt sous charge C.

La courbe de décharge commence par une partie nettement convexe vers l'axe des déformations, elle est suivie par une portion à faible courbure. A charge nulle on s'arrête avec une déformation résiduelle OD (*fig. 9*).

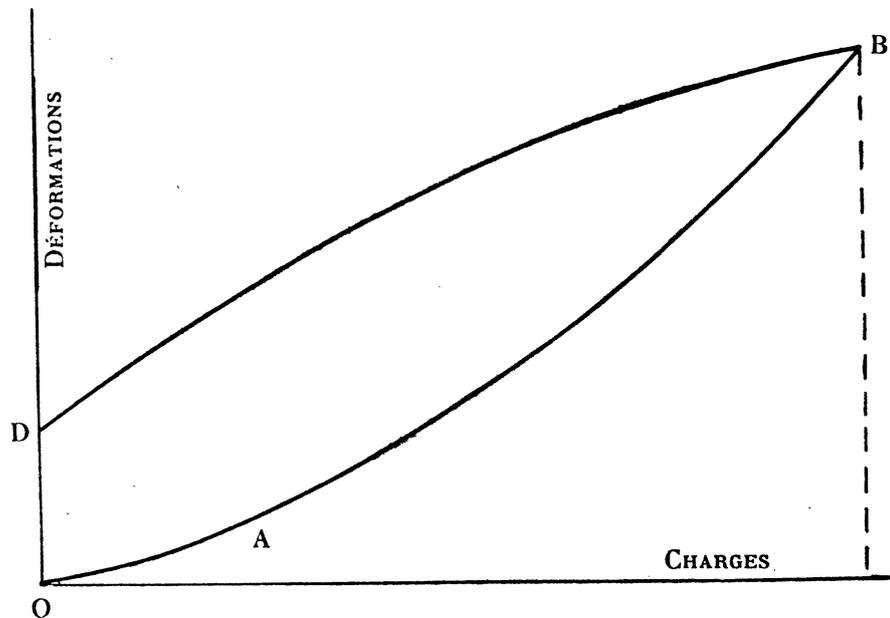


FIG. 9.

La déformation résiduelle OD, diminue avec le temps la lame restant sous charge nulle. Elle disparaît au bout d'un certain temps variable de quelques heures à quelques jours, suivant les lames et la force maxima atteinte pendant l'expérience.

Une première flexion, suivie d'une déflexion jusqu'à charge nulle, ne laisse apparaître qu'une *déformation résiduelle subpermanente*.

(1) BOUASSE, *Sur les métaux du type visqueux* (A. Fac. de T., p. 383).

Si, au contraire, on atteint un point de la région de démolition, la déformation résiduelle tend vers une limite non nulle. La lame a subi une déformation permanente.

A moins d'indication contraire, nous opérons toujours au-dessous de la région de démolition.

2° Après un temps suffisant, la déformation résiduelle a disparu (1°), la courbe de flexion décrite à même vitesse constante de charge est identique à la première, la température et l'état hygrométrique n'ayant pas varié.

Voici les tableaux de charge d'une même lame pour deux déformations à deux jours d'intervalle.

CHARGES	1° DÉFORMATION	2° DÉFORMATION
0	0	0
1	9	9
2	19	19,5
3	30	31
4	42	42
5	54	54
6	66	68
7	79	82
8	93	95
9	107	109
10	122	124

18° Non application du principe de Coulomb.

On opère sur une lame n'ayant jamais servi.

La charge varie proportionnellement au temps de O à C puis de C à O enfin de O à C, sans arrêts sous les charges C et O. La nouvelle courbe de flexion DE (*fig. 10, 1*) concave vers l'axe des déformations fait avec BD une loupe.

Pour le cuivre (métal à frottement solide) les courbes de décharge BD et de recharge DE sont sensiblement une seule et même droite (*fig. 10, 11*). Les corps à frottement solide deviennent *parfaitement* élastiques (au moins *approximativement*) pour toute charge inférieure à celle qu'ils ont subie une fois (principe de Coulomb).

Pour les corps à frottement liquide (eutectique étain-plomb) les courbes de charge, de décharge et de recharge ont la forme de la figure 10, III. Le métal se déforme dans le même sens par charges croissantes et par charges décroissantes. Quand le métal vient d'être allongé par charges croissantes, il a tendance à s'allonger moins par charges décroissantes.

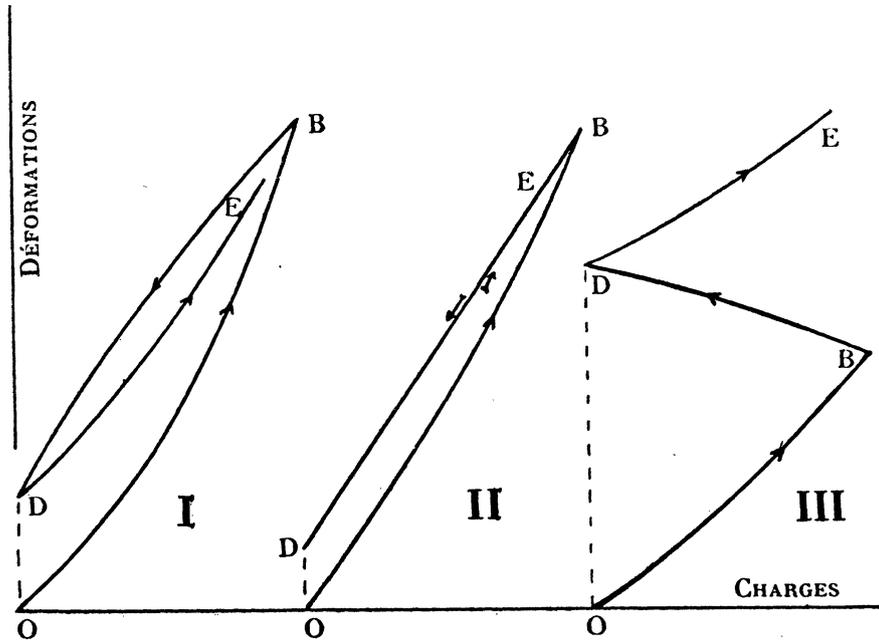


FIG. 10.

Les déformations des grès, du moins dans certaines limites, sont essentiellement des déformations temporaires, subpermanentes; le cuivre métal à frottement solide, l'eutectique étain-plomb, métal à frottement liquide, subissent des déformations à la fois permanentes et subpermanentes.

19° Courbes de première flexion de lames de mêmes dimensions, taillées dans le même bloc, dans le même lit et suivant la même orientation par rapport au lit.

On utilise des grès particulièrement homogènes, grès de Brive, grès de Langres. Les lames traitées de même sont restées côte à côte pendant le même temps dans la même enceinte desséchante. On expérimente successivement les différentes lames de manière à opérer dans les mêmes conditions de température et d'état hygrométrique.

Au début les courbes de première flexion sont identiques, les différences s'accroissent à mesure que la charge croît mais demeurent faibles, la rupture se produit pour des charges différentes.

20° Courbes de première flexion de lames de mêmes dimensions prises en différents points d'un même bloc de grès et orientées les unes par rapport aux autres d'une manière quelconque.

Les courbes de première déformation sont dès le début différentes. Les constantes numériques que l'on peut déduire de l'étude de l'élasticité de chacune de ces lames ne sont pas comparables.

21° Influence de la vitesse de charge.

Dans l'impossibilité où l'on se trouve d'utiliser deux lames identiques du même grès, on est obligé d'user d'un artifice. Le 2° du § 17 nous fournit la technique.

Après une première flexion revenons à charge nulle. Après un arrêt de quelques heures ou de quelques jours sous charge nulle les déformations subpermanentes ayant disparu, on décrit une nouvelle courbe de flexion jusqu'à la même charge maxima C , avec une vitesse de charge constante mais différente de la première.

La déformation maxima croît très légèrement lorsque la vitesse de charge décroît.

La vitesse de charge passant de 4 à 1, la déformation croît de 99 à 104 pour la même charge maxima.

22° Charge variant sinusoidalement par rapport au temps.

1° La charge varie de 0 à la charge maxima C_0 suivant la loi :

$$C = C_0 \sin 2\pi \frac{N}{48}.$$

La charge C_0 est nettement inférieure à une charge de la région de démolition.

La courbe de première déformation débute également par une portion légèrement concave vers l'axe des déformations. Elle est suivie d'une partie quasi rectiligne, elle devient ensuite nettement concave vers l'axe des déformations (courbe OABC, *fig. 11*).

2° OAD représente la courbe de flexion pour la même lame, pour la même amplitude de charge C_0 , la charge variant proportionnellement au temps. $C = AN$.

La déformation est donc une fonction de la charge et du temps.

La vitesse de charge au début de la flexion pour la première expérience est égale à la vitesse uniforme de charge de la deuxième expérience.

Les expériences sont ainsi rendues comparables.

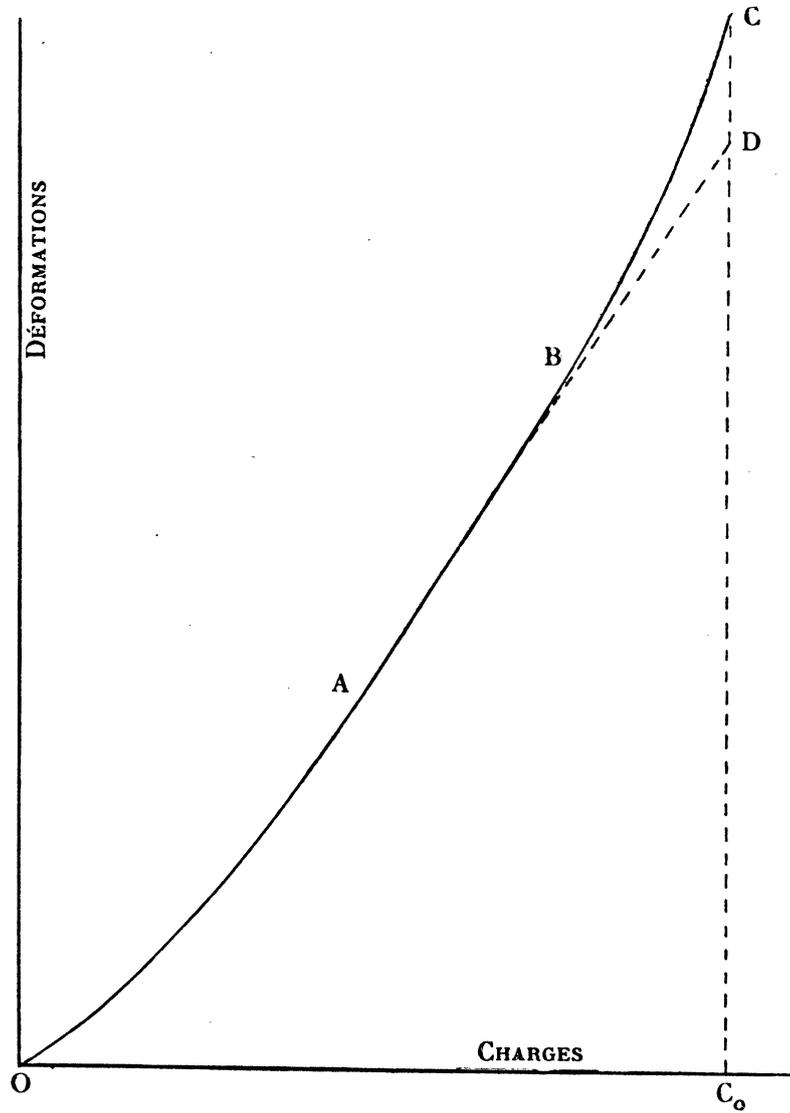


FIG. II.

23° Itacolumites.

Certaines roches siliceuses possèdent sous des épaisseurs considérables (quelques centimètres) une flexibilité remarquable. Les premières roches possédant cette propriété ont été découvertes sur la Montagne d'Itacolumi (région de la Serra do Espinhaço, État de Minas Géraés, Brésil). Par la suite des roches possédant une flexibilité analogue furent découvertes dans d'autres parties du monde, spécialement dans les États du Sud des États-Unis (Caroline du Sud) et aux Indes (région de Delhi).

On a donné à ces roches le nom d'itacolumites⁽¹⁾.

Ce sont des grès, mais des grès de constitution spéciale. Toutes les parties de la roche semblent articulées les unes par rapport aux autres, et cela dans toutes les directions.

L'extrémité d'une lame d'itacolumite (20×3×3 cm.) étant prise entre le pouce et l'index de la main gauche, avec la main droite exerçons une force continue et progressive à l'autre extrémité. La flexion est considérable au début pour une force relativement faible, brusquement la flexion semble s'arrêter, une force beaucoup plus grande doit être exercée pour produire une faible augmentation de flexion. Nous avons l'impression d'un brusque coincement dans la roche et d'une rupture prochaine si la force continue à croître. La rupture est progressive si on opère avec précaution ; la cassure de nature fibreuse rappelle le clivage du gypse.

Si, pendant la rupture, on place la lame près de l'oreille, on perçoit nettement le bruit résultant du frottement des grains de quartz les uns contre les autres.

24° Diagnoses des différentes roches utilisées.

M. le Professeur Cayeux, du Collège de France, a eu l'extrême amabilité de nous fournir, en même temps que les micrographies qui figurent dans les planches I et II, une diagnose des principales roches utilisées dans notre travail. Nous lui exprimons notre bien sincère reconnaissance.

ITACOLUMITE DES INDES.

Planche I, micrographie 1 (×50) (Lumière blanche). « Tous les grains de quartz à contours très irréguliers, sont séparés par des vides soulignés par une matière colorante qui les détache en noir. »

Micrographie 2 (×50) (Nicols croisés). « Grains de quartz très irréguliers, tous séparés par des vides, marqués par des traits noirs pleins. »

ITACOLUMITE CAROLINES DU SUD.

Planche I, micrographie 3 (×40) (Lumière blanche). « Roche composée de grains de quartz moulés les uns sur les autres et de nombreuses paillettes de mica blanc très minces et longues, ordonnées parallèlement à la stratification. Tous les grains

(1) VON ESCHWEGE. *Poggendorf Annalen*, LVII, 1817, p. 100 ; LIX, 1818, p. 135. *Ann. des Mines*, VIII, 1823, p. 410.

TUOMEY. *Report of the geology of the South Carolina 4^e Columbia*, 1848, pp. 9-78.

ORVILLE A. DERBY. *Amer. J. of Science*, 1884, p. 203.

MÜGGE. *Neues Jahrbuch*, 1887, p. 195.

OLDHAM. *Records of the geological Survey of India*, 1889, p. 51.

G. CARD. *Geological Magazine*, 1892, p. 117.

ORVILLE A. DERBY. *Amer. J. of Science*, 1898, p. 186.

sont revêtus d'une fine enveloppe d'impuretés, de nature probablement argileuse, leur assurant une faible mobilité. »

ITACOLUMITE D'ITACOLUMA (Brésil). Échantillon du Collège de France.

Planche I, micrographie 4 ($\times 75$) (Nicols croisés). « Grains de quartz articulés de forme exceptionnellement irrégulière. Vides marqués par de larges traits noirs. »

MEULE, grès d'origine inconnue.

Planche II, micrographie 5 ($\times 45$) (Nicols croisés). « Quartzite légèrement micacée et argileuse. Grains moulés les uns sur les autres en laissant des vides importants. »

GRÈS DE LANGRES.

Planche II, micrographie 6 ($\times 75$) (Lumière blanche). « Grains de quartz moulés ou non les uns sur les autres, laissant entre eux de nombreux vides correspondant aux taches noires. Type de quartzite imparfait (ou inachevé). »

GRÈS DE BRIVE.

Planche II, micrographie 7 ($\times 75$) (Lumière blanche). « Grains de quartz non moulés les uns sur les autres et largement séparés par des impuretés argilo-ferrugineuses, correspondant aux parties noires de la photographie. »

QUARTZITE DU BRIANÇONNAIS (Gorges du Greil, Isère).

Planche II, micrographie 8 ($\times 45$) (Nicols croisés). « Grains de quartz moulés les uns sur les autres sans interposition d'impuretés. Pas de vides. Quartzite typique. »⁽¹⁾

25° Constitution et déformation des itacolumites.

Le quartz est à peu près le seul élément de l'itacolumite des Indes (§ 24).

Les grains de quartz de l'itacolumite sont, en général, pointus et grossiers. Au microscope, si on déplace les grains par rapport à l'objectif, le contour change plusieurs fois et brusquement; des surfaces planes indiquent la limite du cristal.

⁽¹⁾ Nous voulons remercier M. Antonin ALBERT, de Brive; M. BLANCHET, chef de travaux de géologie à l'Université de Grenoble; M. LANQUINE, chef de travaux de géologie à la Faculté des sciences de Paris, qui nous ont procuré les différents grès utilisés dans nos recherches.

M. le Directeur du Geological Survey of India, Calcutta, nous a procuré un bloc d'itacolumite de 85 cm. de long, 30 \times 15 cm. de section. Nous lui exprimons ici nos remerciements et notre profonde reconnaissance.

Pour un grès ordinaire, les grains de quartz ont des limites arrondies ; au microscope le contour change lentement et d'une manière continue, le cristal est usé.

Dans la roche, les grains de quartz de l'itacolumite sont enchevêtrés les uns dans les autres ; les saillants d'un grain, pénétrant dans les rentrants d'un élément voisin. On distingue aussi (voir les micrographies de la planche I), des têtes arrondies pouvant rouler dans des cavités des autres grains. Les surfaces de contact sont très petites, réduites très souvent en un point ou une ligne. *Les vides occupent une place importante.*

Une lame pesant 260 grammes a un volume de 143 centimètres cubes. Le volume occupé par le quartz, en admettant 2,6 pour densité du quartz, est de 100 centimètres cubes. Les vides occupent donc les 43 : 100 du volume total.

Il existe ainsi un certain jeu entre un grain et les grains voisins. On peut facilement remuer un grain de quartz sans le détacher de la masse.

Corrélativement la roche est friable. On découpe très facilement à la scie des lames dans un bloc d'itacolumite, le sciage étant produit par arrachage des grains de quartz.

Von Eschwege pose que la présence du mica (itacolumite du Brésil) ou de tout autre minéral flexible est la cause de la flexibilité particulière des itacolumites. Mais le fait que le mica ou tout autre minéral flexible est absent de l'itacolumite des Indes, suffit pour prouver que la flexibilité n'est pas due à la présence d'un de ces minéraux. A notre avis, la flexibilité particulière de ces roches est due en premier lieu à l'abondance des vides, en deuxième lieu à la forme particulière et au mode de liaison des grains de quartz.

Pour vérifier cette hypothèse nous serons conduit à mettre en évidence les particularités présentées par les courbes de déformation de l'itacolumite.

Nous retrouverons les mêmes particularités, en étudiant les courbes de déformation de certains grès, dans certaines conditions (§ 58). Il sera alors intéressant de comparer la constitution de ces grès à celle des itacolumites (§ 59).

26° Première déformation de l'itacolumite.

1° *Flexion.* -- La courbe de première flexion jusqu'à la rupture d'une lame d'itacolumite est la courbe de la figure 12. Au début la courbe est concave vers l'axe des déformations. Il en est de même de la courbe de première flexion d'un grès ordinaire.

La partie A B correspond à une flexion facile qui résulte de l'indépendance relative des grains de quartz et de nombreux vides de la roche.

Suivant B C la courbe est convexe vers l'axe des déformations, puis succède la partie C D sensiblement rectiligne.

Suivant D E la roche se démolit. En B la rupture se produit.

La courbe de première déformation de l'itacolumite diffère de la courbe de première déformation d'un grès ordinaire par la présence d'une tangente inflexionnelle F et d'une partie BCD nettement convexe vers l'axe des déformations.

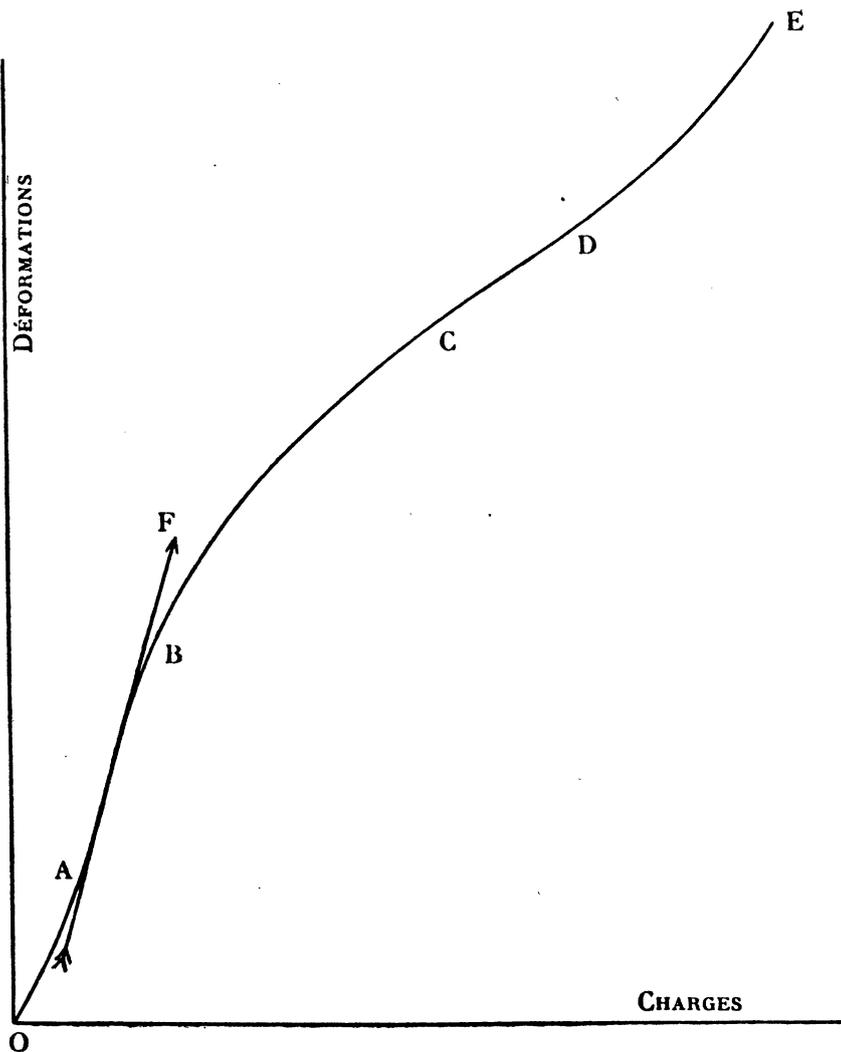


FIG. 12.

Ce résultat s'explique aisément, si l'on considère que les grains de quartz, relativement indépendants au début, se coincent successivement les uns dans les autres lorsque la déformation augmente. Nous passons d'une manière continue d'une roche facilement déformable à une roche peu déformable.

2° *Autres déformations.* — Les courbes de première déformation de l'itacolumite sous tractions, sous compressions, sous tensions ont la même allure générale.

27° Déformations des différentes sections dans un essai de compression d'une lame d'itacolumite.

On admet généralement qu'un corps soumis à une compression uniforme, ou à une traction uniforme, subit une déformation homogène. La compression d'une lame d'itacolumite n'est pas une déformation homogène. Nous avons réalisé l'expérience suivante :

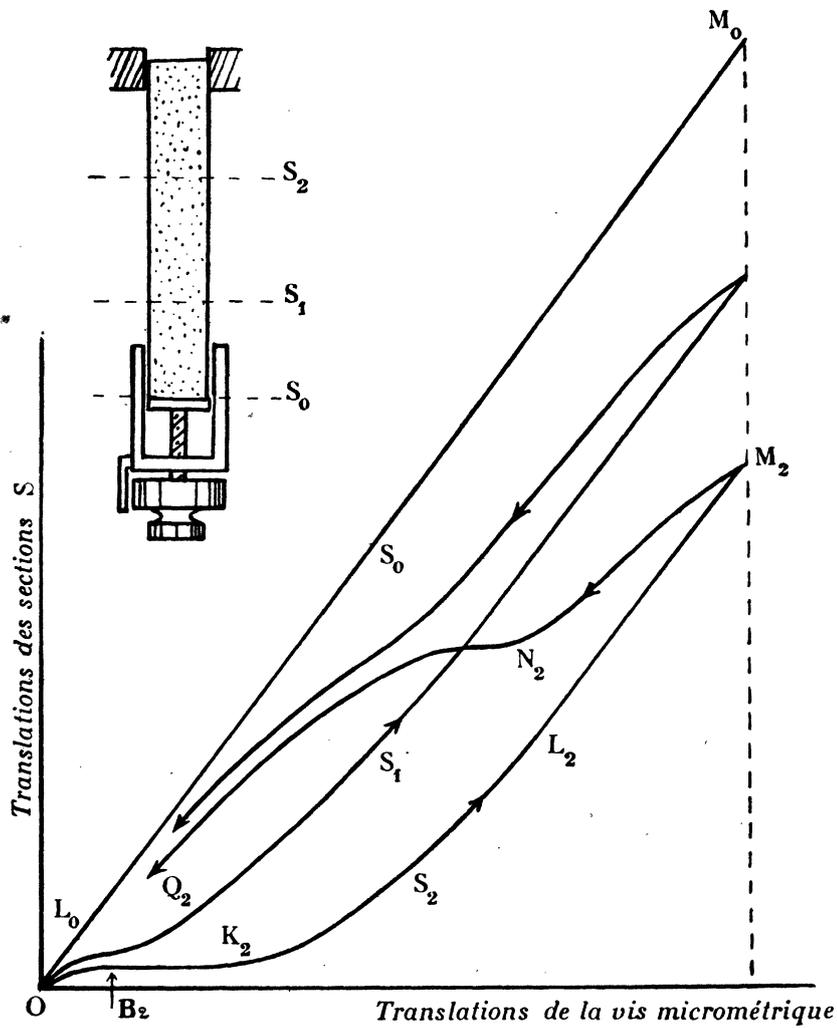


FIG. 13.

Une lame d'itacolumite des Indes est placée verticalement, fixée par son extrémité supérieure, dans un étau. Nous produisons la compression de la lame au moyen

d'une vis micrométrique, qui produit le déplacement de la section terminale S_0 de la lame.

Au moyen d'un microscope à long foyer, on vise un point de la lame. Une vis micrométrique produit le déplacement vertical du microscope. On détermine ainsi le déplacement d'une section S en fonction du déplacement de la section S_0 .

Sur la figure 13 sont représentées trois courbes relatives aux déplacements des sections S_0 , S_1 , S_2 .

On voit à quel point l'hypothèse d'une déformation homogène est fautive pour une lame d'itacolumite comprimée.

Au début de la compression, la section S_2 subit un déplacement. Au début de la compression tous les éléments de la lame subissent un déplacement, ce qui correspond à la partie OAB de la figure 12. Puis les grains de quartz se coincent les uns dans les autres, le coincement se produisant à partir des sections voisines de la section immédiatement comprimée S_0 , les autres sections ne subissant pas de déplacement (B_2K_2 , fig. 13). Le coincement gagne peu à peu le haut de la lame.

En K_2 , pour la section S_2 le déplacement recommence, et les grains de quartz de cette section s'encastrent de plus en plus dans les grains des sections voisines.

A partir de L_2 toute la région de la lame au-dessous de S_2 forme un bloc; toutes les sections subissent la même translation; L_2M_2 est parallèle à L_0M_0 .

27 bis. Rôle des vides dans la flexion de l'itacolumite.

Pour mettre en évidence le rôle des vides existant dans la roche, nous avons réalisé les deux expériences suivantes :

1° Une lame d'itacolumite est plongée dans du silicate de soude. Les nombreuses bulles gazeuses qui s'échappent de la lame et viennent crever à la surface du liquide indiquent l'énorme quantité d'espaces vides existant dans la roche. La lame, bien imprégnée de silicate, est laissée ensuite à l'air libre pendant plusieurs mois. Le silicate se transforme peu à peu en silice; on obtient finalement une lame très difficilement flexible. La courbe de première flexion présente alors l'allure de celle d'un quartzite sans tangente inflexionnelle.

2° Au lieu de remplir les vides avec de la silice, remplissons-les avec du caoutchouc. La lame d'itacolumite est plongée dans une dissolution de caoutchouc dans le sulfure de carbone. La lame est ensuite abandonnée à l'air. Le sulfure de carbone s'évapore, les vides sont comblés par du caoutchouc.

La lame ainsi imprégnée de caoutchouc est beaucoup moins flexible que la lame naturelle. Pour une même charge, et pour la lame en expérience, la déformation est de 120 (lame naturelle), de 4 seulement (lame caoutchoutée).

Pour la courbe de première déformation, l'inflexion est très étendue.

CHAPITRE III

MODULE D'ÉLASTICITÉ

28° Définition.

« Soit C la valeur de la variable mécanique, n la valeur de la variable géométrique; faisons varier d'une manière quelconque C entre deux limites : C_1 et C_2 , $C_2 - C_1 = \Delta C$; ou bien n entre deux limites : n_1 et n_2 ; $n_2 - n_1 = \Delta n$. Si toutes les courbes représentatives de n en fonction de C sont une seule et même droite, nous appellerons *module brut* au point C, n , le rapport :

$$\Gamma = \frac{\Delta C}{\Delta n}.$$

« Toutes les méthodes propres à étudier des petits cycles sont propres à déterminer le module brut, pourvu qu'elles nous permettent de constater qu'ils sont rectilignes. Le module est mesuré par leur inclinaison.

« Si on ne peut pas décrire des petits cycles rectilignes, cela veut dire que les causes auxquelles correspondent la constante sont mélangées à d'autres causes; le phénomène est complexe. » (1)

Du module brut relatif à une déformation donnée nous pourrons, en appliquant des définitions et des hypothèses, déduire les modules de la théorie de l'élasticité : module d'YOUNG (§ 35), coefficient de rigidité (§ 35), coefficient de Poisson (§ 36).

29° Petits cycles uniformes. Petits cycles sinusoidaux.

1° Petits cycles uniformes.

La charge varie proportionnellement au temps; arrivé à la charge C nous décrivons les petits cycles $C \pm \Delta C$; C est la charge correspondant au N° tour de l'index lié à l'axe rapide de la vis tangente, ΔC est la variation de charge pour un tour. Le sens du mouvement de la vis tangente est en conséquence changé au $N + 1^{\circ}$ tour et au $N - 1^{\circ}$. On fait quatre lectures par cycle.

2° Petits cycles sinusoidaux.

On désembraie la vis tangente, produisant une charge variant proportionnellement au temps, au N° tour, charge C ; et on embraye simultanément la vis tangente, produisant une variation de charge sinusoidalement par rapport au temps.

(1) BOUASSE, *Sur les courbes de déformation des fils*. A. F. S., Toulouse, 2^e, s. I, p. 178.

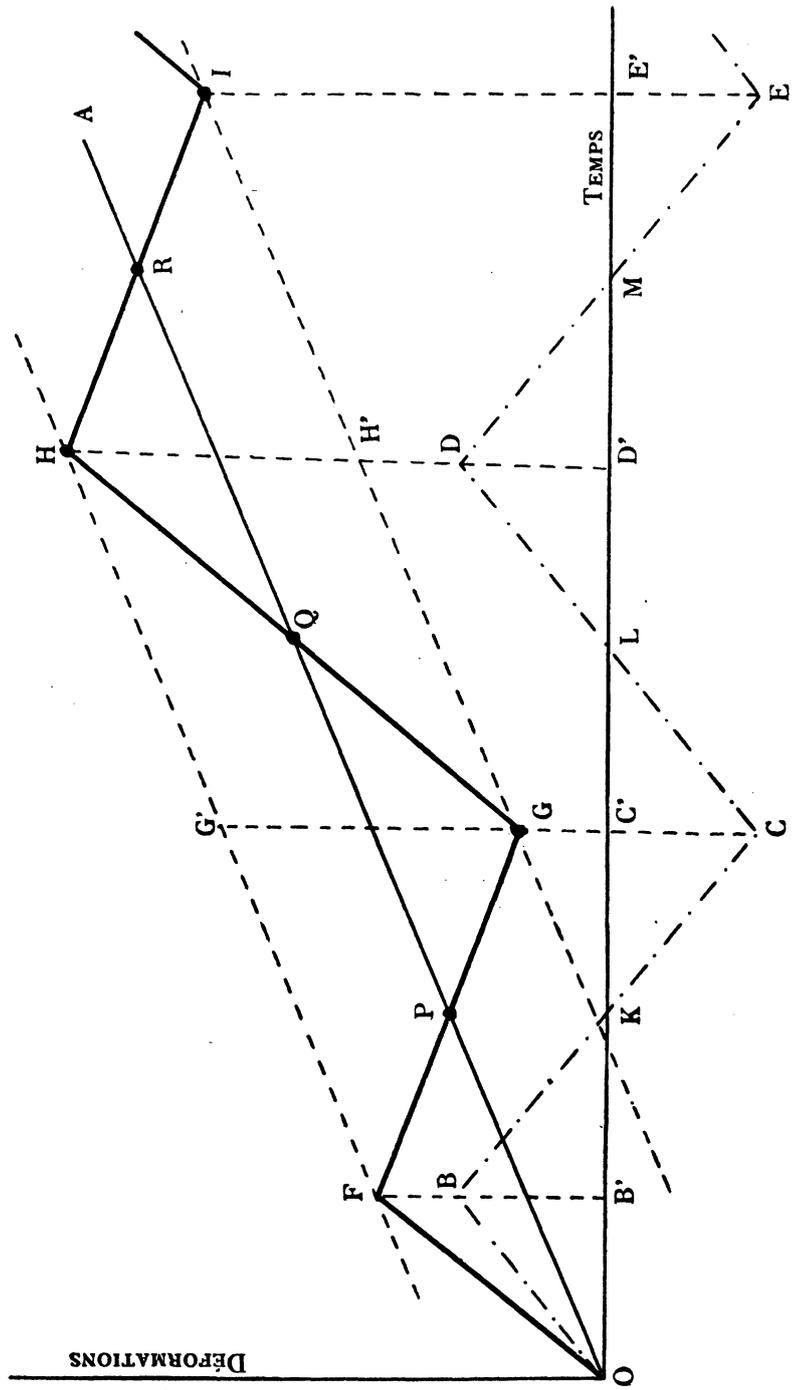


FIG. 14.

Le ressort R_s et son amplitude sont choisis de manière que les amplitudes ΔC des charges soient les mêmes, pour un cycle uniforme et pour un cycle sinusoïdal.

L'axe rapide faisant quarante-huit tours par cycle, le nombre de lectures possibles est plus que suffisant pour construire la courbe déformations-temps.

30° Déformation parfaitement élastique.

Si la déformation est parfaitement élastique, pour des cycles uniformes, la courbe déformations-temps se compose des différentes lignes brisées O B C D E (*fig. 14*). On vérifie en particulier que les points B, K, C sont en ligne droite.

Pour des cycles sinusoïdaux, la courbe déformations-temps est la sinusoïde O B C D E (*fig. 15*).

31° Déformation réelle.

Le phénomène d'élasticité parfaite n'est jamais isolé, il se complique toujours d'une cession.

L'expérience montre que quelques minutes après l'établissement de la charge C, celle-ci restant constante, la déformation (réactive) varie sensiblement proportionnellement au temps.

Nous admettons que quelques minutes après le début des petits cycles, la cession varie également proportionnellement au temps, droite OA (*fig. 14 et 15*).

Rien ne prouve que la courbe cessions-temps, relative aux petits cycles, soit la même que la courbe réactivités-temps, la charge C étant maintenue constante.

Au § 51, nous montrerons l'identité de ces deux courbes.

L'hypothèse du § 2 nous conduit à construire la courbe O F G H I obtenue en totalisant, pour chaque abscisse, les ordonnées des courbes d'élasticité parfaite et de réactivité, et à comparer la courbe obtenue aux courbes expérimentales.

Pour des petits cycles, à vitesse de charge uniforme (*fig. 14*), les points F, P, G; G, O, H, sont en ligne droite.

La courbe O E P G ... de la figure 15, vitesse de charge sinusoïdale, est déterminée très exactement, § 26.

Des courbes 14 et 15, nous déduisons le module brut en un point du plan C, n , d'après la définition du § 25.

La distance verticale $G G'$ des droites F H et G I est égale à $2 B B'$, c'est-à-dire à l'amplitude géométrique du petit cycle d'élasticité parfaite.

On vérifie la relation :

$$2BB' = GG' = \frac{HD' + FB'}{2} - GC'$$

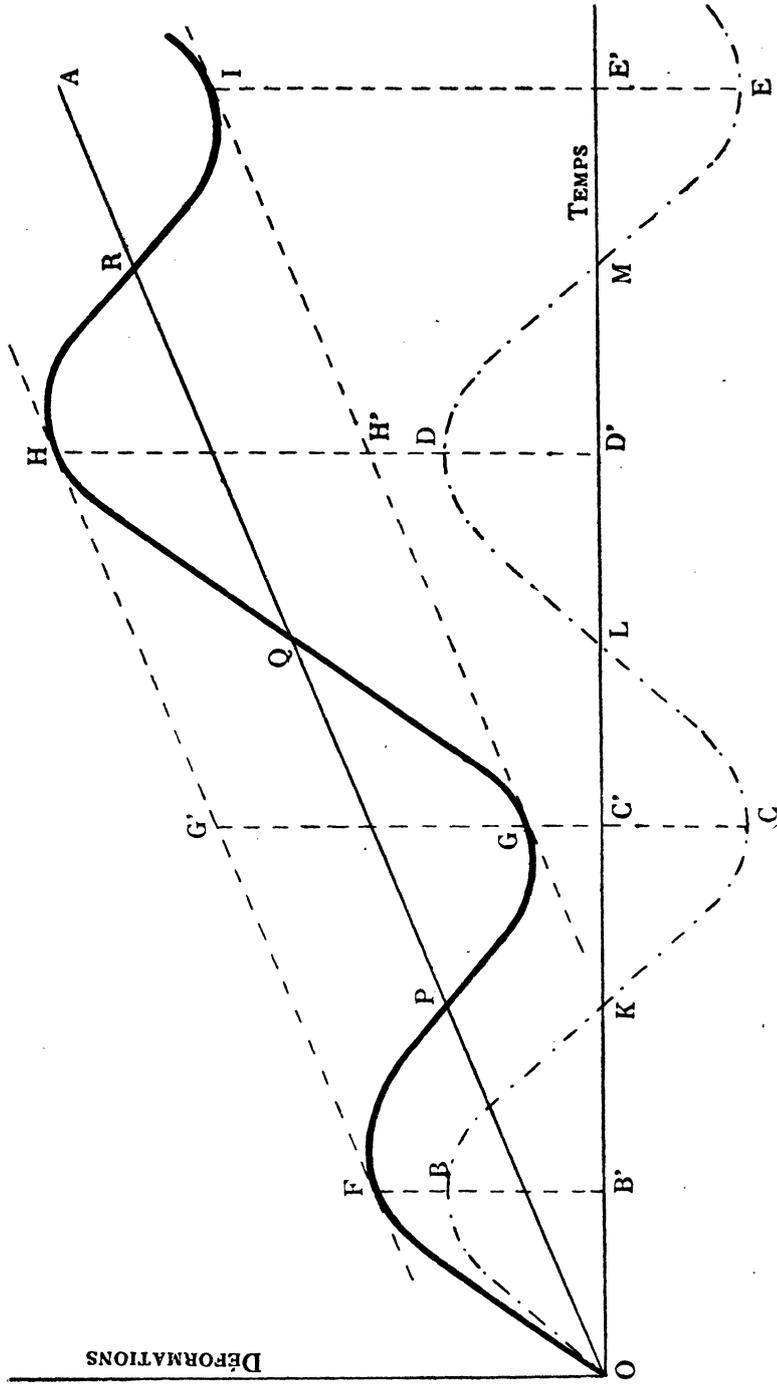


FIG. 15.

les déformations FB', GC', HD' ... sont les déformations aux extrémités des petits cycles successifs.

1 : GG' mesure le module brut en unités arbitraires.

Le module brut déterminé par l'une ou l'autre des méthodes du § 26 est le même pour une même variation ΔC de la charge.

Le module brut est indépendant de la loi de variation de la charge par rapport au temps.

32° Module brut à charge nulle.

Mesurons le module brut à charge nulle pour une lame de longueur l , d'épaisseur a , de largeur b .

La valeur du module est, d'après la théorie de l'élasticité et la déformation définie § 5 (flexion) :

$$(1) \quad \frac{\Delta C}{\Delta f} = \frac{E a^3 b}{4 l^3}.$$

E est le module d'Young.

Posons que E , pour un même grès, est un module moyen des lames en expérience.

Pour un même ΔC mesurons Δf pour des lames du même grès, mais de dimensions différentes.

D'après (1)

$$\frac{a^3 b}{l^3} \Delta f = c^{\text{te}}.$$

La théorie de l'Élasticité suppose essentiellement l'isotropie de la matière. Pour se placer autant que possible dans le cas théorique, nous avons opéré sur un grès de Langres particulièrement homogène, en apparence du moins. Dans ce grès, nous avons découpé, suivant le lit du grès, une plaque de 6 millimètres d'épaisseur environ, de 30 centimètres de longueur. Cette lame nous a servi à obtenir trois lames bien travaillées et de dimensions différentes (lames n° 1, 2, 3).

Enfin une quatrième lame (lame n° 4), a été découpée dans le même grès, mais suivant un lit différent des premières. La lame n° 4 a ensuite été retouchée et est devenue la lame n° 4 bis.

Le tableau suivant donne la valeur du module pour ces différentes lames à charge nulle et pour un même ΔC en unités arbitraires.

N° de la lame.	l	a	b	Δf	$\frac{a^3 b}{l^3} \Delta f$
1	215 mm.	3,85	20,6	15	$1,75 \cdot 10^{-3}$
2	245	5,10	21,6	8,6	$1,73 \cdot 10^{-3}$
3	238	4,90	20,5	9,7	$1,72 \cdot 10^{-3}$
4	243	5,15	22,0	6,2	$1,32 \cdot 10^{-5}$
4 bis	247	5,10	20,7	7,6	$1,40 \cdot 10^{-3}$

La relation (1) est sensiblement vérifiée pour les lames 1, 2, 3. Nous réalisons à peu près le cas théorique. Mais alors, le module d'Young, déduit de la formule (1), est un module moyen valable seulement pour l'échantillon en expérience.

Des échantillons voisins et semblablement placés, pris dans une roche particulièrement homogène, peuvent avoir même module; deux échantillons quelconques de la même roche n'ont pas en général le même module.

33° Module brut aux différents points de la courbe de première déformation.

La figure 16 représente la courbe de première déformation d'un grès et l'inclinaison des petits cycles décrits en différents points de cette courbe ou *tangente caractéristique* en ce point. La déformation pour l'amplitude ΔC du petit cycle est la *déformation caractéristique*, l'inverse le *module brut* (§ 28). L'inverse de la pente de la tangente caractéristique mesure, en unités arbitraires, le module brut

La tangente en un point de la courbe de la première déformation est plus verticale que la tangente caractéristique en ce point.

A l'origine, la courbe de première déformation part suivant la tangente caractéristique.

La méthode usuelle pour avoir un coefficient d'élasticité, consiste à prendre la tangente au départ de la courbe de déformation en fonction de la charge. Le résultat est satisfaisant si la courbe résulte d'un enregistrement continu et si la cession au début est faible (faible courbure du début de la courbe, § 16).

Si la courbe résulte de la détermination expérimentale d'un certain nombre de points ou si la cession, dès le début, est suffisante pour produire une variation rapide de courbure, l'indétermination est beaucoup plus grande.

En décrivant des petits cycles au voisinage de la charge nulle, on sépare deux

phénomènes dont le phénomène observé est la somme. D'ailleurs, pratiquement, la déformation de cession devient négligeable au bout de deux ou trois cycles, la déformation observée est alors une déformation d'élasticité parfaite.

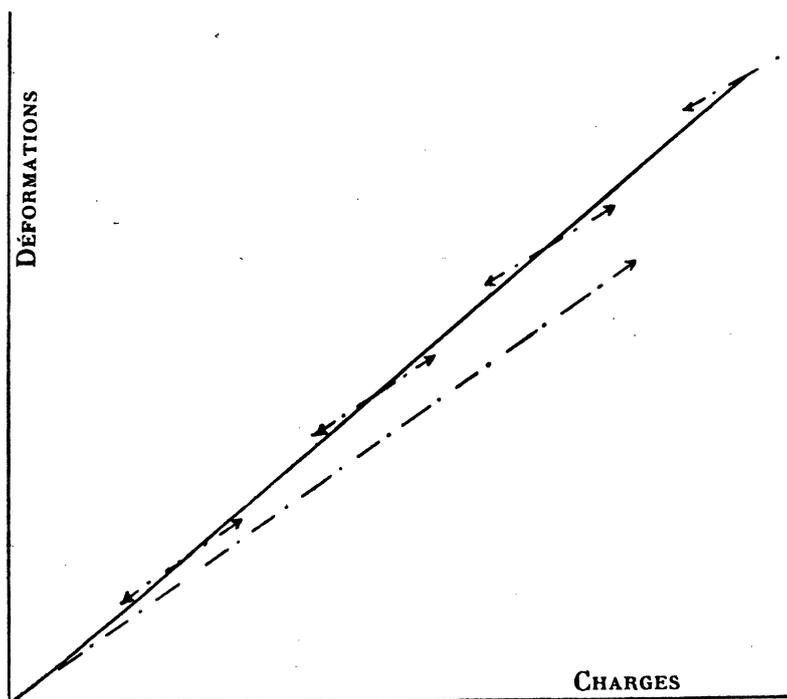


FIG. 16.

Voici un exemple de détermination de module brut pour une lame d'itacolumite des Indes, au voisinage de la charge nulle. On remarquera à quel point la première déformation observée pour une variation ΔC de la charge, est différente de la déformation d'élasticité parfaite pour le même ΔC , déformation d'élasticité parfaite qui subsiste seule pratiquement à partir du 3^e cycle.

	TEMPS	CHARGES	DIVISIONS OBSERVÉES	DIFFÉRENCES SUCCESSIVES
1 ^{er} Cycle..	0	— ΔC	520	
	1	o	514	6
	2	+ ΔC	511	3
	3	o	512,2	— 1,2
	4	— ΔC	513	— 0,8
2 ^e Cycle..	5	o	509,7	3,3
	6	ΔC	508	1,7
	7	o	510	— 2
	8	— ΔC	512	— 2
3 ^e Cycle..	9	o	510	2
	10	+ ΔC	508	2

Frank D. Adams et Ernest G. Goker⁽¹⁾ déterminent les modules d'élasticité d'un certain échantillon de granit. Comme dans l'exemple cité par nous, les cycles décrits sont en dehors de la courbe de première déformation. Toutefois l'amplitude mécanique de ces cycles est trop grande, ces cycles sont à hystérésis nettement marquée. La pente de la diagonale de ces cycles ne permet pas de mesurer le module brut § 28.

Lorsque la charge croît, le module brut croît sur une courbe de première déformation.

Pour une flexion jusqu'à rupture, pour un grès de Langres, le module croît de 1/5 environ et ceci à peu près proportionnellement à la déformation. Le module est pratiquement constant quelle que soit la déformation.

Les variations ainsi observées sont faibles. L'itacolumite avec ses phénomènes caricaturaux de ceux d'un grès ordinaire doit nous fournir des renseignements précieux.

Avec l'itacolumite nous pouvons utiliser soit la compression, soit la traction, soit la torsion, soit la flexion.

A priori, « il est impossible de considérer le module brut comme une fonction déterminée, une fois pour toutes, de la charge et de la déformation. »⁽²⁾

⁽¹⁾ *Carnegie Institution of Washington*. Publication n° 46, p. 44.

⁽²⁾ BOUASSE, A. F. S., Toulouse, 1904, p. 244.

« L'expérience montre que pour le caoutchouc l'inclinaison du petit cycle est à très peu près une fonction de la longueur seule; elle est donc à très peu près indépendante de la charge. »⁽¹⁾

La déformation seule peut nous renseigner sur l'état de la matière. Faire varier la charge c'est provoquer des déformations, par suite des changements d'état.

Si le module brut est en rapport étroit avec l'état de la matière, nous devons le relier à la déformation et non à la charge.

Certes, on peut toujours construire des courbes modules-charges, mais leur interprétation ne peut nullement nous renseigner sur l'état de la matière.

34° Itacolumite. Module brut de compression.

Nous utilisons l'appareil du § 14. La lame mise en place, nous compensons le poids de la lame en augmentant la tension du ressort R_2 . On constate alors, par un léger déplacement à la main du fléau, une déformation facile dans un sens ou dans l'autre.

La courbe modules bruts-déformations, est la courbe ABCD de la figure 17.

On y distingue trois parties :

partie AB : le module est à peu près constant ;

partie BC : le module croît très rapidement ;

partie CD : le module devient, à nouveau à peu près constant.

La courbe A'B'C'D' est la courbe charges-déformations, on y distingue les trois parties A'B', B'C', C'D', correspondantes aux parties AB, BC, CD, de la courbe modules-déformations.

Dans la partie AB ou A'B' les grains de quartz ne sont pas coincés.

Dans la partie BC ou B'C' le coincement des grains de quartz se produit en commençant par les sections de la lame voisine du fléau (§ 27).

Peu à peu, le coincement gagne le sommet de la lame. On suit très facilement sur la lame la propagation des coincements successifs des différentes sections. Suivant CD ou C'D' la lame formant bloc est analogue à un quartzite. Corrélativement le module varie peu avec la déformation.

Pour une charge et une déformation totale données, le module ainsi déterminé n'est qu'un *module moyen*. Il ne peut être une constante pour les différents éléments de la roche. Lorsqu'on passe de B' en C' sur la courbe charges-déformations, ou de B en C sur la courbe modules-déformations, la façon dont se comportent les différents éléments de la lame justifie notre point de vue (§ 27).

⁽¹⁾ BOUASSE, *Résistance des matériaux*. Delagrave, 1920, p. 382.

35° Modules d'élasticité pour une même lame d'itacolumite.

Le module brut, au voisinage de l'état de relâchement maximum des différentes parties, reste constant (§ 34).

Dans ces conditions, nous nous sommes proposé de comparer, pour une *même* lame d'itacolumite, le module d'Young déterminé soit par tractions, soit par flexions, tel qu'il résulte des définitions et des hypothèses de la théorie de l'élasticité.

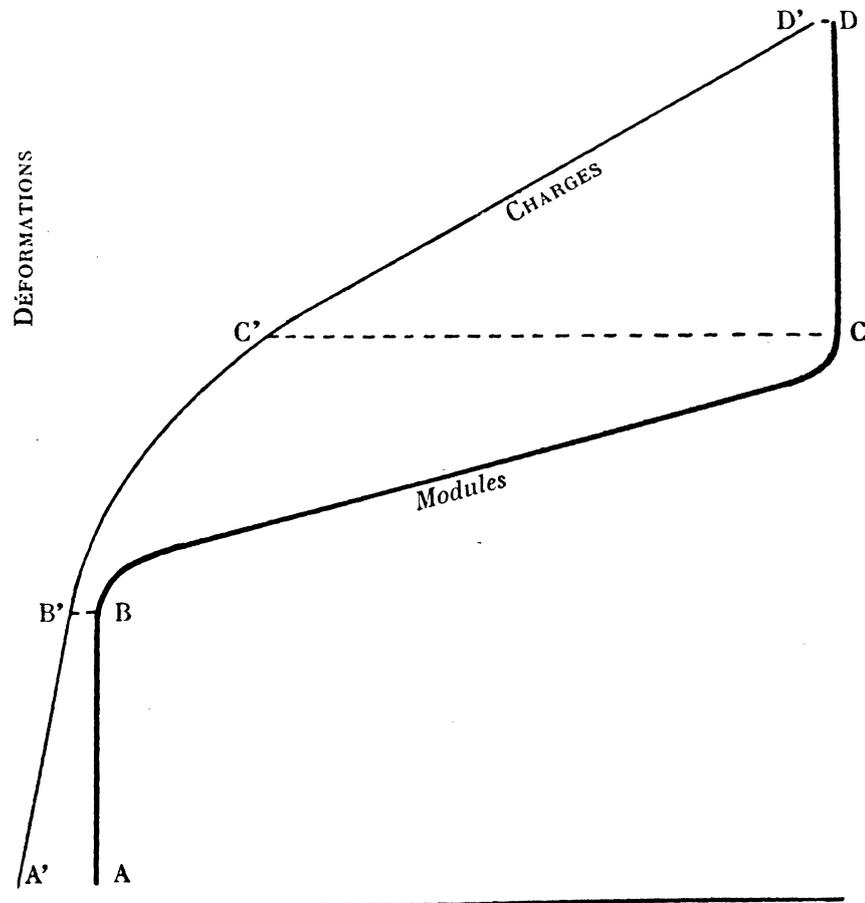


FIG. 17.

1° TRACTION.

Nous prendrons pour définition du module d'Young :

$$(1) \quad E_t = \frac{\Delta P}{\Delta l} \frac{l_0}{S_0}.$$

Le paramètre qui intervient directement dans la propagation des ondes longitudinales est défini par :

$$(2) \quad E_s = \frac{\Delta P}{\Delta l} \frac{l}{S} = \frac{\Delta P}{\Delta l} \frac{l_0}{S_0} \left(1 + \frac{2\Delta l_0}{l_0} \right)$$

si on admet l'hypothèse que le volume ne change pas.

Les notations utilisées sont celles de M. BOUASSE (1).

L'étalonnage de l'appareil de traction (§ 14) nous a fourni la relation suivante :

$$\Delta P = 8,1 \left(\frac{n}{105} \right) \text{ gr.}$$

Les dimensions de lame sont :

$$l = 20,5 \text{ cm.}, \quad a = 2,42 \text{ cm.}, \quad b = 2,80 \text{ cm.};$$

le rapport d'amplification du système optique est 100.

Pour :

$$\begin{aligned} N &= 3, & n &= 3,6, \\ \Delta P &= 24,3 \text{ gr.}, & \Delta l &= 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}, \\ \Delta l : l &= 1,7 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

En adoptant la formule (1) nous commettons par rapport à la formule (2) une erreur relative.

$$\begin{aligned} \frac{2\Delta l}{l} &= 3,4 \cdot 10^{-4}, \\ E &= \frac{24,3}{2,42 \times 2,80} \times \frac{1}{1,7 \cdot 10^{-4}} = 2,1 \cdot 10^4 \text{ gr./cm.}^2, \\ &= 210 \text{ gr./mm.}^2 = 2 \cdot 10^7 \text{ C. G. S.} \end{aligned}$$

Rappelons que le module d'Young pour le fer est :

$$20,000 \text{ kg./mm.}^2 = 2 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.}$$

2° FLEXION.

L'étalonnage de l'appareil (§ 11) nous a fourni la relation :

$$\Delta P = 5 \left(N - \frac{n}{35} \right) \text{ gr.}$$

le rapport d'amplification du système optique est 40.

(1) Sur les modules d'élasticité du caoutchouc vulcanisé, A. F. S., Toulouse, 1904, p. 178.

Les dimensions de la lame sont :

$$l = 23 \text{ cm.}, \quad a = 2,42 \text{ cm.}, \quad b = 2,8 \text{ cm.}, \quad N = 1, \quad n = 27.$$

La lame est encastée par l'une des extrémités et libre à l'autre :

$$\Delta f = \frac{4}{3} \Delta P \frac{l^3}{ab^3 E},$$

$$\Delta f = \frac{27}{400} \text{ cm.}, \quad \Delta P = 1,13 \text{ gr.},$$

$$E = 204 \text{ gr./mm.}^2 = 2 \cdot 10^7 \text{ C. G. S.}$$

Pour le plus grand relâchement des différentes portions et pour une même lame, le module d'Young calculé à partir du module brut de flexion, est à très peu près égal au module d'Young calculé à partir du module brut de traction.

3° REMARQUE.

Le module ne peut être qu'un module moyen, vu l'hétérogénéité frappante de la roche. Les nombres trouvés sont intéressants toutefois, pour fixer les idées et montrer que les petits cycles qui définissent les modules bruts caractérisent la déformation élastique du corps.

4° COEFFICIENT DE RIGIDITÉ.

L'étalonnage de l'appareil (§ 15) nous a fourni la relation :

$$\Gamma = 6,72 N - 1,12 n \text{ gr.} \times \text{cm.}$$

les dimensions de lame de section rectangulaire sont :

$$l = 20 \text{ cm.}, \quad a = 2,42 \text{ cm.}, \quad b = 2,80 \text{ cm.};$$

le rapport d'amplification du système optique employé est 4.600, l'échelle est à 2,30 m. du miroir.

Pour

$$N = 5, \quad n = 19,$$

$$\Gamma = 12,2 \text{ gr.} \times \text{cm.},$$

$$\sigma = 19 : 4,600.$$

Utilisons la formule déduite de la théorie de l'élasticité :

$$\Gamma = \frac{ab}{l} \times \frac{a^2 + b^2}{12} \alpha \mu,$$

$$\mu = 76 \text{ gr./mm.}^2 = 7,4 \cdot 10^7 \text{ C. G. S.}$$

Rappelons que pour le fer

$$\mu = 7.000 \text{ kg./mm.}^2 = 7 \cdot 10^{11} \text{ C. G. S.}$$

36° Valeur des vitesses des ondes longitudinales et transversales dans une lame d'itacolumite, dans l'état de relâchement maximum.

Pour la lame en expérience nous avons trouvé :

$$E = 210 \text{ gr./mm.}^2,$$

$$\mu = 76 \text{ gr./mm.}^2.$$

La théorie de l'Élasticité conduit à la relation suivante entre les coefficients E , μ et σ (coefficient de Poisson).

$$E = 2\mu(1 + \sigma).$$

On en déduit : $\sigma = 0,38$.

On sait que σ peut varier entre les limites 0 et 0,5 (§ 1).

La théorie moléculaire de l'Élasticité de Lamé et Clapeyron conduit à : $\sigma = 0,25$.

En admettant applicables les formules des vitesses de propagation des ondes longitudinales et transversales, calculons cette vitesse pour la lame d'itacolumite précédente dans l'état de relâchement maximum.

La vitesse des ondes longitudinales V_1 , est donnée par la formule

$$V_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1 - \sigma}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}}.$$

Prenons pour ρ

$$\frac{0,0026}{9800} \text{ gr./mm. sec.}^2$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{210 \times 9800}{0,0026} \times \frac{1 - 0,38}{(1 + 0,38)(1 - 0,76)}} = \sqrt{\frac{127 \cdot 10^4}{8,6 \cdot 10^{-4}}} = 3,8 \cdot 10^4 \text{ mm. sec.}$$

$$V_1 = 38 \text{ m. sec.}$$

La vitesse des ondes transversales est

$$V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{76 \times 9800}{0,0026}} = 17 \cdot 10^3 \text{ mm. sec.}$$

$$V_2 = 17 \text{ m. sec.}$$

37° Module brut en fonction de la déformation pour des cycles de compression, itacolumite.

Les modules sont à hystérésis. L'hystérésis diminue lorsque le nombre des cycles croît (1).

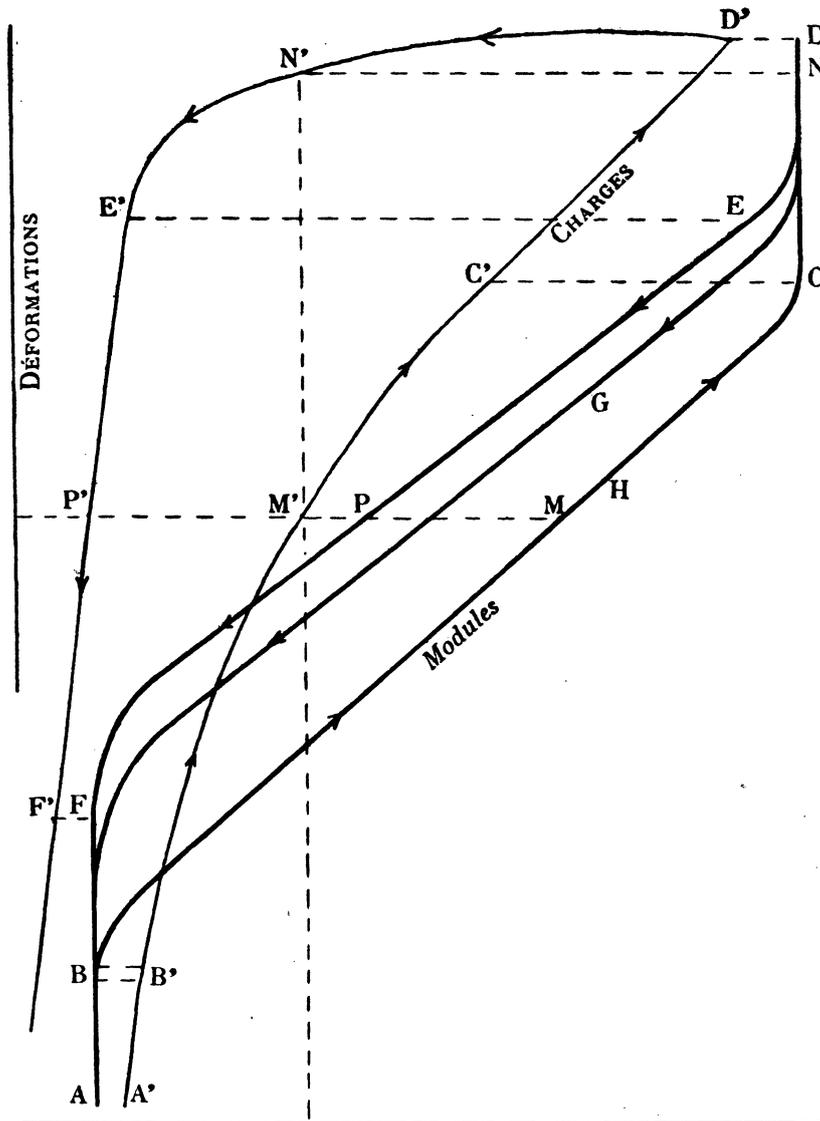


FIG. 18.

(1) BOUSSE, *Sur les modules d'élasticité du caoutchouc vulcanisé*, A. F. S., Toulouse, 2°, s. VI, p. 210.

Lorsqu'on comprime la lame, la courbe modules-déformations est à peu près la même quel que soit le cycle, courbe A B H C D (*fig. 18*).

La courbe D E P F B A est la courbe modules-déformations pour le premier cycle, la compression diminuant; la courbe D G B A pour le troisième cycle.

Lorsque le nombre de cycles augmente, le module tend, pour une certaine lame, vers une fonction bien définie de la déformation seule.

Nous avons tracé en A' B' C' D' E' F' la courbe charges-déformations relative au premier cycle. Suivant B' C' et E' F' les différents éléments de la roche sont inégalement comprimés (§ 27).

A ces portions du cycle charges-déformations correspondent les régions BC, EF du cycle modules-déformations. Les modules déterminés ne peuvent être que des *modules moyens*.

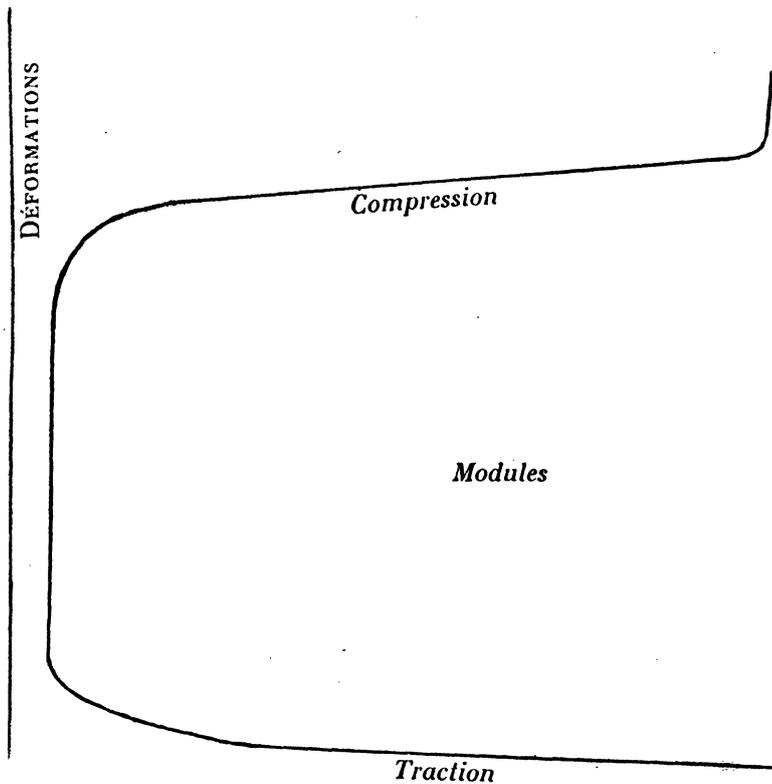


FIG. 19.

La charge croissant, le module pour une *certaine déformation* (point M) est *supérieur* au module pour la même déformation, mais la charge décroissant (point P). A la limite le module par charge décroissante tend vers la valeur du module par charge croissante.

La charge croissant, le module pour une *certaine charge* (point M) est *inférieur* au module pour la même charge, mais la charge décroissant (point N).

La courbe modules-charges est toujours à hystérésis.

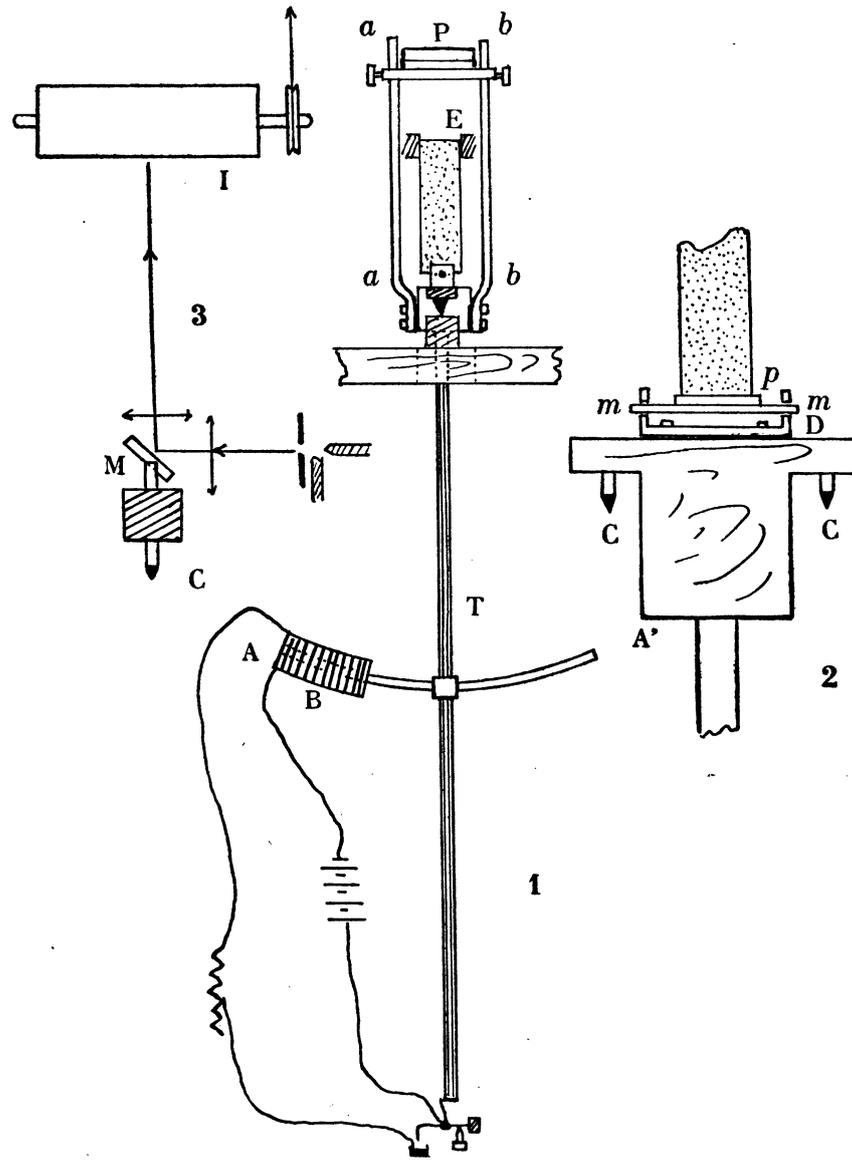


FIG. 20.

38° Module brut de torsion pour la torsion nulle d'une lame d'itacolumite comprimée ou tirée.

Nous utilisons l'appareil de la figure 7. Comprimons la lame en plaçant des poids dans le plateau P. Mesurons la déformation correspondante au moyen de la

vis micrométrique, puis déterminons le module de torsion, la lame non tordue. Le module, tout d'abord constant, croît brusquement et redevient à peu près constant pour les plus grandes compressions : figure 19.

Déchargeons P puis chargeons Q, nous déterminons le module de torsion pour la torsion nulle, la lame étant tirée. Le module croît jusqu'à la rupture de la lame.

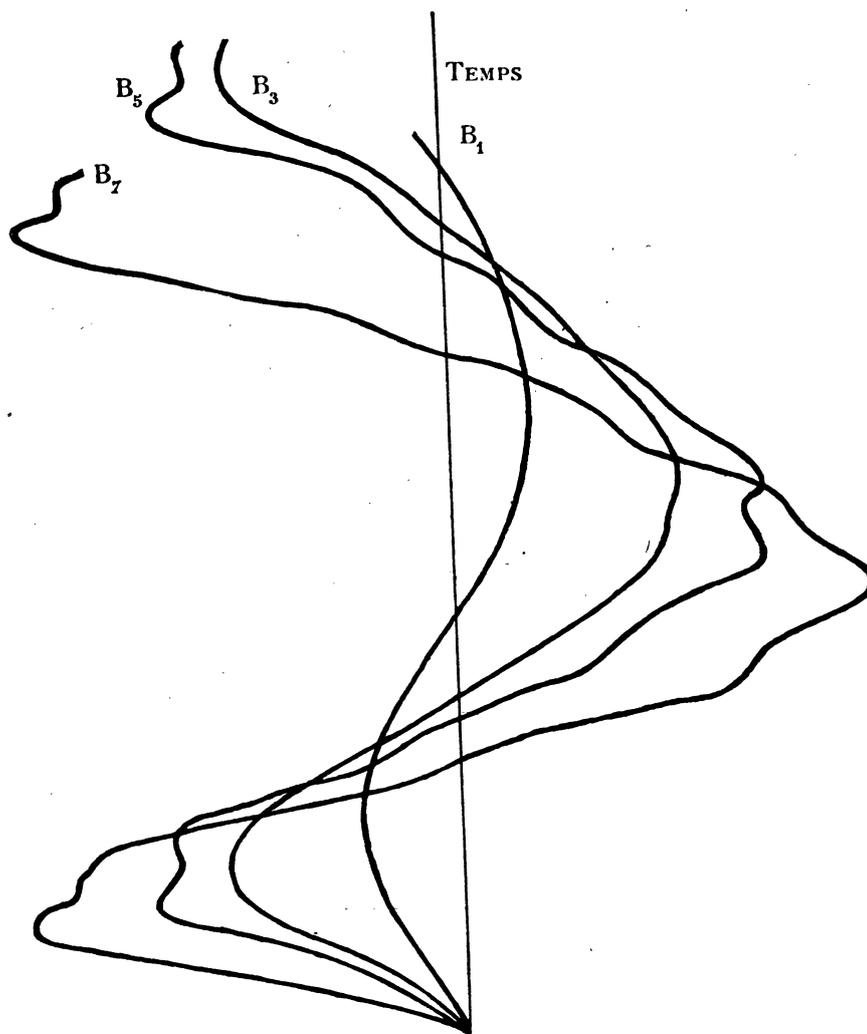


FIG. 21.

39° Oscillations d'une lame d'itaçolumite.

1° Le module de flexion d'une lame d'itaçolumite est indépendant de la charge et de la déformation tant que la déformation ne dépasse pas une certaine limite. Corrélativement la période propre d'oscillation est indépendante de l'amplitude.

Cette limite dépassée, le module croît avec l'amplitude. De plus, le module est à hystérésis. L'oscillation dans ces conditions n'est plus simple. Nous nous proposons d'entretenir les oscillations d'une lame d'itacolumite et de les enregistrer.

2° La lame est reliée à un pendule entretenant lui-même ses oscillations.

Le pendule est mobile autour de l'axe CC (*fig. 20*). La tige T du pendule a $1,50^m$ de long. A cette tige est soudée la tige courbe de fer doux AA' centrée sur l'axe CC . AA' oscille dans la bobine B ; dans la position d'équilibre du pendule, l'extrémité A est dans le plan de la joue gauche de la bobine A . Le centre de gravité est amené très près de l'axe d'oscillation par déplacement du poids P le long des tiges aa , bb , solidaires du pendule.

L'impulsion est produite au passage du pendule par sa position d'équilibre, le déplacement se faisant vers la gauche. La figure indique le dispositif employé.

3° La lame est encastrée par une de ses extrémités et libre à l'autre. L'axe mm (*fig. 20, 2*) est mobile dans la chape D liée au pendule. Sur l'axe mm est soudée une plaque p . La section terminale de lame est fixée à cette plaque au moyen de cire Golaz. Nous réalisons les conditions du paragraphe 5 et suivants.

4° Les oscillations sont enregistrées sur le cylindre T tournant d'un mouvement uniforme. Ce cylindre est recouvert d'une feuille de papier photographique (*fig. 20, 3*).

La figure 21 représente les courbes enregistrées pour différentes amplitudes. La courbe B_1 est une sinusoïde amortie. La période diminue lorsque l'amplitude croît. On remarquera les perturbations dues au coïncement se produisant dans la roche lorsque l'amplitude est suffisante.



CHAPITRE IV

RÉACTIVITÉ ET CESSION

40° Emploi d'un grès ordinaire.

Nous distinguons la cession, § 2 (phénomène de réactivité en charge), de la déformation réactive (phénomène de réactivité sous charge constante). D'après l'hypothèse fondamentale, § 2, la cession se déduit par simple différence des ordonnées de même abscisse des courbes expérimentale et d'élasticité parfaite.

Pour un grès ordinaire et dans les limites d'observation, la courbe d'élasticité parfaite est, en première approximation, confondue avec la tangente à l'origine de la courbe de première déformation (§ 33). D'autre part, la cession est notable.

La complication est trop grande pour l'itacolumite. Pour un quartzite la courbe de première déformation est presque confondue avec la tangente au départ.

Nous utilisons dans ce chapitre uniquement des grès ordinaires, de Langres ou de Brive.

40° bis. Première déformation. Charge variant proportionnellement au temps. Cession.

La figure 22 représente la courbe de cession d'un grès ordinaire en fonction de la charge, pour une première déformation. La charge varie proportionnellement au temps.

Cette courbe représente également la courbe de cession en fonction du temps, l'unité de temps correspondant à une augmentation de charge d'une unité.

Cette courbe est tangente à l'origine à l'axe des charges ou des temps, elle débute par une partie concave vers l'axe des déformations et devient ensuite sensiblement rectiligne.

41° Déformations réactives.

La charge varie proportionnellement au temps.

La courbe OAB (*fig. 23*), est la courbe expérimentale de première flexion. Arrivé à la charge C, point A, maintenons la charge constante : la courbe de déformation réactive est la courbe AD.

Sous charge constante, la déformation tend vers une limite, atteinte au bout de plusieurs heures, voire de quelques jours.

La déformation sous charge constante peut être supérieure à la déformation pendant la charge. C'est ainsi que, pour une certaine lame de grès et pour une certaine charge, la déformation de 124 a passé à 260, limite atteinte au bout de trois jours.

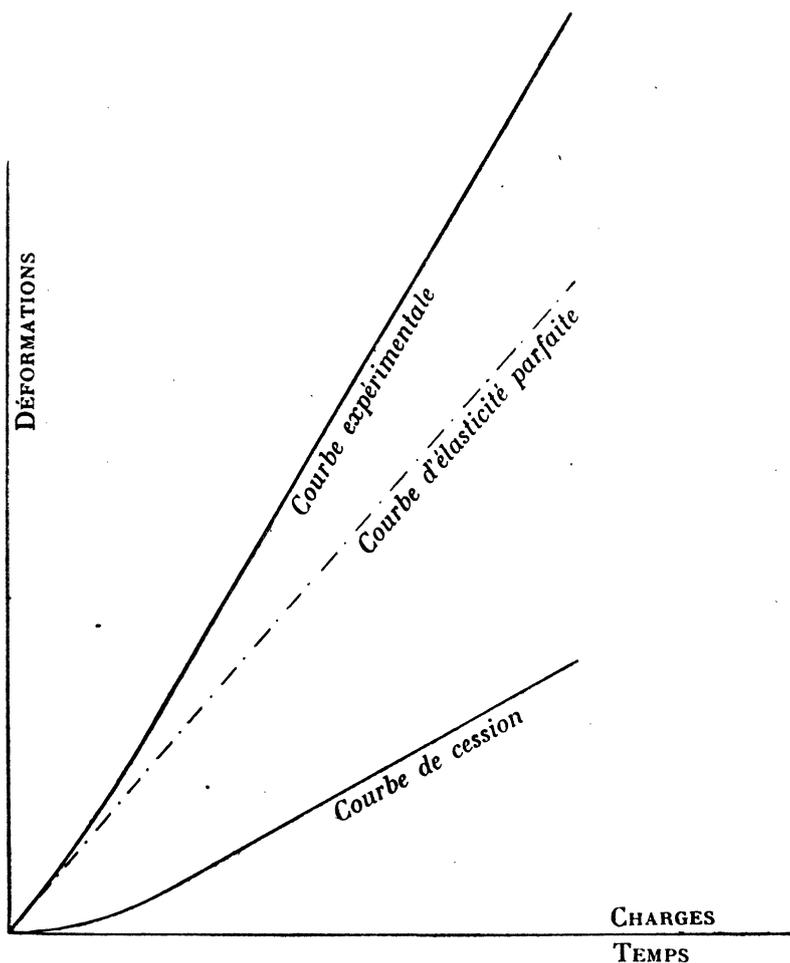


FIG. 22.

La déformation limite sous charge constante est atteinte d'autant plus rapidement que la charge est plus faible (§ 33).

Pour une charge suffisante, qui amène le point A (*fig. 23*) dans la région de démolition de la lame (région BC, *fig. 8*), la déformation continue jusqu'à la rupture.

La courbe de déformation réactive AD est une hyperbole :

$$t = \frac{\alpha n + \beta n^2}{1 - \gamma n} \quad 0 < \gamma < 1;$$

n est la déformation comptée à partir de l'établissement de la charge C.

Au début de la mise en charge, cette courbe est assimilable à la parabole :

$$t = \alpha n + \beta n^2.$$

OA'B' est la courbe de cession ; A'D' obtenue par translation de la courbe AD, est la courbe de déformation réactive pour la charge C.

Reste à déterminer les positions relatives des tangentes en A' à ces deux courbes.

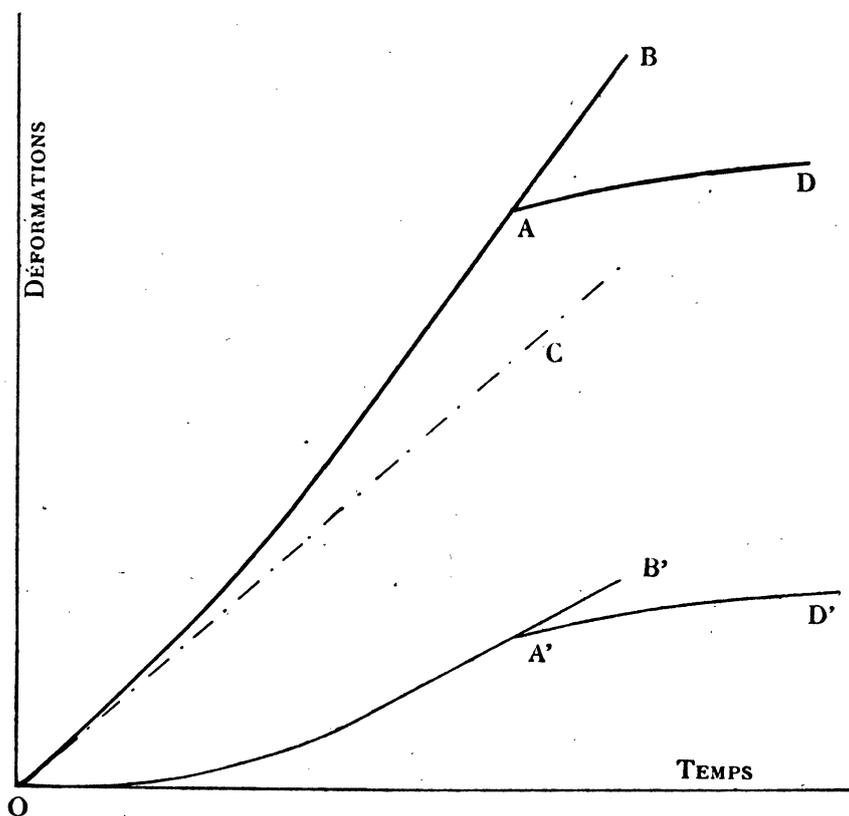


FIG. 23.

42° Cession et réactivité.

On maintient la charge constante à l'instant t .

— Entre les instants $t - \Delta t$ et t :

AB' (*fig. 24*) est la déformation pendant la charge ;

B'F la déformation d'élasticité parfaite ;

AF la cession.

Entre les instants t et $t + \Delta t$:

CC' est la déformation réactive.

Pour une certaine lame de grès et pour une charge C on a trouvé :

$$\frac{\overline{CC'}}{\overline{AF}} = \frac{2.5}{6.5} < 1.$$

Les courbes de cession et de déformation réactive ne sont pas tangentes en leur point commun A' (fig. 23).

La vitesse de cession avant l'établissement de la charge constante est plus grande que la vitesse de déformation réactive après l'établissement de la charge constante.

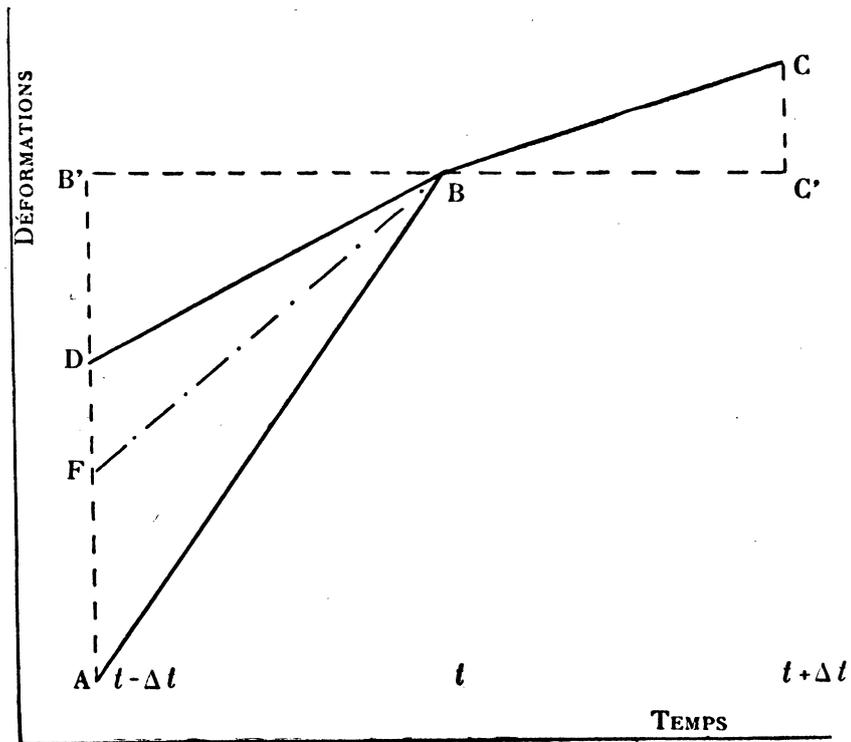


FIG. 24.

43° Influence de la vitesse de charge sur la déformation à charge constante.

Avec la même lame, on opère successivement avec des vitesses de charge 1, 3, 1, 3, 1...

Entre deux expériences, on attend un temps suffisant à charge nulle, pour que les déformations subpermanentes aient disparu.

Voici les déformations à charge constante C, 10 minutes après l'établissement de cette charge pour les :

Vitesse	1.....	déformation réactive.....	4,1
—	3.....	—	4,8
—	1.....	—	4,0
—	3.....	—	4,8

On revient immédiatement à charge nulle et on mesure les déformations au bout de 10 minutes :

Vitesse	1.....	déformation réactive.....	2,4
—	3.....	—	2,8
—	1.....	—	2,4
—	3.....	—	2,8

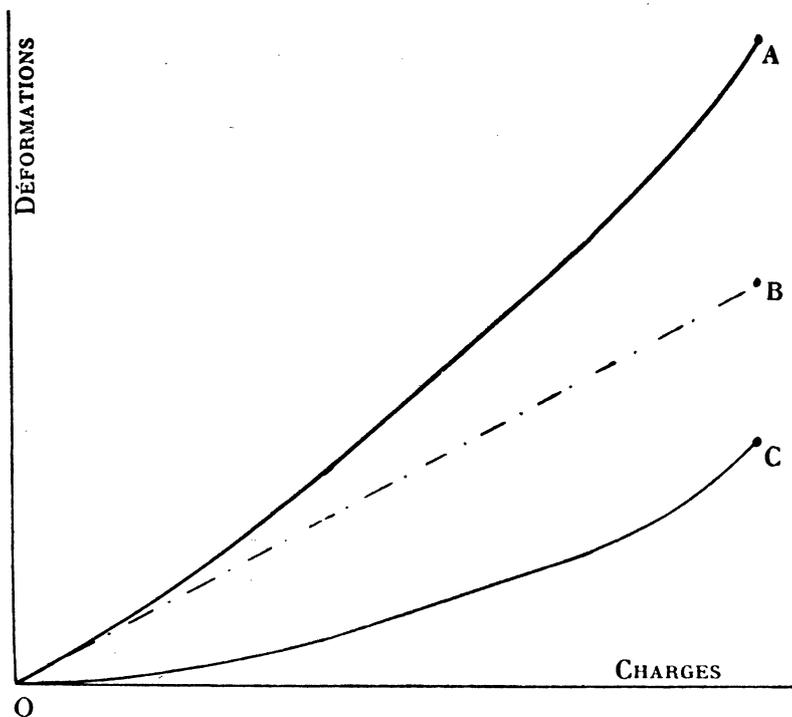


FIG. 25.

L'influence de la vitesse de parcours se montre d'une façon toute particulière lorsqu'on maintient la charge constante. La vitesse de déformation à charge constante, pour un intervalle de temps donné compté à partir de l'établissement de la charge constante, croît avec la vitesse de charge.

Les courbes de cession varient peu lorsque la vitesse de charge croît.

44° Charge variant sinusoidalement par rapport au temps. Courbe de cession pour une première déformation.

Lorsque la charge varie sinusoidalement par rapport au temps, nous passons d'une manière continue et suivant une loi bien définie, d'une charge variant proportionnellement au temps à une charge constante.

Pour un grès ordinaire, dans le plan charges-déformations, la courbe d'élasticité parfaite est sensiblement la droite OB (*fig. 25*); dans le plan temps-déformations c'est la sinusoïde OB (*fig. 26*).

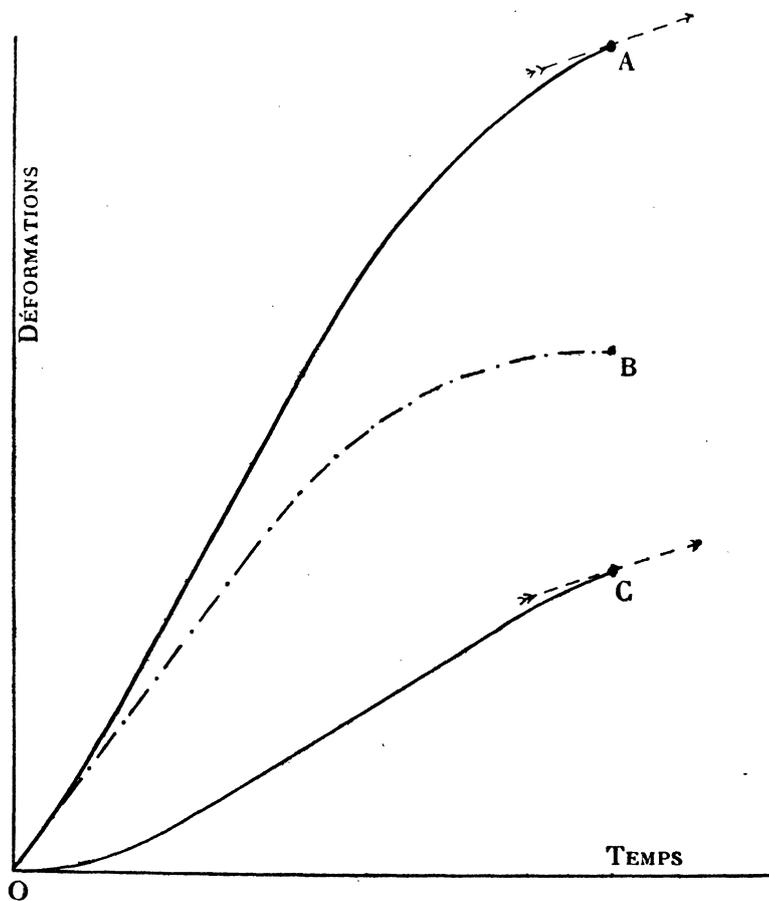


FIG. 26.

De ces courbes et des courbes expérimentales nous en déduisons les courbes de cession OC (§ 2).

Si nous comparons ces courbes à la courbe de cession de la figure 22 (la charge varie proportionnellement au temps), nous voyons à quel point les déformations dépendent de la loi de variation de la charge en fonction du temps.

La courbe de cession (charges-déformations, *fig. 25*), débute par une partie concave vers l'axe des déformations tangente à l'axe des charges, elle est suivie par une portion de petite courbure (comparer avec la courbe de cession charges-déformations, *fig. 22*); mais elle devient à nouveau concave vers l'axe des déformations, la vitesse de charge tendant vers zéro.

La courbe de cession (temps-déformations, *fig. 26*), est analogue au début à la courbe temps-déformations de la figure 22. Mais, la vitesse de charge tendant vers zéro, la déformation croît plus lentement (§ 43).

45° Déformations à charge constante après différents parcours.

Nous utilisons une lame n'ayant jamais servi, la charge varie proportionnellement au temps.

1° La charge varie de 0 à 10. Sous charge constante 10, nous mesurons les déformations de minute en minute, pendant 10 minutes; dans la deuxième colonne du tableau nous avons inscrit les résultats des lectures.

2° La charge varie à nouveau de +10 à -10, sans arrêt sous charge -10, de -10 à +10. Nous mesurons les déformations sous charge 10 pendant 10 minutes : troisième colonne du tableau.

3° La charge varie à nouveau +10 à +15; sans arrêt sous charge +15, de +15 de -15; sans arrêt sous charge -15, de -15 à +10. Nous mesurons les déformations sous charge +10 : quatrième colonne du tableau.

4° Nous répétons l'opération du 2°, les résultats des lectures sont inscrits dans la cinquième colonne.

Le tableau nous montre que revenant à la charge C après le cycle décrit sans arrêt +C, -C, +C, les déformations sous charge C sont indépendantes des parcours et des arrêts antérieurs.

C'est là un moyen pratique de rétablir la lame, pour une charge C, dans un *état observable* identique à celui que possède la lame lors d'une première déformation.

Temps.	Cessions après une première flexion.	Après cycle + 10 — 10.	Après cycle + 15 — 15.	Après cycle + 10 — 10.
0	618	618	617	618
1	619,3	619,2	618,2	619,3
2	620,0	620,0	619	620
3	620,8	620,6	619,6	620,8
4	621,0	621,1	620,1	621,1
5	621,5	621,5	620,5	621,6
6	622,0	622,0	620,9	622,0
7	622,4	622,4	621,4	622,4
8	622,8	622,7	621,8	622,7
9	623,0	622,9	622,0	622,9
10	623,2	623,2	622,2	623,2

46° Cessions avant et après un changement de sens.

La charge varie proportionnellement au temps.

De C — ΔC à C :

AB' est la déformation pendant la charge (*fig. 27*) ;

IB' la déformation d'élasticité parfaite ;

AI la cession correspondante.

Sans arrêt sous charge C la charge diminue.

De C à C — ΔC :

GB' est la déformation pendant la décharge ;

IB' la déformation d'élasticité parfaite ;

IG la cession correspondante.

On a toujours :

$$AI > IG.$$

Au changement de sens de la charge pour la valeur C, les courbes de cession en fonction du temps de charge et de décharge, ne sont pas tangentes au point de rebroussement de la charge.

Rapportons ce résultat aux conclusions du § 42 ; toute discontinuité analytique de la loi de variation de la charge par rapport au temps produit une discontinuité de la loi de cessions ; d'où l'intérêt d'une variation analytiquement continue et bien définie de la loi de variation de la charge par rapport au temps.

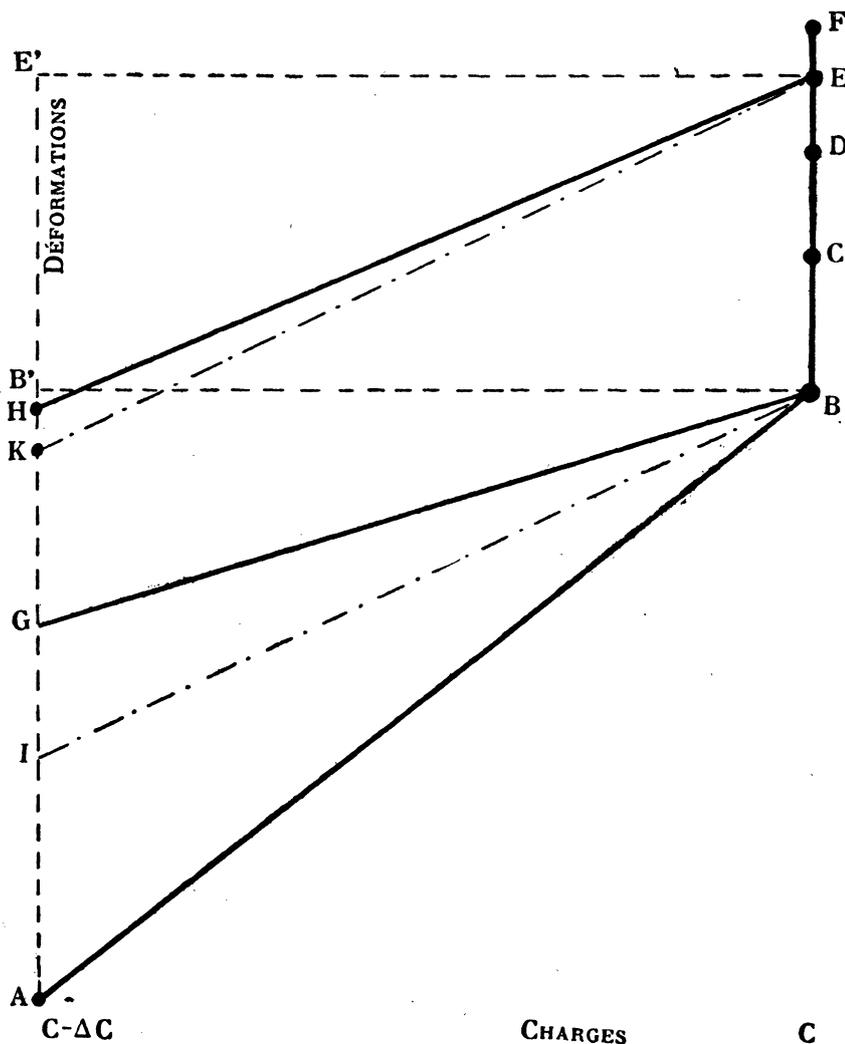


FIG. 27.

47° Déformations réactives sous charge C et Cessions par charges décroissantes après un arrêt sous charge C.

Nous nous proposons de réaliser les expériences suivantes :

1° La charge varie proportionnellement au temps de O à C. Pour la charge C nous déterminons la tangente caractéristique BI (fig. 27).

2° La charge varie proportionnellement au temps de 0 à C. Nous mesurons les déformations réactives pour la charge constante : BC, BD, BE, ... (*fig. 27*) sont ces déformations aux temps 1, 2, 3, ..., θ , $\theta+1$, ..., comptés à partir de l'instant de l'établissement de la charge C.

3° La charge varie proportionnellement au temps de 0 à C; arrêt sous charge constante C pendant le temps θ puis décharge jusqu'à zéro. De l'instant θ à l'instant $\theta+1$, la charge varie de C à $C - \Delta C$.

La déformation pendant la décharge est HE';
 — d'élasticité parfaite KE';
 La cession est KH.

Sur la figure 27, EF est la déformation réactive sous charge constante, de l'instant θ à l'instant $\theta+1$ comptés à partir de l'établissement de la charge C.

KH est la cession dans le même intervalle de temps, la décharge commençant à l'instant θ .

L'expérience montre que l'on a :

$$KH = EF.$$

En particulier pour la décharge sans arrêt sous charge C

$$IG = BC.$$

La courbe OAB (*fig. 28*), est la courbe réactivités-temps, sous charge constante, les courbes OCD, AEF, les courbes cessions-temps pendant la décharge pour des θ différents.

La courbe de cession pour la décharge est tangente à son origine à la courbe de réactivité sous charge constante.

Au début de la décharge, nous sommes en présence de deux phénomènes bien définis : phénomène d'élasticité parfaite, phénomène de cession qui est la suite du phénomène de réactivité sous charge constante.

Toutes ces expériences devraient être réalisées sur des lames neuves (première déformation). Pour un même grès, et des lames de mêmes dimensions, pour une même loi de variation de la charge, les courbes de première déformation de ces lames ne sont pas identiques (§ 20).

Revenue à charge nulle, et après un certain temps, une lame reprend son état primitif. Les expériences précédentes peuvent donc être réalisées successivement avec la même lame, à condition qu'il s'écoule un temps suffisant entre deux expériences. Mais les conditions atmosphériques peuvent changer, et les expériences ne plus être comparables.

Nous avons vu au § 45 que, quel que soit l'arrêt sous charge C, si on revient à cette charge par charges croissantes, après un ou plusieurs cycles, toutes les courbes de déformation sous charge constante C sont identiques.

D'où la technique : entre deux expériences, nous décrivons un ou plusieurs cycles, de manière à ramener la lame sous charge C dans le même état observable.

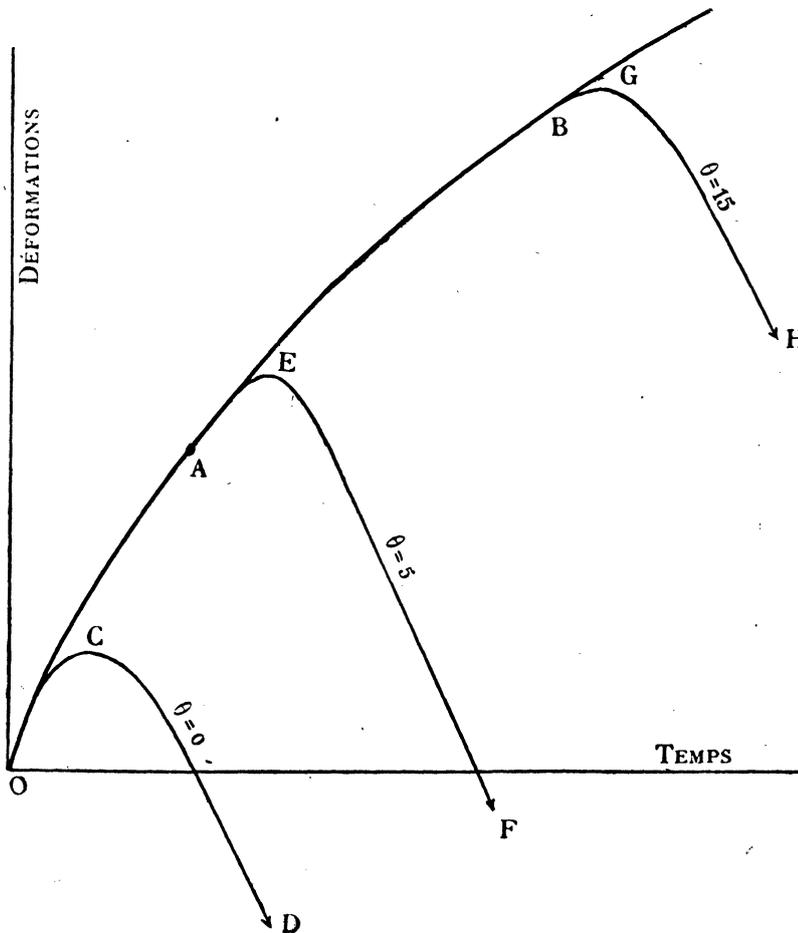


FIG. 28.

48° Déformations réactives avant une reprise de charge et cessions après une reprise de charge.

La charge varie proportionnellement au temps de O à C. On maintient la charge C constante pendant le temps θ . A l'instant θ la charge croît à nouveau proportionnellement au temps.

KH et DE tendent simultanément vers zéro lorsque l'arrêt est suffisamment prolongé.

Dans le plan déformations-temps, les courbes de cession en recharge ne sont pas tangentes à l'origine à la courbe de réactivité sous charge C (fig. 30).

On comparera les figures 28 et 30.

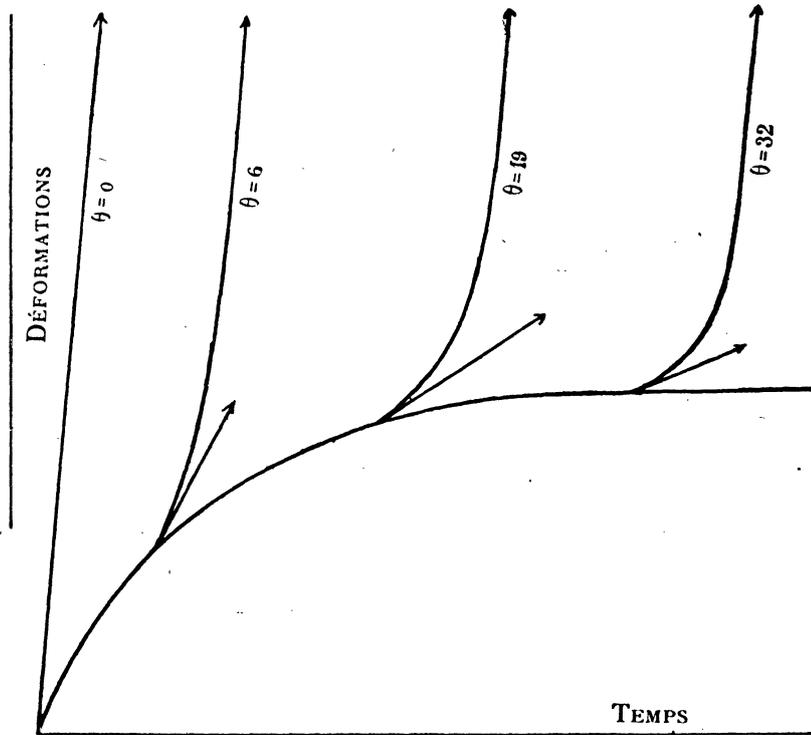


FIG. 30.

49° Courbe de décharge décrite après un arrêt prolongé sous charge constante.

La charge varie proportionnellement au temps de 0 à 10 dans le temps 10, courbe OA (fig. 31). La déformation OA', pour une certaine lame d'un grès, est 100.

On laisse la lame sous charge 10 pendant un temps suffisant; la déformation limite sous charge 10 est atteinte.

On décharge jusqu'à zéro, la charge variant proportionnellement au temps, courbe BC.

La déformation CB', pendant la décharge, est 94. Faisant la part des phénomènes d'élasticité parfaite et de cession, on peut dire : la cession pendant la charge est plus grande que la cession pendant la décharge, même après un arrêt prolongé sous la charge maxima.

La déformation $C B'$ est la déformation de décharge proprement dite, la courbe $B C$ est la courbe de décharge proprement dite. Cette courbe admet comme tangente au point B la tangente caractéristique sous charge C .

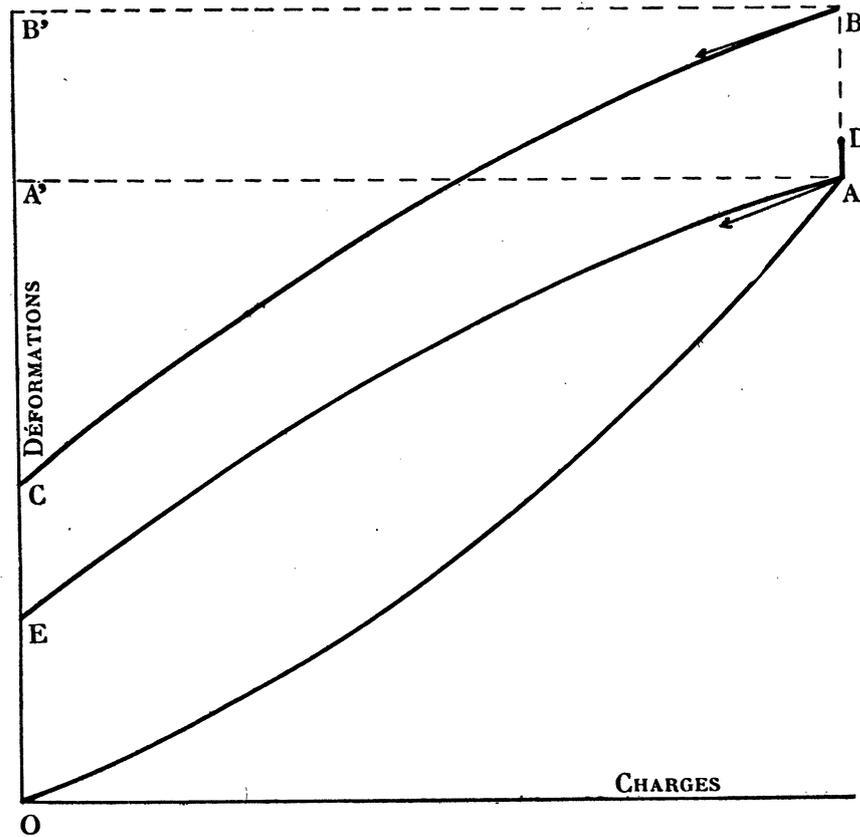


FIG. 31.

50° Courbe de décharge décrite sans arrêt sous charge maxima.

$O A$ (*fig. 31*) est la courbe de charge,

$A E$ est la courbe de décharge sans arrêt sous charge C ,

$A D$ la déformation réactive sous charge C pendant un temps égal à la durée de la décharge.

On a :

$$A' E = B' C - A D.$$

On peut dire que la cession pendant la décharge, sans arrêt sous charge maxima, est la différence entre la cession proprement dite, mise en évidence par l'expérience du § 49, et la réactivité sous charge constante qui se prolonge.

La tangente en A à la courbe de décharge A E n'est pas confondue avec la tangente caractéristique.

Kusakabe (1) prend pour valeur du module brut au point A la valeur de la tangente trigonométrique de l'angle de la tangente en A à la courbe OA avec l'axe des déformations.

F. D. Adams et E. G. Goker (2) prennent pour valeur du module brut la tangente trigonométrique de l'angle de la droite OA avec l'axe des déformations.

51° Petits cycles C, C — ΔC.

Nous nous proposons de vérifier l'hypothèse suivante : la courbe cessions-temps pour les petits cycles C, C — ΔC décrits au voisinage du point C, n, est identique à la courbe réactivités-temps sous charge C, cette charge étant atteinte par valeurs croissantes.

Nous opérons avec une lame d'itacolumite.

1^{re} Expérience. — La charge croît proportionnellement au temps de O à C. Arrivé à la charge C, nous décrivons un très grand nombre de petits cycles C, C — ΔC sans arrêts aux extrémités.

Dans la deuxième colonne du tableau, nous avons fait figurer les lectures observées dans la lunette aux extrémités des cycles. Prenant comme unité de temps la durée d'une demi période (90 secondes), dans la première colonne figure le temps, l'origine des temps correspond au début du parcours des petits cycles.

Soit Δ_n^{n+1} l'amplitude du cycle entre les instants n et $n + 1$. Ces nombres figurent dans la troisième colonne.

2^{me} Expérience. — Au bout d'un certain nombre de petits cycles ainsi décrits, nous effectuons le cycle C, O, — C, O, C pour ramener la lame sous charge C, et par valeurs croissantes, dans un état observable identique à celui de la première expérience (§ 45).

Dans la troisième colonne, nous avons fait figurer les lectures dans la lunette de la déformation aux temps 0, 1, 2, 3, ... comptés à partir de l'établissement de la charge C, celle-ci restant constante.

Soit a_n^{n+1} la déformation réactive entre les instants n et $n + 1$ (5^e colonne).

Soit, d'autre part, δ la déformation d'élasticité parfaite pour une variation ΔC

(1) KUSAKABE, *Rigidity of rocks and hystérésis function* (Journal of the College of Science, Tokyo, Vol. XIX, article 6, pp. 9 et 10).

(2) F. D. ADAMS et E. G. GOKER, *An Investigation into the elastic Constants of Rocks, more especially with reference to cubic compressibility*. Carnegie Institution of Washington n° 46, 1906.

de la charge. Au voisinage du point (C, n) , l'hypothèse du début du paragraphe doit se traduire par la relation

$$\Delta_n^{n+1} - a_n^{n+1} = \delta = \text{constante.}$$

La quantité δ figure dans la sixième colonne du tableau.

L'hypothèse est vérifiée aux erreurs d'expérience près (1/10 de la graduation sur la règle en *m.m* vue dans la lunette).

Temps.	Cycles C C - ΔC	Δ_n^{n+1}	Charge C constante.	a_n^{n+1}	$\Delta_n^{n+1} - a_n^{n+1}$
0	550,0		550,0		
1	547,9	- 2,1	552,0	2,0	4,1
2	553,0	+ 5,1	553,0	1,0	4,1
3	549,5	- 3,5	553,6	0,6	4,1
4	554,0	+ 4,5	554,0	0,4	4,1
5	550,1	- 3,9	554,3	0,3	4,2
6	554,5	+ 4,4	554,6	0,3	4,1
7	550,5	- 4,0	554,8	0,2	4,2

CHAPITRE V

CYCLES DE FLEXION

52° Cycles symétriques à vitesse de charge constante.

L'embrayeur à changement de sens, § 8, permet l'arrêt de la charge ou le changement du sens de la charge. On peut décrire, à vitesse de charge constante, des cycles symétriques, dissymétriques, avec arrêts aux bouts, etc.

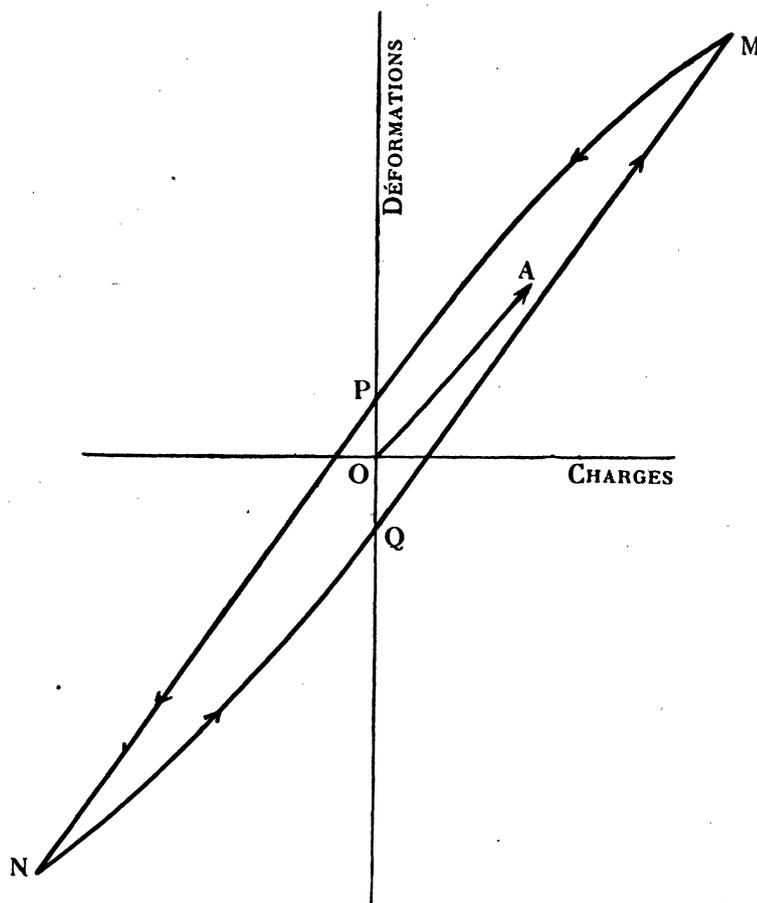


FIG. 32.

Cycles symétriques. — La figure 32 représente le cycle symétrique pour une lame de grès de Langres. O A est la courbe de première flexion.

La figure 33 est relative à un itacolumite. Le cycle est caractérisé par les tangentes inflexionnelles en S et T un peu après le passage à charge nulle. Au voisinage de ces points, les grains de quartz occupent sensiblement leur position pre-

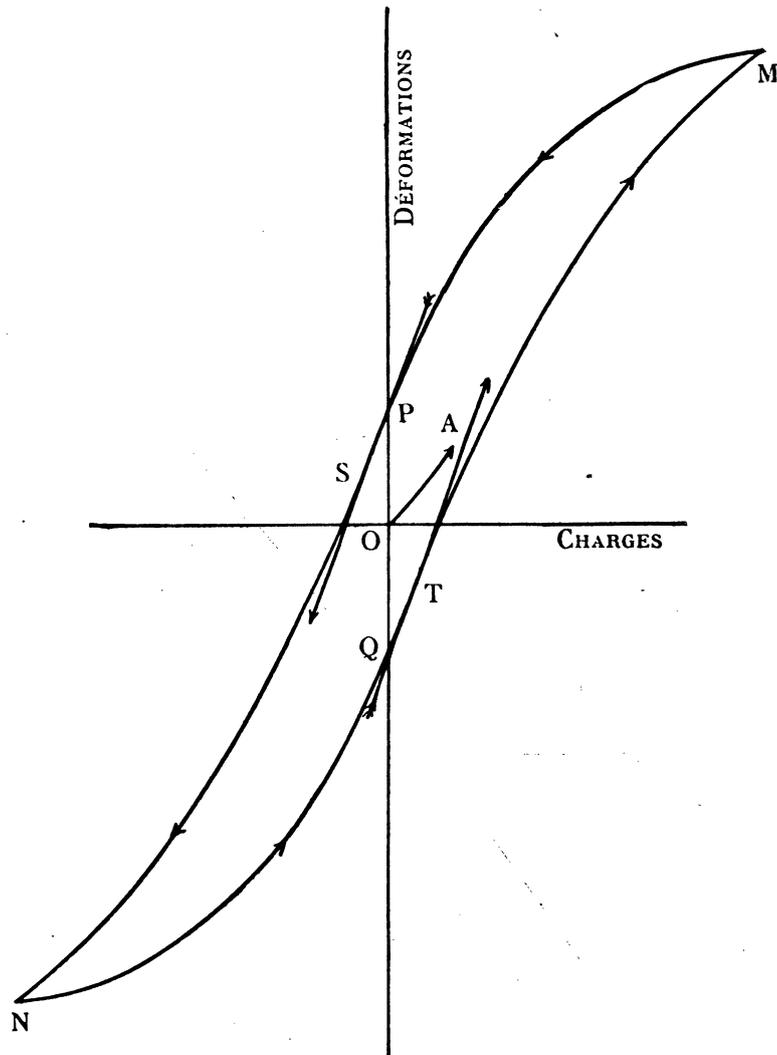
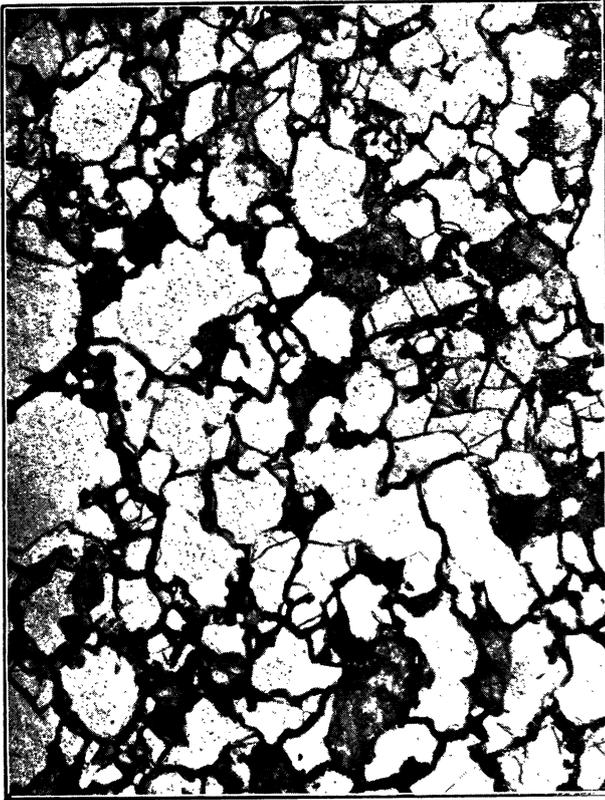


FIG. 33.

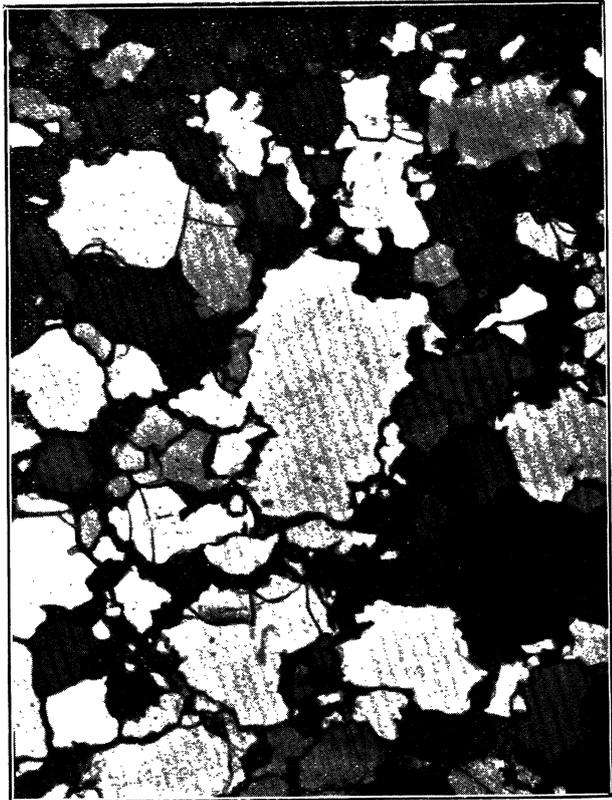
mière; la plupart ne sont pas au contact, la flexion est facile. Lorsque la surface de contact des grains de quartz augmente, la courbe s'infléchit.

Nous avons trouvé, pour un certain grès, un cycle intermédiaire entre le cycle d'un grès de Langres et celui de l'itacolumite.

La figure 34 représente le cycle d'une lame d'une vieille meule avec deux tangentes inflexionnelles en S et T.



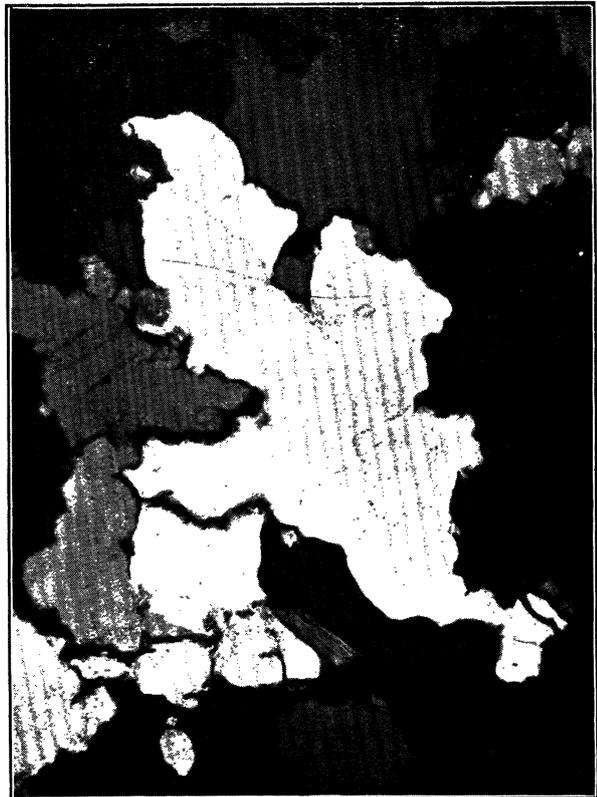
1. — ITACOLUMITE DES INDES.
(× 50. Lumière blanche.)



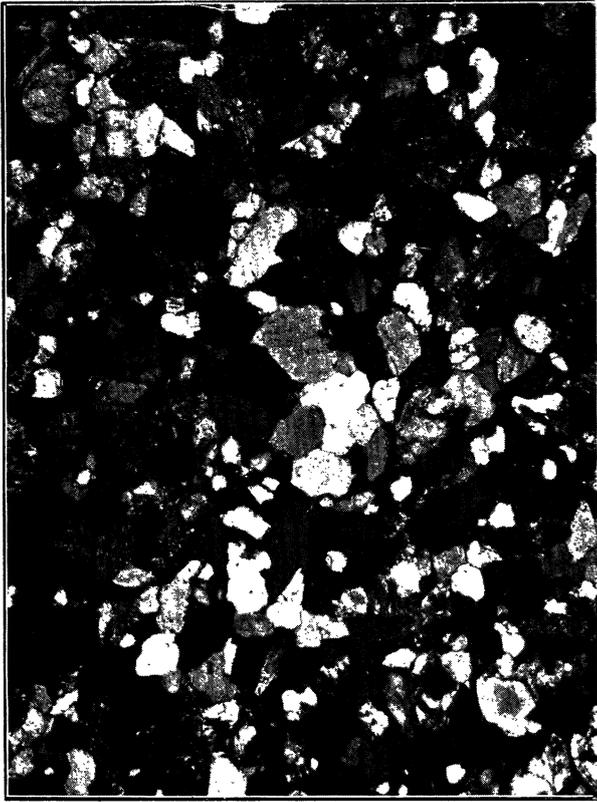
2. — ITACOLUMITE DES INDES.
(× 50. Nicols croisés.)



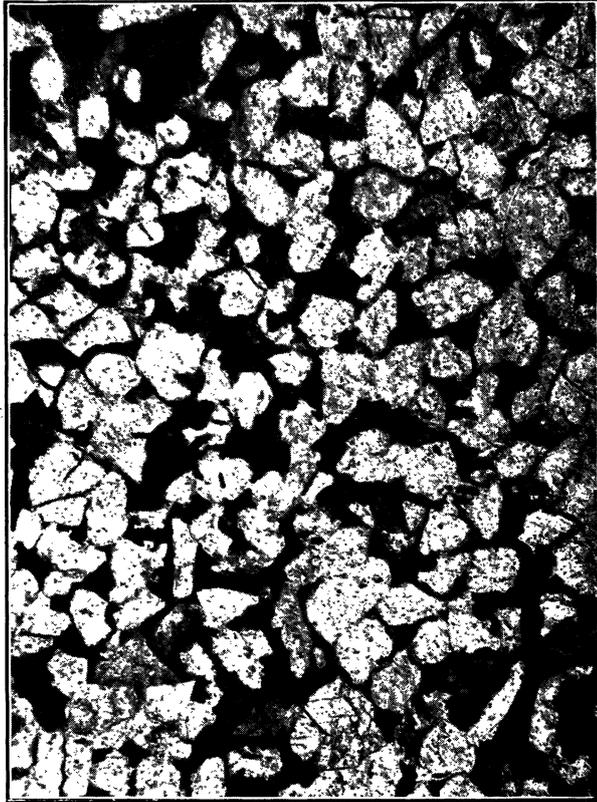
3. — ITACOLUMITE. CAROLINES DU SUD.
(× 40. Lumière blanche.)



4. — ITACOLUMITE D'ITACOLUMA (Brésil).
(× 75. Nicols croisés.)



5. — MEULE (origine inconnue).
(× 45. Nicols croisés.)



6. — GRÈS DE LANGRES.
(× 75. Lumière blanche.)



7. — GRÈS DE BRIVE (Collonges).
(× 75. Lumière blanche.)



8. — QUARTZITE DU BRIANÇONNAIS.
(× 45. Nicols croisés.)

Le grès est particulièrement poreux et à grains de quartz grossiers et peu liés entre eux.

Les microphotographies des planches I et II montrent la relation entre la constitution de ces trois roches et les phénomènes observés. Nous y reviendrons au paragraphe 59.

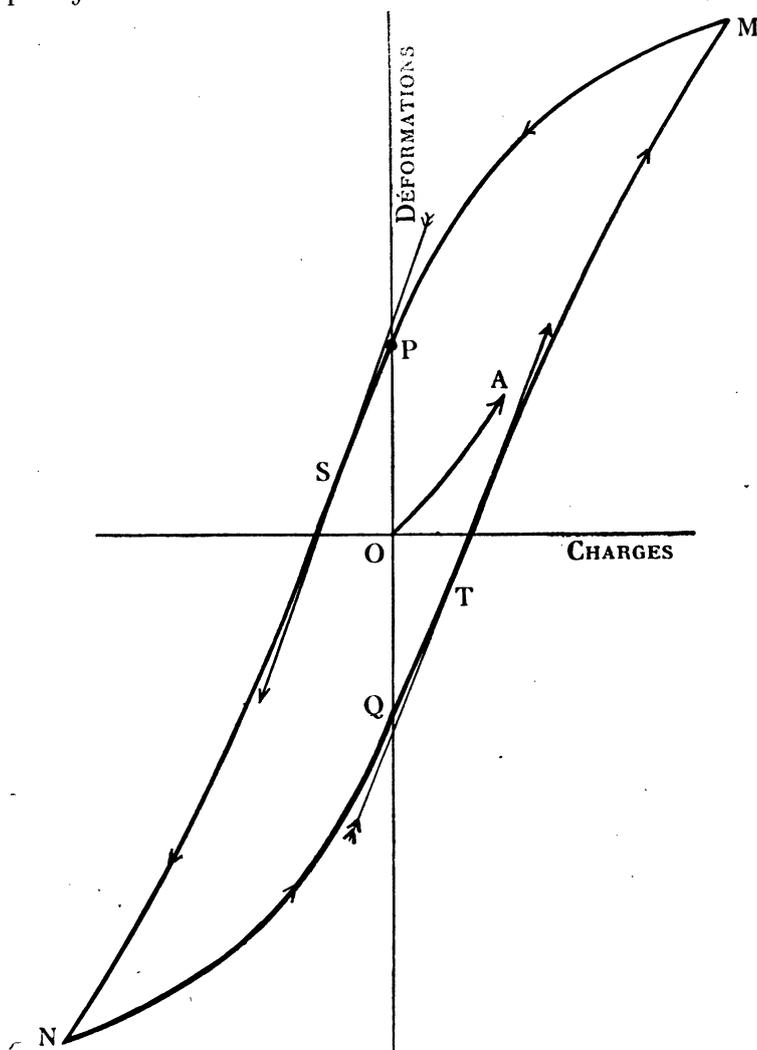


FIG. 34.

53° Accommodation des cycles.

Les cycles précédents sont pratiquement accommodés dès le premier cycle, du moins les extrémités sont-elles fixées.

OA représente le début de la courbe de flexion.

La courbe de première flexion de l'itacolumite présente une tangente inflexionnelle (flexion facile au début).

Un grès à grains de quartz peu liés possède une courbe de première flexion sans tangente inflexionnelle et sans partie convexe vers l'axe des déformations, mais le cycle est comparable à celui d'un itacolumite.

C'est donc en décrivant des cycles qu'il sera possible de faire apparaître le phénomène de l'itacolumite; le phénomène est particulièrement net pour les grès à grains de quartz peu liés entre eux.

Au § 58 nous montrerons qu'il est possible de mettre en évidence, au moyen de cycles d'amplitude suffisante, le phénomène de l'itacolumite même pour un grès ordinaire.

54° Variation de l'amplitude géométrique du cycle avec la période.

Pour une première flexion, plus la vitesse de charge est grande, plus une même flexion correspond à une charge élevée. Mais la variation est faible.

Pour les cycles à amplitude de charge constante, l'amplitude de flexion diminue légèrement lorsque la vitesse de charge croît.

Sur une même lame on accommode successivement les cycles de 30 m., 15 m., 30 m., 15 m.

Charges.	Cycles de 30.	Cycles de 15.	Cycles de 30.	Cycles de 15.
0	401	401	401	400
20	524,5	521,5	524	521
0	424	423	423	423
20	298	300	297	301

A charge nulle tous les cycles passent par les mêmes points.

55° Arrêt à charge nulle. Accommodation des nouveaux cycles (fig. 35).

Après avoir obtenu un cycle symétrique accommodé, on s'arrête à charge nulle, point P ou Q. Au bout d'un certain temps, on atteint le point C entre P et Q. On recommence à décrire de nouveaux cycles, la courbe CD tend vers la courbe QM, parcourue dans le même sens, du cycle accommodé, et on continue sur le cycle : M, P, N, Q, ...

Ainsi, à la suite d'un premier cycle et d'un arrêt prolongé à charge nulle, la nouvelle flexion CM' peut prendre toutes les valeurs comprises entre PM' et QM' .

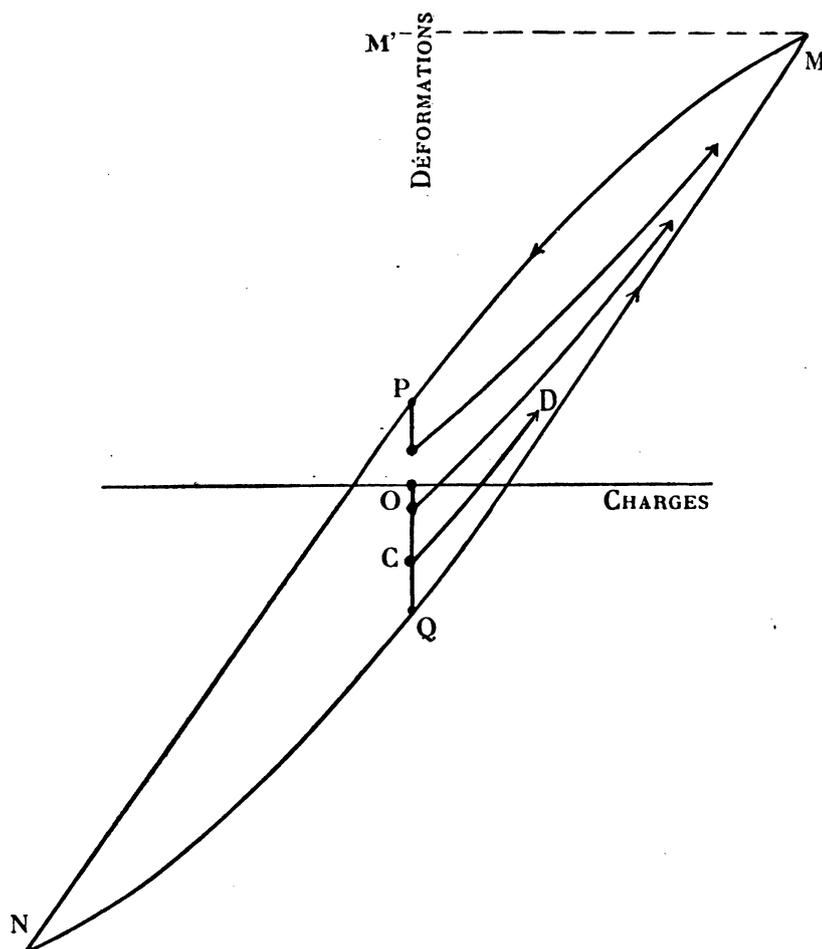


FIG. 35.

56° Cycles sinusoidaux symétriques.

Nous appelons ainsi des cycles pour lesquels la charge varie sinusoidalement par rapport au temps. On utilise l'excentrique § 9 et un ressort convenable. On détermine 48 points par cycle.

La figure 36 représente un cycle sinusoidal (charges-déformations) d'un grès ordinaire; la figure 37, le cycle sinusoidal (charges-déformations) d'un itacolumite.

Les extrémités des cycles sont arrondies. Nous avons montré que la cession est à peu de chose près indépendante de la vitesse de charge, sauf pour les toutes petites

vitesses ; pour une même variation de charge, la cession est alors notablement plus grande.

La cession tend vers la déformation réactive pour la charge maxima § 57.

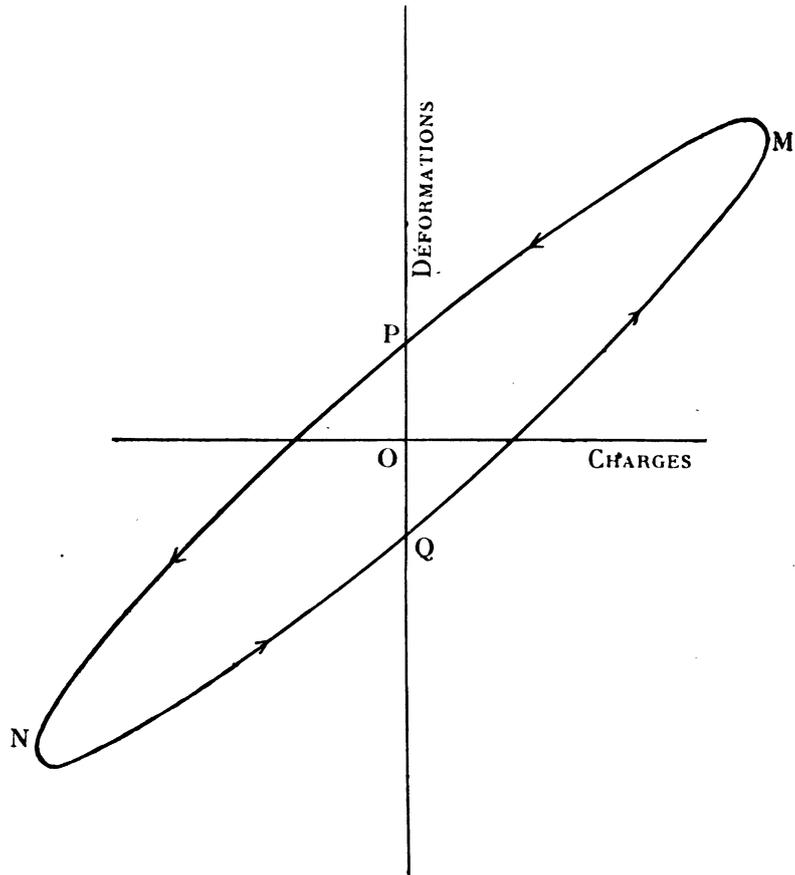


FIG. 36.

Pour le cycle de l'itacolumite, la tangente inflexionnelle est plus étendue que pour un cycle parcouru à variation de charge uniforme, la cession devenant plus importante par rapport à la déformation d'élasticité parfaite pendant le même temps vers les extrémités du cycle.

Pour la même raison, la partie rectiligne d'un cycle d'un grès ordinaire parcouru à vitesse de charge uniforme, est remplacée par une partie concave vers l'axe des déformations aux extrémités du cycle, la charge variant sinusoidalement par rapport au temps.

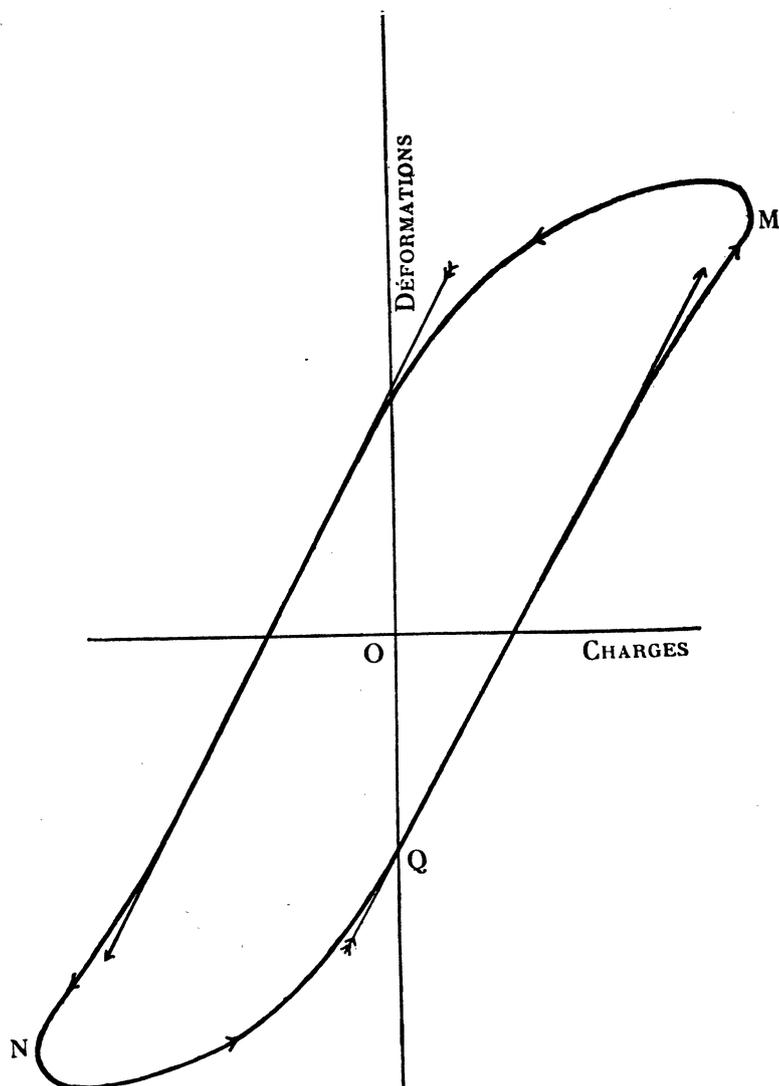


FIG. 37.

57° Cession. Cycle synusoïdal. Grès ordinaire.

1° PLAN CHARGES-DÉFORMATIONS.

Pour un grès ordinaire, la courbe d'élasticité parfaite (§ 33) pour un demi cycle est sensiblement la droite OAO de la figure 38. Le point O est le centre du cycle. La courbe expérimentale est la courbe PMQ, nous en déduisons la courbe de cession PRQ.

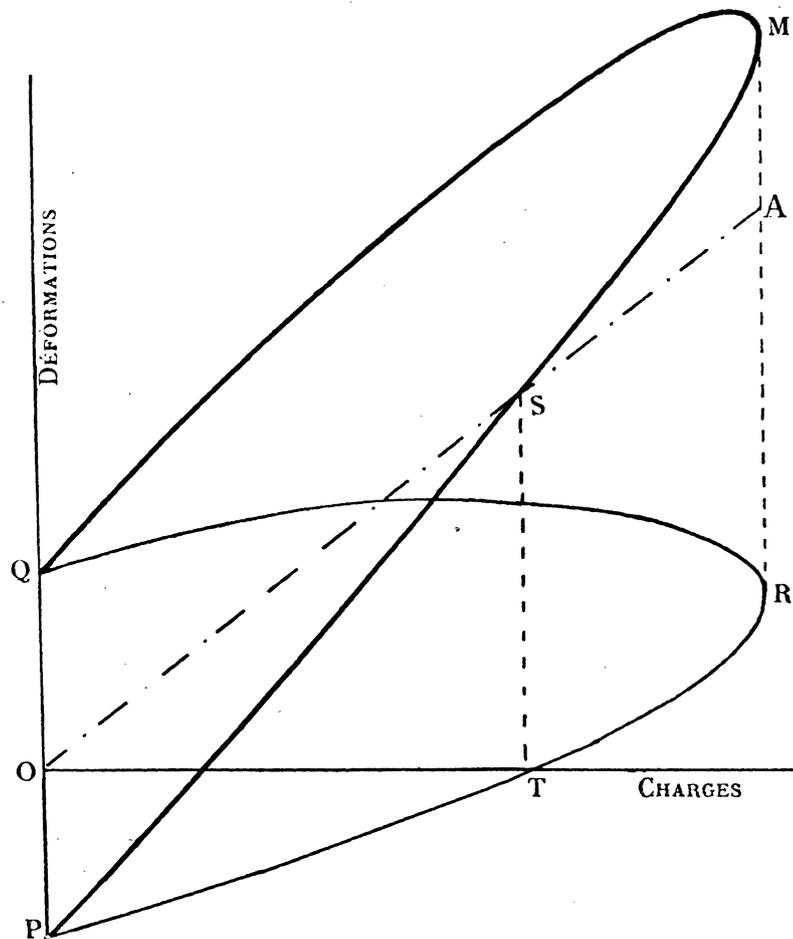


FIG. 38.

2° PLAN TEMPS-DÉFORMATIONS.

Pour une demi période du cycle, la courbe d'élasticité parfaite est la sinusoïde OAO' (fig. 39); la courbe expérimentale est la courbe PMQ; la courbe de cession PRQ.

Au voisinage de la charge nulle la charge croissant, point P, la charge varie sensiblement d'une manière uniforme par rapport au temps; la vitesse moyenne de cession prise sur la courbe est 40.

La vitesse moyenne de cession est 15 au voisinage de la charge maxima, point R; la charge demeure à peu près constante.

Rapport des vitesses moyennes : $40 : 15 = 2,7$.

Pour la même lame, la charge variant proportionnellement au temps, pour une charge C égale à l'amplitude du cycle précédent, nous avons trouvé 6,5 pour vitesse

moyenne de cession en charge, et 2,5 pour vitesse moyenne de cession sous charge constante, tout de suite après la mise en charge.

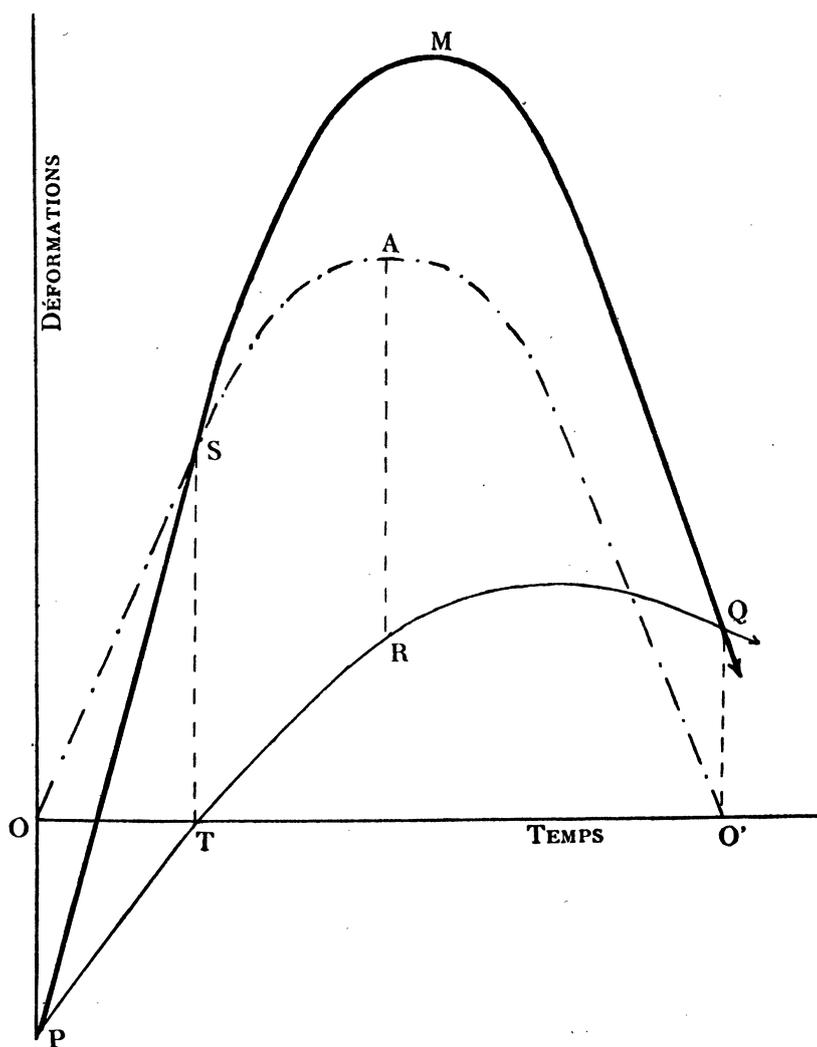


FIG. 39.

Le rapport des vitesses est $6,5 : 2,5 = 2,6$ égal, sensiblement, au rapport précédent.

Dans ces deux expériences, les unités sont différentes.

Un mouvement sinusoïdal permet le passage continu d'une vitesse de charge uniforme à une vitesse nulle (§ 38).

58° Déformation subpermanente et déformation permanente. Itacolumite et grès ordinaire (grès de Langres ou grès de Brive).

Une première flexion poussée jusqu'à la région de démolition, suivie d'une déflexion jusqu'à charge nulle, laisse apparaître une déformation résiduelle en partie subpermanente, en partie permanente (§ 17).

Jusqu'à présent, pour les cycles décrits, la région de démolition n'est pas atteinte; une déformation est la somme de deux déformations: une déformation indépendante du temps (élasticité parfaite), une déformation fonction du temps subpermanente (cession).

1° Nous partons d'une lame neuve, et nous poussons maintenant la première déformation jusqu'à la région de démolition; puis nous décrivons des cycles symétriques par rapport aux charges, à vitesse de charge constante, sans arrêts aux extrémités. Au bout de deux ou trois cycles, le cycle est accommodé.

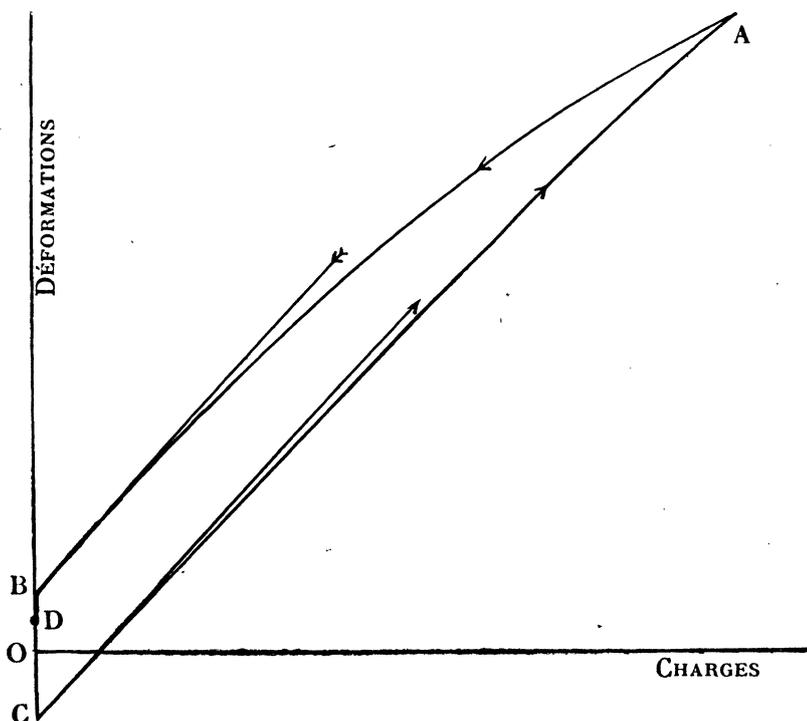


FIG. 40.

La figure 40 représente la moitié du cycle accommodé.

Ce cycle est entièrement symétrique, le centre du cycle coïncidant avec l'origine O de la courbe de première flexion.

Ce cycle est caractérisé par les tangentes inflexionnelles au voisinage de la charge nulle.

Le phénomène si caractéristique de la déformation de l'itacolumite et obtenu également avec un grès à grains de quartz peu liés, peut donc être mis en évidence avec un grès ordinaire, à condition de faire subir au grès des déformations suffisantes et de décrire des cycles.

A vitesse de charge constante, la courbe de première flexion ne possède pas une tangente inflexionnelle. La flexion facile au voisinage de la charge nulle, qui caractérise d'une manière si nette la flexion de l'itacolumite, peut être mise en évidence, même pour un grès ordinaire, à condition de décrire des cycles d'amplitude suffisante.

Le phénomène est d'autant plus difficile à mettre en évidence, que la liaison entre les grains de quartz est plus intime. Les cycles des quartzites sont des loupes très aplaties. Il est impossible, même pour les plus grandes déformations possibles, de distinguer une inflexion dans le parcours cyclé.

Les phénomènes observables avec l'itacolumite, nous apparaissent comme des phénomènes caricaturaux des phénomènes observables avec les grès ordinaires.

Nous n'aurions jamais songé à mettre ceux-ci en évidence, si nous ne les avions pas constatés d'une façon si nette avec l'itacolumite.

3° Revenu à charge nulle, point B, cessons de faire varier la charge, la déformation résiduelle diminue (cession sous charge nulle), mais quel que soit l'arrêt sous charge nulle on ne revient pas en O, il subsiste une *déformation permanente* OD.

4° Après un temps suffisant sous charge nulle, décrivons à nouveau des cycles, de même amplitude mécanique, nous ne tardons pas à nous accommoder sur le cycle du 2°. Le centre du cycle est en O, non en D origine du nouveau parcours cyclé.

Revenu en B, cessons de faire varier la charge, la déformation résiduelle diminue jusqu'en D. *Le grès n'a pas subi une déformation permanente nouvelle.*

59° Particularités des courbes de déformation et constitution. Duralumin.

Nous avons retrouvé pour les cycles de déformation des grès ordinaires, grès de Langres ou grès de Brive, les particularités présentées par les cycles de déformation de l'itacolumite (§ 75); particularités retrouvées d'une façon très nette déjà, pour les cycles de déformation d'un grès de meule « à grains de quartz moulés les uns sur les autres en laissant des vides importants. » (§ 52).

Il s'agit maintenant de relier la constitution de ces roches au phénomène observé. Le phénomène observé est nettement lié à l'indépendance relative des grains de quartz, les espaces compris entre les différents grains étant non remplis (itacolumite

des Indes, grès de meule, grès de Langres), ou remplis totalement ou partiellement par une substance facilement déformable (itacolumite Caroline, grès de Brive).

Certes, la forme du grain de quartz peut faciliter la déformation, comme c'est le cas pour les itacolumites, mais les particularités des courbes de déformation sont liées à la présence de vides ou de matières facilement déformables entre les grains de quartz.

Les courbes de déformation des quartzites (grès sans vides), ne présentent jamais ces particularités.

Certains alliages sont formés d'éléments durs à peu près indépendants au milieu d'un remplissage plus ou moins élastique. Si une déformation amène les éléments durs au contact, la courbe de déformation de ces alliages présentera l'allure de la courbe de déformation de l'itacolumite. Les industriels cherchent à obtenir des alliages particulièrement homogènes, ce qui se traduit par des propriétés élastiques assez bien définies. D'où le tréfilage, le laminage, etc., qui améliorent l'homogénéité du métal.

Parmi les alliages nettement non homogènes, citons les antifrictions, et les alliages d'aluminium.

Le plomb des antifrictions est un ciment trop mou, la cession trop grande cache le phénomène.

Le duralumin est un alliage d'aluminium, densité 2,8, contenant 95 % d'aluminium, 0,5 % de magnésium, 4 à 5 % de cuivre, un peu de manganèse, des traces de fer et de silicium. Cet alliage doit ses propriétés particulières au composé Mg^*Si . Chauffé vers 450° et refroidi brusquement, le composé Mg^*Si reste dissous dans l'aluminium. On obtient ainsi un alliage relativement homogène dont les caractéristiques sont celles de l'acier doux.

Le métal recuit entre 350° et 300° et refroidi lentement, la combinaison Mg^*Si se sépare de la dissolution et le métal devient doux.

Nous avons fait des essais de traction sur le duralumin recuit. M. le Directeur Dombé et M. l'Ingénieur Moine ont bien voulu mettre à notre disposition la machine à essayer, genre romaine, des Usines d'aviation Latécoère, à Toulouse. Nous adressons ici, à ces Messieurs, nos bien sincères remerciements.

A chaque expérience, nous nous sommes assuré de la parfaite planéité des éprouvettes à essayer, de manière à ne pas mélanger une rectification des éprouvettes, au début de la mise en charge, avec le phénomène de traction proprement dit.

La figure 41 représente un essai de traction jusqu'à la rupture. Les charges sont en livres anglaises de 453 gr.

La courbe de première traction du duralumin recuit est analogue, comme allure générale, à celle de la courbe de première déformation de l'itacolumite. On comparera la partie ABCDE de la courbe de la figure 12 à la courbe de la figure 41.

Ajoutons que les courbes de compressibilité des granits de F. D. Adams et

E. G. Goker sont nettement convexes vers l'axe des déformations. Les courbes de compressibilité des marbres des mêmes auteurs sont, comme allure générale, analogues aux courbes de déformation des grès ordinaires. Nous nous proposons de reprendre l'étude des courbes de déformation de ces roches.

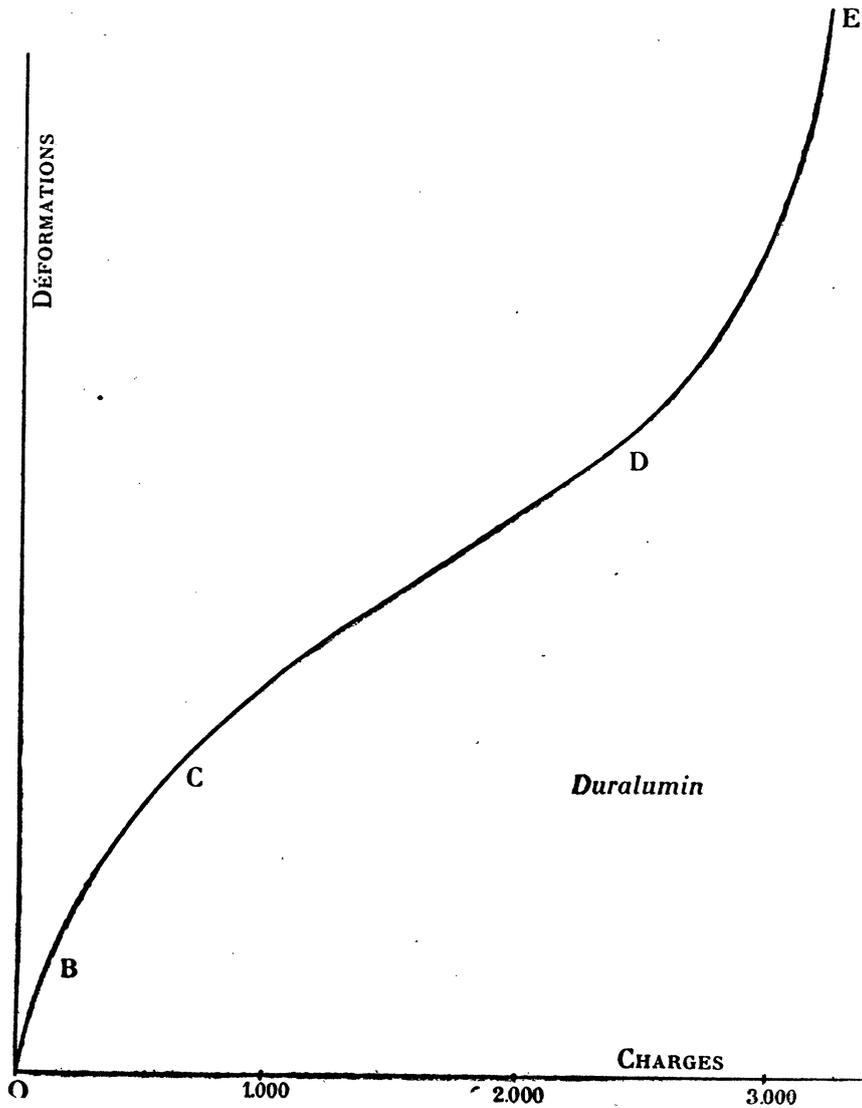


FIG. 41.

60° Résumé.

1° Dans certaines limites, les grès ne subissent que des déformations subpermanentes. Lorsque la charge varie, la déformation observée est la somme de deux dé-

formations : déformation d'élasticité parfaite, déformation dite de cession. Lorsque la charge demeure constante, la déformation se continue, elle est dite réactive.

La charge croissant proportionnellement au temps de 0 à C puis demeurant constante pour la valeur C, les courbes cessions-temps, réactivités-temps, ne sont pas tangentes en leur point commun.

Si la charge décroît, après un arrêt plus ou moins prolongé sous charge C, la courbe cessions-temps est tangente à la courbe réactivités-temps au point commun. Au début de la décharge, une déformation d'élasticité parfaite s'ajoute à la déformation réactive sous charge constante C.

2° Les particularités présentées par les courbes de déformation de l'itacolumite ont été retrouvées pour les courbes de déformation de certains grès, l'amplitude de déformation étant suffisante. La présence de vides ou de matières facilement déformables entre les grains de quartz (matière peu déformable), expliquent ces particularités.

Les courbes de déformation de quartzites ne présentent jamais ces particularités.

Pour un alliage particulièrement hétérogène, le duralumin recuit, renfermant des éléments durs au milieu d'une matière facilement déformable (aluminium), la courbe de première déformation est d'allure générale, analogue à celle de l'itacolumite.

