

R. HURON

**Sur l'interprétation mathématique des groupages sanguins.
Méthode et tableaux d'utilisation**

Annales de la faculté des sciences de Toulouse 4^e série, tome 19 (1955), p. 1-116

http://www.numdam.org/item?id=AFST_1955_4_19_1_0

© Université Paul Sabatier, 1955, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANNALES
DE LA
FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE.
POUR LES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET LES SCIENCES PHYSIQUES.

SUR L'INTERPRÉTATION MATHÉMATIQUE
DES GROUPEMENTS SANGUINS

MÉTODE ET TABLEAUX D'UTILISATION

par R. HURON

INTRODUCTION

1. Dans les procès de filiation, l'expertise sanguine est d'habitude limitée à la détermination des groupes sanguins de chacun des individus de l'ensemble :

Mère — Enfant — Père présumé.

Elle permet parfois de conclure :

il n'est pas possible qu'un homme ayant le complexe sanguin du père présumé, puisse, avec une femme ayant le complexe sanguin de la mère considérée, procréer un enfant ayant le complexe sanguin de l'enfant en cause.

On dit qu'il y a exclusion de paternité.

En fait, on ne peut affirmer l'exclusion que si l'on admet l'impossibilité d'une mutation. L'expérience montre qu'une mutation des gènes conditionnant les groupes sanguins usuels est excessivement rare mais qu'elle peut se produire.

2. Dans le cas où il n'y a pas exclusion, on peut essayer de voir s'il n'est pas quand même possible d'extraire de l'enquête sanguine une certaine information. Deux méthodes ont été proposées.

1^{re} méthode (1). — Elle a été développée par L. HIRSZFELD et F. MILGROM [4]. Son principe est le suivant :

1. Désignée par 1^{er} point de vue dans la suite de cette étude.

En admettant que dans la population donnée la répartition des groupes sanguins est stable, on peut chercher — les groupes de la mère et de l'enfant étant fixés — quelle proportion de l'ensemble de cette population représentent les hommes qui ne seraient pas exclus. Nous appellerons Q cette proportion. Si Q est petit, on considère que le résultat de l'enquête sanguine vient augmenter les charges de l'accusé (3) (7).

$$P = 1 - Q$$

est appelé « probabilité d'exclusion ».

Les calculs sont d'une grande simplicité : pour un système déterminé Q est la somme des fréquences des groupes possibles. L'utilisation simultanée des trois systèmes (ABO) — (Rh) — MN conduit à une « probabilité globale d'exclusion » [9]

$$P = 1 - Q_1 Q_2 Q_3$$

2^o méthode. — Elle est due à M. AMY [4] du Laboratoire de l'Identité Judiciaire (1) (2) (8) :

On calcule la probabilité pour qu'un homme pris au hasard parmi ceux ayant le phénotype sanguin du père présumé procréé avec une femme prise au hasard parmi celles ayant le phénotype sanguin de la mère considérée un enfant de même phénotype sanguin que l'enfant en cause.

Soit p_1 cette probabilité. M. AMY l'appelle « probabilité de paternité semblable ».

Soit alors p_0 la probabilité de paternité semblable d'un homme pris au hasard parmi tous les hommes de la population considérée. Le rapport

$$\rho = \frac{p_1}{p_0}$$

est un indice, supérieur, égal ou inférieur à 1, qui permet de mesurer « l'augmentation ou la diminution introduite par les études sanguines dans les charges qui pèsent sur le père présumé ».

CRITIQUES.

1^o méthode. — La détermination des groupes exclus ne fait intervenir que la mère et l'enfant; on se contente de voir si le père présumé a un groupe figurant parmi les groupes possibles et aucune différence n'est faite entre ces groupes possibles.

Prenons un exemple très simple

Père présumé	(A ₁)
Mère	(B)
Enfant	(A ₁)

On déduit de nos tableaux (chapitre I n° 10) :

1° que le père réel peut appartenir à l'un des deux groupes : (A₁) ou (A₁B);

2° que dans une population moyenne environ 62 % des hommes seraient exclus.

Le père présumé étant (A_1) n'est pas exclu; si le père présumé avait été (A_1B) la conclusion eût été exactement la même.

Remarquons que dans le cas où $P = 0$, la méthode n'apporte aucune réponse.

2° *méthode*. — Si $\rho = 1$ elle ne permet aucune conclusion. D'autre part bien que la considération de ρ puisse paraître fort naturelle, elle est peu probabiliste et par conséquent l'information que l'on peut en déduire n'est pas précise. Reprenons l'exemple précédent :

le père présumé étant (A_1) nos tableaux, déjà cités, donnent :

$$\rho = 2,68$$

ce que l'on peut traduire en disant :

tout homme de même phénotype que le père présumé a 2,68 plus de chances qu'un homme pris au hasard dans la population, de procréer avec la mère un enfant de même groupe que celui de l'enfant en cause.

Si le père présumé avait été (A_1B) on aurait trouvé :

$$\rho = 2,4$$

2,68 et 2,4 sont trop voisins pour que l'on puisse faire une discrimination entre les hommes du groupe (A_1) et ceux du groupe (A_1B).

MÉTHODE PROPOSÉE.

A notre avis, il faut pour obtenir le maximum d'information valable, envisager complètement le problème comme un problème de génétique mathématique.

On sait en effet (6) que sur le plan sanguin, il est tout à fait légitime d'admettre que les unions ont lieu au hasard et qu'il y a panmixie (2), dès lors les phénotypes sanguins peuvent être considérés comme des « causes » au sens de la théorie des probabilités des causes, causes dont on peut calculer les probabilités d'intervention à priori : ce sont les fréquences dans la population des groupes possibles pour le père réel. Le théorème de Bayes s'applique parfaitement et en conséquence nous proposons de *calculer la probabilité a posteriori* \mathcal{O} *qu'à le père réel de l'enfant d'appartenir au groupe du père présumé.*

On démontre que

$$\mathcal{O} = \rho \times (\text{fréquence dans la population, du groupe du père présumé}).$$

Nos tableaux permettent le calcul automatique de \mathcal{O} lorsqu'on prend en considération :

$$\begin{array}{l} \text{les phénotypes : } A_1 - A_2 - B - A_1B - A_2B - O ; \\ \quad \quad \quad M - N - MN \end{array}$$

2. Les autres méthodes reposent aussi sur une telle hypothèse.

et les 12 phénotypes sérologiques de Rh déterminables d'une manière certaine.

Dans l'exemple choisi on trouve :

$$\omega = 0,95$$

Autrement dit :

le père réel à 95 chances sur 100 d'avoir le groupe sanguin du père présumé.

Mais on ne doit pas se contenter du seul calcul de ω ; *il est préférable de chercher la loi de probabilité a posteriori des groupes possibles pour le père réel et de placer le père présumé dans cette échelle de probabilités.*

Ainsi nous trouvons dans notre exemple très simple :

Probabilité a posteriori de (A_1) : 95 %.

Probabilité a posteriori de (A_1B) : 5 %.

Donc un père présumé (A_1B) devra être beaucoup moins chargé qu'un père présumé (A_1), ce qu'aucune des deux méthodes précédentes ne mettait en évidence.

La probabilité d'identité de complexe sanguin.

S'il n'y a qu'un groupe possible pour le père réel :

$$\omega = 1$$

cela veut dire non pas que le père présumé *est le père réel*, mais seulement que le père présumé et le père réel ont même complexe sanguin, ce qui est tout différent.

Pour pouvoir conclure, il faudrait connaître *tous les hommes* ayant le complexe sanguin du père présumé et ajouter à l'enquête sérologique une enquête judiciaire. Cela serait peut-être possible si on possédait le « fichier » des groupes sanguins de toute la population.

De toute manière, sur le plan sérologique où nous nous plaçons, on ne peut *jamais* conclure à la paternité. Il ne faut donc pas, à notre avis et afin d'éviter toute équivoque, parler de « probabilité de paternité » mais plutôt de « probabilité d'identité de complexe sanguin ».

La pré-exclusion.

Passons au cas inverse et raisonnons sur un cas réel.

Affaire R. C.

Père présumé	0 — c c D E — M N
Mère	A_1 — c c d d e e — M N
Enfant	A_1 — c c D E — N

Les probabilités a posteriori des groupes possibles pour le père réel calculées à l'aide de nos tableaux et rangées par ordre de probabilité décroissante sont (voir chapitre IV, n° 2, 2^e exemple) :

A ₁ — c c D E — M N	0,146
O — c c D E — M N	0,130
A ₁ — c c D E — M N	0,115
A ₁ — C c D E — M N	0,106
O — c c D E — N	0,102
O — c c D E — M N	0,094
A ₁ — C c D E — N	0,083
O — C c D E — N	0,074
A ₂ — c c D E — M N	0,029
A ₂ — c c D E — N	0,023
A ₂ — C c D E — M N	0,021
A ₂ — C c D E — N	0,017
B — c c D E — M N	0,009
B — c c D E — N	0,008
B — C c D E — M N	0,007
B — C c D E — N	0,006
A ₁ B — c c D E — M N	0,006
A ₁ B — c c D E — N	0,005
A ₁ B — C c D E — M N	0,005
A ₁ B — C c D E — N	0,004
A ₂ B — c c D E — M N	0,003
A ₂ B — c c D E — N	0,003
A ₂ B — C c D E — M N	0,002
A ₂ B — c c D E — M N	0,002

83 % des hommes seraient exclus; le père présumé ne l'est pas et son complexe sanguin est parmi les deux complexes les plus probables a posteriori.

Cela constitue une charge pour l'accusé, mais rien de plus.

Si par contre le complexe du père présumé le plaçait parmi les quatre derniers dont la somme des probabilités est égale à 1 % nous dirions qu'il y a *pré-exclusion* et nous considérerions cette position comme un argument très fort pour la *non paternité*.

On voit ainsi qu'un tel homme qui serait chargé par la première méthode est, en fait, un *père réel très peu probable*.

CHAPITRE I

SYSTÈME A B O

1. — NOTATIONS. — PROBLÈME I.

Connaissant les fréquences des gènes dans une population, calculer les probabilités des phénotypes possibles en admettant que ces gènes soient appariés au hasard.

Nous désignons par : A_1, A_2, B, R les gènes allèles et par a_1, a_2, b, r leurs fréquences respectives dans la population étudiée. On sait que A_1 domine A_2 et R et que A_2 et B dominant R , il en résulte que l'on peut trouver les phénotypes suivants¹ :

$$(A_1); (A_2); (B); (A_1B); (A_2B); (O)$$

auxquels correspondent un ou plusieurs génotypes indiqués dans le tableau suivant (2° colonne) :

TABLEAU I

Phénotypes	Génotypes	Probabilités des phénotypes
(A_1)	A_1A_1 — A_1A_2 — A_1R	$a_1^2 + 2a_1a_2 + 2a_1r$
(A_2)	A_2A_2 — A_2R	$a_2^2 + 2a_2r$
(B)	BB — BR	$b^2 + 2br$
(A_1B)	A_1B	$2a_1b$
(A_2B)	A_2B	$2a_2b$
(O)	RR .	r^2

On en déduit immédiatement les probabilités cherchées (3° colonne du tableau I).

2. — PROBLÈME II.

Le phénotype d'un individu étant connu, calculer la probabilité qu'il ait un génotype donné.

Ces probabilités sont rapportées dans le tableau II; elles peuvent être calculées en utilisant la formule de BAYES :

$$(1) \quad Pr [C_k / E] = \frac{\varpi_k p_k}{\sum \varpi_i p_i}$$

où les C_k représentent les « causes », E l'événement observé, ϖ_i les probabilités a priori, p_i les probabilités a postériori.

Dans notre cas les « causes » sont les génotypes : $A_1A_1; \dots; RR$ (première colonne du tableau II). Il en résulte que les ϖ_i sont :

$$a_1^2, 2a_1a_2, 2a_1b, 2a_1r, a_2^2; 2a_2b; 2a_2r; b^2; 2br; r^2$$

L'événement E consiste dans le fait que l'individu observé ait un phénotype donné; il en résulte que les p_i sont égaux à 1 ou à 0, en effet admettons par exemple que l'individu considéré ait le phénotype (A_1) on a (2) :

1. La parenthèse sert à différencier le phénotype du gène.

2 p_1 n'est pas ici la probabilité p_1 définie dans l'introduction.

$$p_1 = \text{Pr} [(A_1)/A_1 A_1] = 1$$

$$p_2 = \text{Pr} [(A_1)/A_1 A_2] = 1$$

$$p_3 = \text{Pr} [(A_1)/A_1 B] = 0; \dots \text{ etc...}$$

(1) donne alors pour la case C_{11} du tableau II⁽³⁾.

$$\text{Pr} [A_1 A_1 / (A_1)] = \frac{a_1^2}{a_1^2 + 2a_1 a_2 + 2a_1 r} = \frac{a_1}{a_1 + 2a_2 + 2r}$$

pour la case C_{31} :

$$\text{Pr} [A_1 B / (A_1)] = \frac{0}{a_1^2 + 2a_1 a_2 + 2a_1 r} = 0; \text{ etc...}$$

REMARQUE :

Pour qu'un p_i soit égal à 1, il faut et il suffit que le phénotype donné contienne le génotype lié au rang i , il en résulte que $\sum \omega_i p_i$ n'est autre que la probabilité de ce phénotype; on a donc si G appartient à Φ :

$$(2) \quad \text{Pr} [\text{génotype } G / \text{Phénotype } \Phi] = \frac{\text{Pr} [\text{Phénotype } G_i]}{\text{Pr} [\text{Phénotype } \Phi]}$$

le second membre est nul dans le cas contraire.

TABLEAU II.

Génotypes	PHÉNOTYPES SUPPOSÉS CONNUS					
	(A ₁)	(A ₂)	(B)	(A ₁ B)	(A ₂ B)	(0)
A ₁ A ₁	$\frac{a_1}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	0	0	0	0	0
A ₁ A ₂	$\frac{2a_2}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	0	0	0	0	0
A ₁ B	0	0	0	1	0	0
A ₁ R	$\frac{2r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	0	0	0	0	0
A ₂ A ₂	0	$\frac{a_2}{a_2 + 2r}$	0	0	0	0
A ₂ B	0	0	0	0	1	0
A ₂ R	0	$\frac{2r}{a_2 + 2r}$	0	0	0	0
B B	0	0	$\frac{b}{b + 2r}$	0	0	0
B R	0	0	$\frac{2r}{b + 2r}$	0	0	0
R R	0	0	0	0	0	1

3. Dans tous nos tableaux les cases seront repérées par le symbole C_{ij} ; i indice des lignes; j indice des colonnes.

3. — PROBLÈME III.

Calcul de la probabilité pour qu'un individu de phénotype connu donne un gène déterminé.

Ces probabilités sont rapportées dans le tableau III.

On a par exemple :

$$\begin{aligned} \Pr [(A_1) \rightarrow A_1] = & \Pr [A_1 A_1 / (A_1)] \times \Pr [A_1 A_1 \rightarrow A_1] \\ & + \Pr [A_1 A_2 / (A_1)] \times \Pr [A_1 A_2 \rightarrow A_1] \\ & + \Pr [A_1 R / (A_1)] \times \Pr [A_1 R \rightarrow A_1] \end{aligned}$$

Les premiers facteurs de chaque terme sont lus dans le tableau II, d'où :

$$\begin{aligned} \Pr [(A_1) \rightarrow A_1] &= \frac{a_1}{a_1 + 2a_2 + 2r} \times 1 + \frac{2a_2}{a_1 + 2a_2 + 2r} \times \frac{1}{2} + \frac{2r}{a_1 + 2a_2 + 2r} \times \frac{1}{2} \\ \Pr [(A_2) \rightarrow A_1] &= \frac{a_1 + a_2 + r}{a_1 + 2a_2 + 2r} \cdot \text{etc...} \end{aligned}$$

TABLEAU III

PHÉNOTYPES supposés connus	GÈNES			
	A ₁	A ₂	B	R
(A ₁)	$\frac{a_1 + a_2 + r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	$\frac{a_2}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	0	$\frac{r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$
(A ₂)	0	$\frac{a_2 + r}{a_2 + 2r}$	0	$\frac{r}{a_2 + 2r}$
(B)	0	0	$\frac{b + r}{b + 2r}$	$\frac{r}{b + 2r}$
(A ₁ B)	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0
(A ₂ B)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
(0)	0	0	0	1

4. — CONSÉQUENCE.

La probabilité qu'un homme pris au hasard dans une population donne un gène déterminé est égale à la fréquence de ce gène dans la population.

Cette affirmation est presque évidente; vérifions-la sur le gène A₁ par exemple. En désignant par P_{A₁} la probabilité cherchée, on a :

$$\begin{aligned} P_{A_1} = & \Pr [(A_1)] \times \Pr [(A_1) \rightarrow A_1] + \Pr [(A_2)] \times \Pr [(A_2) \rightarrow A_1] + \dots \\ & \dots + \Pr [(0)] \cdot \Pr [(0) \rightarrow A_1] \end{aligned}$$

Le tableau I donne les valeurs des premiers facteurs de chaque terme, le tableau III les valeurs des seconds facteurs; on trouve ainsi :

$$P_{A_1} = (a_2^2 + 2a_1 a_2 + 2a_1 r) \frac{a_1 + a_2 + r}{a_1 + 2a_2 + 2r} + a_1 b = a_1.$$

5. — CONSTRUCTION D'UN TABLEAU AUXILIAIRE. (Tableau IV.)

Considérons le produit symbolique

$$(A_1 + A_2 + B + R) (\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{B} + \bar{R})$$

où : A_1, A_2, B et R représentent les gènes paternels possibles et $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{B}$ et \bar{R} les gènes maternels possibles. En développant ce produit on obtient toutes les éventualités possibles et les différentes manières de réaliser, pour l'enfant, les différents phénotypes possibles. On en déduit les égalités symboliques :

$$\left\{ \begin{array}{l} (A_1) = A_1 \bar{A}_1 + A_1 \bar{A}_2 + A_1 \bar{R} + A_2 \bar{A}_1 + R \bar{A}_1 \\ (A_2) = A_2 \bar{A}_2 + A_2 \bar{R} + R \bar{A}_2 \\ (B) = B \bar{B} + B \bar{R} + R \bar{B} \\ (A_1 B) = A_1 \bar{B} + B \bar{A}_1 \\ (A_2 B) = A_2 \bar{B} + B \bar{A}_2 \\ (O) = B \bar{R} \end{array} \right.$$

Ceci posé, indiquons la manière de calculer la case C_{12} du tableau IV. L'enfant est (A_1) , on aura donc à considérer :

$$(3) \quad (A_1) = A_1 \bar{A}_1 + A_1 \bar{A}_2 + A_1 \bar{R} + A_2 \bar{A}_1 + R \bar{A}_1$$

La mère est (A_2) ; elle ne peut donner que l'un des 2 gènes \bar{A}_2 ou \bar{R} . Il en résulte que pour cet enfant les seules combinaisons géniques possibles seront obtenues en ne prenant en considérations dans (3) que les termes contenant \bar{A}_2 ou \bar{R} , ce qui peut s'écrire :

$$A_1 (\bar{A}_2 + \bar{R}); \quad \text{etc...}$$

En résumé, le tableau IV donne, en mettant en évidence les apports génétiques paternels et maternels, les génotypes possibles pour un enfant de phénotype déterminé lorsque la mère a elle-même un phénotype connu.

TABLEAU IV.

Enfant	MÈRE					
	(A ₁)	(A ₂)	(B)	(A ₁ B)	(A ₂ B)	O
(A ₁)	$A_1 (\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{R}) + (A_2 + R) \bar{A}_1$	$A_1 (\bar{A}_2 + \bar{R})$	$A_1 \bar{R}$	$(A_1 + A_2 + R) \bar{A}_1$	$A_1 \bar{A}_2$	$A_1 \bar{R}$
(A ₂)	$A_2 (\bar{A}_2 + \bar{R}) + R \bar{A}_2$	$A_2 (\bar{A}_2 + \bar{R}) + R \bar{A}_2$	$A_2 \bar{R}$	0	$(A_2 + R) \bar{A}_2$	$A_2 \bar{R}$
(B)	$B \bar{R}$	$B \bar{R}$	$B (\bar{B} + \bar{R}) + R \bar{B}$	$(B + R) \bar{B}$	$(B + R) \bar{B}$	$B \bar{R}$
(A ₁ B)	$B \bar{A}_1$	0	$A_1 \bar{B}$	$A_1 \bar{B} + B \bar{A}_1$	$A_1 \bar{B}$	0
(A ₂ B)	$B \bar{A}_2$	$B \bar{A}_2$	$A_2 \bar{B}$	$A_2 \bar{B}$	$A_2 \bar{B} + B \bar{A}_2$	0
(O)	$R \bar{R}$	$R \bar{R}$	$R \bar{R}$	0	0	$R \bar{R}$

6. — PROBLÈME IV.

Calcul de la probabilité pour qu'un homme pris au hasard parmi ceux d'un phénotype déterminé procréé avec une femme prise au hasard parmi celles d'un phénotype connu un enfant de phénotype connu.

Nous avons six tableaux : V_1, V_2, \dots, V_6 correspondant aux six phénotypes possibles pour le père présumé.

Indiquons comment, par exemple, a été calculée la case C_{21} du tableau V_1 . Cette case correspond au cas :

- Phénotype du père présumé : (A_2)
- Phénotype de la mère : (A_1)
- Phénotype de l'enfant : (A_2)

La case C_{21} du tableau IV donne les combinaisons géniques :

$$(4) \quad A_2 (\bar{A}_2 + \bar{R}) + R \bar{A}_2$$

Le tableau III donne alors :

$$\begin{aligned} \text{pour le père : } Pr [(A_2) \rightarrow A_2] &= \frac{a_2 + r}{a_2 + 2r} \\ Pr [(A_2) \rightarrow R] &= \frac{r}{a_2 + 2r} \\ \text{pour la mère : } Pr [(A_1) \rightarrow \bar{A}_1] &= \frac{a_1}{a_1 + 2a_2 + 2r} \\ Pr [(A_1) \rightarrow \bar{R}] &= \frac{r}{a_1 + 2a_2 + 2r} \end{aligned}$$

d où ici :

$$C_{21} = \frac{a_2 + r}{a_2 + 2r} \cdot \frac{a_1 + r}{a_1 + 2a_2 + 2r} + \frac{r}{a_2 + 2r} \cdot \frac{a_1}{a_1 + 2a_2 + 2r}$$

Les 216 cas possibles se traitent de la même manière; les cases contenant 0 correspondent aux cas d'exclusion ou d'impossibilité.

TABLEAU V_1 .
Homme de Phénotype (A_1) .

Enfant	MÈRE		
	(A_1)	(A_2)	(B)
(A_1)	$\frac{a_1^2 + 4a_1a_2 + 4a_1r + 6a_2r + 3r^2}{(a_1 + 2a_2 + 2r)^2}$	$\frac{a_1 + a_2 + r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	$\frac{a_1r + a_2r + r^2}{(a_1 + 2a_2 + 2r)(b + 2r)}$
(A_2)	$\frac{a_2^2 + 2a_2r}{(a_1 + 2a_2 + 2r)^2}$	$\frac{a_2^2 + 3a_2r + r^2}{(a_1 + 2a_2 + 2r)(a_2 + 2r)}$	$\frac{a_2r}{(a_1 + 2a_2 + 2r)(b + 2r)}$
(B)	0	0	$\frac{r^2 + rb}{(a_1 + 2a_2 + 2r)(b + 2r)}$
(A_1, B)	0	0	$\frac{a_1r + a_2b + a_2r + a_2b + r^2 + rb}{(a_1 + 2a_2 + 2r)(b + 2r)}$
(A_2, B)	0	0	$\frac{a_2r + a_2b}{(a_1 + 2a_2 + 2r)(b + 2r)}$
(0)	$\frac{r^2}{(a_1 + 2a_2 + 2r)^2}$	$\frac{r^2}{(a_1 + 2a_2 + 2r)(a_2 + 2r)}$	$\frac{r^2}{(a_1 + 2a_2 + 2r)(b + 2r)}$

TABLEAU V₁.Homme de Phénotype (A₁) (suite).

Enfant	MÈRE		
	(A ₁ B)	(A ₂ B)	(0)
(A ₁)	$\frac{1}{2}$	$\frac{a_1 + a_2 + r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{a_1 + a_2 + r}{(a_1 + 2a_2 + 2r)}$
(A ₂)	0	$\frac{a_2 + r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{a_2}{(a_1 + 2a_2 + 2r)}$
(B)	$\frac{r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	0
(A ₁ B)	$\frac{a_1 + a_2 + r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{a_1 + a_2 + r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	0
(A ₂ B)	$\frac{a_2}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{a_2}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	0
(0)	0	0	$\frac{r}{(a_1 + 2a_2 + 2r)}$

TABLEAU V₂.
Homme de Phénotype (A₂).

Enfant	MÈRE					
	(A ₁)	(A ₂)	(B)	(A ₁ B)	(A ₂ B)	(0)
(A ₁)	$\frac{a_1 + a_2 + r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0
(A ₂)	$\frac{a_2^2 + 3a_2r + r^2}{(a_2 + 2r)(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{a_2^2 + 4a_2r + 3r^2}{(a_2 + 2r)^2}$	$\frac{a_2r + r^2}{(a_2 + 2r)(b + 2r)}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{a_2 + r}{a_2 + 2r}$
(B)	0	0	$r^2 + rb$	r	r	0
(A ₁ B)	0	0	$\frac{(a_2 + 2r)(b + 2r)}{(a_2 + 2r)(b + 2r)}$	$\frac{2(a_2 + 2r)}{2(a_2 + 2r)}$	$\frac{2(a_2 + 2r)}{2(a_2 + 2r)}$	0
(A ₂ B)	0	0	$\frac{a_2r + a_2b + r^2 + rb}{(a_2 + 2r)(b + 2r)}$	$\frac{a_2 + r}{2(a_2 + 2r)}$	$\frac{a_2 + r}{2(a_2 + 2r)}$	0
0	$\frac{r^2}{(a_2 + 2r)(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{r^2}{(a_2 + 2r)^2}$	$\frac{r^2}{(a_2 + 2r)(b + 2r)}$	0	0	$\frac{r}{a_2 + 2r}$

TABLEAU V₃.
Homme de Phénotype (B).

Enfant	MÈRE					
	(A ₁)	(A ₂)	(B)	(A, B)	(A, B)	(0)
(A ₁)	$\frac{a_1 r + a_1 r + r^2}{(b + 2r)(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	0	0	$\frac{r}{2(b + 2r)}$	0	0
(A ₂)	$\frac{a_2 r}{(b + 2r)(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{a_2 r + r^2}{(b + 2r)(a_2 + 2r)}$	0	0	$\frac{r}{2(b + 2r)}$	0
(B)	$\frac{r^2 + rb}{(b + 2r)(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{r^2 + rb}{(b + 2r)(a_2 + 2r)}$	$\frac{3r^2 + 4rb + b^2}{(b + 2r)^2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{b + r}{b + 2r}$
(A, B)	$\frac{a_1 r + a_1 b + a_1 r + a_2 b + r^2 + rb}{(b + 2r)(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	0	0	$\frac{b + r}{2(b + 2r)}$	0	0
(A ₂ B)	$\frac{a_2 r + a_2 b}{(b + 2r)(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{a_2 r + a_2 b + r^2 + rb}{(b + 2r)(a_2 + 2r)}$	0	0	$\frac{b + r}{2(b + 2r)}$	0
0	$\frac{r^2}{(b + 2r)(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{r^2}{(b + 2r)(a_2 + 2r)}$	$\frac{r^2}{(b + 2r)^2}$	0	0	$\frac{r}{b + 2r}$

TABLEAU : V_1
Homme de Phénotype (A, B)

Enfant	MÈRE					
	(A ₁)	(A ₂)	(B)	(A ₁ B)	(A ₂ B)	(0)
(A ₁)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{r}{2(b+2r)}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
(A ₂)	0	0	0	0	0	0
(B)	$\frac{r}{2(a_1+2a_2+2r)}$	$\frac{r}{2(a_2+2r)}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
(A ₁ B)	$\frac{a_1+a_2+r}{2(a_1+2a_2+2r)}$	0	$\frac{b+r}{2(b+2r)}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	
(A ₂ B)	$\frac{a_2}{2(a_1+2a_2+2r)}$	$\frac{a_2+r}{2(a_2+2r)}$	0	0	$\frac{1}{4}$	0
(0)	0	0	0	0	0	0

TABLEAU V₅. Homme de Phénotype (A₂B).

Enfant	MÈRE					
	(A ₁)	(A ₂)	(B)	(A ₁ B)	(A ₂ B)	(0)
(A ₁)	$\frac{a_1 + a_2 + r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0
(A ₂)	$\frac{a_2 + r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{r}{2(b + 2r)}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
(B)	$\frac{r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{r}{2(a_2 + 2r)}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
(A ₁ B)	$\frac{a_1 + a_2 + r}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0
(A ₂ B)	$\frac{a_2}{2(a_1 + 2a_2 + 2r)}$	$\frac{a_2 + r}{2(a_2 + 2r)}$	$\frac{b + r}{2(b + 2r)}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	0
0	0	0	0	0	0	0

TABLEAU V₆. Homme de Phénotype (0).

Enfant	MÈRE					
	(A ₁)	(A ₂)	(B)	(A ₁ B)	(A ₂ B)	(0)
(A ₁)	$\frac{a_1 + a_2 + r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0
(A ₂)	$\frac{a_2}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	$\frac{a_2 + r}{a_2 + 2r}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0
(B)	0	0	$\frac{b + r}{b + 2r}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
(A ₁ B)	0	0	0	0	0	0
(A ₂ B)	0	0	0	0	0	0
(0)	$\frac{r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	$\frac{r}{b + 2r}$	$\frac{r}{b + 2r}$	0	0	1

7. — PROBLÈME V.

Il est identique au problème IV avec maintenant l'hypothèse que l'homme est pris au hasard dans la population considérée. Nous aurons un seul tableau, le tableau VI. Prenons encore comme exemple la case C_{21} de ce tableau.

Dans la formule (4) les valeurs de $\overline{A_2}$ et \overline{R} sont inchangées, mais celles de A_2 et R sont d'après le paragraphe n° 4 : a_2 et r respectivement; on a donc ici :

$$C_{21} = a_2 \cdot \frac{a_2 + r}{a_1 + 2a_2 + 2r} + r \cdot \frac{a_2}{a_1 + 2a_2 + 2r} = \frac{a_2^2 + 2a_2 r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$$

8. — DÉTERMINATION DE LA « PROBABILITÉ D'EXCLUSION » : TABLEAU VII.

Sa définition a été donnée dans l'introduction (n° 2). Nos tableaux V permettent de déterminer immédiatement les groupes possibles du père lorsque les groupes de la mère et de l'enfant sont connus : il suffit de retenir dans les tableaux : $V_1; V_2... V_6$ les phénotypes pour lesquels la case correspondante au complexe mère-enfant envisagé ne contient pas zéro. Ainsi prenons la case C_{13} qui correspond au cas d'une mère B et d'un enfant A_1 . Le tableau V_1 montre que le père peut avoir (A_1); le tableau V_2 que le père ne peut avoir (A_2); etc... Les groupes obligatoires pour le père sont en définitive :

$$(A_1) - (A_1 B)$$

D'après le tableau I on a donc :

$$Q = a_1^2 + 2a_1 a_2 + 2a_1 b + 2a_1 r; \quad P = 1 - Q.$$

9. — CALCUL DE \overline{O} .

Sa définition a été donnée dans l'introduction (n° 2). Désignons par (E) l'évènement consistant en ce qu'une femme de phénotype fixé ait un enfant de phénotype lui-même fixé. Le père peut être :

$$(A_1) \text{ ou } (A_2) \text{ ou } (B) \text{ ou } (A_1 B) \text{ ou } (A_2 B) \text{ ou } (O).$$

Relativement à (E) considérons le cas où le père est (A_1) comme une « cause » (C_1); le cas où le père est (A_2) comme une « cause » (C_2), etc... Les tableaux : $V_1, ... V_6$ donnent les probabilités respectives :

$$p_1^{(1)} p_1^{(2)} \dots p_1^{(6)}$$

que chacune des causes (C_i) donne (E) :

TABLEAU VI.
Homme pris au hasard.

Enfant	MÈRE					
	(A ₁)	(A ₂)	(B)	(A, B)	(A, B)	(0)
(A ₁)	$\frac{a_1^2 + a_2^2 + r^2 + 3a_1 a_2 + 3a_1 r + 2a_2 r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	a_1	$\frac{a_1 r}{b + 2r}$	$\frac{a_1 + a_2 + r}{2}$	$\frac{a_1}{2}$	a_1
(A ₂)	$\frac{a_1^2 + 2a_2 r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	$\frac{a_1^2 + 3a_1 r + r^2}{a_2 + 2r}$	$\frac{a_2 r}{b + 2r}$	0	$\frac{a_2 + r}{2}$	a_2
(B)	$\frac{br}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	$\frac{br}{a_2 + 2r}$	$\frac{r^2 + 3rb + b^2}{b + 2r}$	$\frac{b + r}{2}$	$\frac{b + r}{2}$	b
(A, B)	$\frac{a_1 b + a_2 b + rb}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	0	$\frac{a_1 r + a_2 b}{b + 2r}$	$\frac{a_1 + b}{2}$	$\frac{a_1}{2}$	0
(A ₂ , B)	$\frac{a_2 b}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	$\frac{a_2 b + rb}{a_2 + 2r}$	$\frac{a_2 r + a_2 b}{b + 2r}$	$\frac{a_2}{2}$	$\frac{a_2 + b}{2}$	0
(0)	$\frac{r^2}{a_1 + 2a_2 + 2r}$	$\frac{r^2}{a_2 + 2r}$	$\frac{r^2}{b + 2r}$	0	0	r

TABLEAU VII.
Groupes possibles pour le père.

Enfant	MÈRE					
	(A ₁)	(A ₂)	(B)	(A ₁ B)	(A ₂ B)	(0)
(A ₁)	(A ₁), (A ₂), (B), (A ₁ B), (A ₂ B), (0).	(A ₁), (A ₁ B).	(A ₁), (A ₁ B)	(A ₁), (A ₂), (B), (A ₁ B), (A ₂ B), (0).	(A ₁), (A ₁ B)	(A ₁), (A ₂ B)
(A ₂)	(A ₁), (A ₂), (B) (A ₁ B), (0)	(A ₁), (A ₂), (B) (A ₁ B), (0)	(A ₁), (A ₂), (A ₂ B)	Mère impossible	(A ₁), (A ₂), (B) (A ₁ B), (0).	(A ₁), (A ₂) (A ₁ B).
(B)	(B), (A ₁ B), (A ₂ B)	(B), (A ₁ B), (A ₂ B)	(A ₁), (A ₂), (B) (A ₁ B), (A ₂ B), (0).	(A ₁), (A ₂), (B), (A ₁ B), (A ₂ B), (0).	(A ₁), (A ₂), (B), (A ₁ B), (A ₂ B), (0).	(B), (A ₁ B), (A ₂ B).
(A ₁ B)	(B), (A ₁ B), (A ₂ B)	Mère impossible	(A ₁), (A ₁ B)	(A ₁), (B), (A ₁ B), (A ₂ B).	(A ₁), (A ₁ B)	Mère impossible
(A ₂ B)	(B), (A ₁ B), (A ₂ B)	(B), (A ₁ B), (A ₂ B), (A ₂ B).	(A ₁), (A ₂), (A ₂ B).	(A ₁), (A ₂), (A ₂ B)	(A ₁), (A ₂), (B), (A ₁ B), (A ₂ B).	Mère impossible
0	(A ₁), (A ₂), (B), (0)	(A ₁), (A ₂), (B), (0).	(A ₁), (A ₂), (B) (0).	Mère impossible	Mère impossible	(A ₁), (A ₂), (B), (0).

$$p_1^{(i)} = \Pr [(C_i) \rightarrow (E)] \quad \text{etc.} \dots$$

Les probabilités d'intervention des (C_i) : $\omega_1; \omega_2; \dots; \omega_6$; ne sont autres que les fréquences dans la population considérée des phénotypes : $(A_1); (A_2); \dots; (O)$. La formule de Bayes donne alors :

$$\omega = \Pr [\text{que le père réel appartienne au phénotype } (C_k)] = \frac{\omega_k p_1^{(k)}}{\sum_i \omega_i p_1^{(i)}}$$

Mais $\sum_i \omega_i p_1^{(i)}$ n'est autre que p_0 ; il vient donc

$$(5) \quad \omega = \rho \cdot \omega_k$$

ω_k étant la fréquence dans la population du groupe sanguin du père présumé.

10. — UTILISATION DES TABLEAUX ET CONFRONTATION DES POINTS DE VUE.

Nous supposons les valeurs de : a_1, a_2, b et r connues. Ces valeurs varient avec la population étudiée. Dans les exemples de ce n° nous prenons (4) :

$$a_1 = 0,21; \quad a_2 = 0,07; \quad b = 0,06; \quad r = 0,66.$$

1^{er} EXEMPLE :

Père présumé	:(A ₁)
Mère	(B)
Enfant	(A ₁)

1^{er} POINT DE VUE : CALCUL DE LA « PROBABILITÉ D'EXCLUSION » P.

Le tableau VII, case C₁₃, montre que les phénotypes obligatoires pour le père sont :

(A₁) ou (A₁B)

Il n'y a pas exclusion :

$$Q = \Pr [(A_1)] + \Pr [(A_1 B)].$$

soit d'après le tableau I :

$$Q = a_1^2 + 2a_1ar + 2a_1r + 2a_1b.$$

$$Q = 0,38; \quad P = 0,62.$$

En résumé : le père présumé n'est pas exclu; si l'on procédait à l'examen sanguin de tous les hommes de la population considérée environ 62 % seraient exclus.

2^{me} POINT DE VUE : CALCUL DE L'INDICE ρ .

Le père présumé est (A₁); il faut donc considérer la case C₁₃ du tableau V₁. On y lit :

$$p_1 = \frac{a_1 r + a_2 r + r^2}{(a_1 + 2a_2 + 2r)(b + 2r)} = 0,27$$

4. D'après [7] p. 22; les valeurs choisies ici correspondent à la population du Sud de l'Angleterre. Nos exemples n'ayant qu'une valeur didactique nous avons arrondi les chiffres afin de simplifier les calculs numériques.

Pour un homme pris au hasard dans la population le tableau VI donne :

$$p_0 = \frac{a_1 r}{b + 2r} = 0,10$$

d'où :

$$\rho = 2,7$$

3^{me} POINT DE VUE : CALCUL DE $\bar{\omega}$.

D'après le tableau I :

$$\bar{\omega}_k = \text{Pr} [(A_1)] = a_1^2 + 2a_1 a_2 + 2a_1 r = 0,35.$$

$$\bar{\omega} = \rho \bar{\omega}_k = 2,7 \times 0,35 = 0,95.$$

Le père réel a 95 chances sur 100 d'avoir le même groupe sanguin que le père présumé.

REMARQUE :

Si au contraire le père présumé était (A₁B) on aurait 5 chances sur 100 que le père réel soit de ce groupe. *Nous pensons que dans ce cas l'analyse sanguine serait un argument valable en faveur de la non paternité.*

Remarquons que l'indice ρ de Amy est maintenant :

$$\rho = 2,4$$

Cet indice ne permet donc aucune discrimination entre (A₁) et (A₁B). Il faut en déduire qu'il apporte une information incomplète.

2^{me} EXEMPLE :

}	Père présumé (O)
	Mère (A ₁ B)
	Enfant (B)

1^{er} POINT DE VUE : CALCUL DE LA « PROBABILITÉ D'EXCLUSION » P.

Le tableau VII, case C₃₄ montre *qu'aucune phénotype n'est exclu*, donc :

$$Q = 1; \quad P = 0.$$

on ne peut rien conclure.

2^{me} POINT DE VUE : CALCUL DE ρ .

Le père présumé est (0) ; il faut considérer la case C₃₄ du tableau V₆. On y lit.

$$p_1 = 0,5$$

Le tableau VI donne

$$p_0 = \frac{b + r}{2} = 0,36.$$

d'où :

$$\rho = 1,4$$

ρ est voisin de 1, on ne peut rien conclure.

3^{me} POINT DE VUE : CALCUL DE Ω .

Nous avons fait le calcul de Ω pour tous les phénotypes. Les résultats de ces calculs sont indiqués dans le tableau suivant :

Groupe	Ω_i	$p_i^{(1)}$	p_i	ρ	$\Omega = \rho \Omega_i$
(A ₁)	0,351	0,20	0 36	0,56	0,20
(A ₂)	0,097	0,24	0 36	0,67	0,06
(B)	0,083	0,50	0 36	1,4	0,11
(A ₁ B)	0,025	0,25	0 36	0,69	0,02
(A ₂ B)	0,008	0,25	0 36	0,69	0,00(6)
(O)	0,436	0,50	0 36	1,4	0,61

Ce tableau montre que le groupe *le plus probable pour le père réel* est le groupe (0), *ici celui du père présumé*. Le père réel a 61 chances sur 100 d'appartenir à ce groupe.

REMARQUE :

Si le père présumé avait appartenu au groupe (A₂ B) le père réel n'aurait eu que 6 chances sur 1000 d'appartenir à ce groupe. Selon nous une si petite valeur de Ω aurait été un argument très fort pour la non paternité.

CHAPITRE II.
SYSTÈME RHËSUS

1. — HYPOTHÈSES ET NOTATIONS.

Nous admettons la théorie de Fisher¹ [8]. On sait qu'elle postule l'existence de trois couples d'allèles

$$(C, c) — (D, d) — (E, e)$$

les trois loci correspondants étant étroitement liés sur le même chromosome. Il n'y a ni dominance, ni crossing-over. Du point de vue qui nous intéresse nous aurons donc à considérer $2^3 = 8$ chromosomes différents, savoir :

$$CDE, CDe, CdE, Cde, cDE, cDe, cdE, cde;$$

Pour simplifier les écritures nous désignerons ces différents chromosomes par : C_1, C_2, \dots, C_8 . Le tableau VIII indique la correspondance des notations suivant les auteurs.

TABLEAU VIII.

	Fisher	Wiener	Frequencies relatives
C_1	CDE	R_z	x_1
C_2	CDe	R_1	x_2
C_3	CdE	r^y	x_3
C_4	Cde	r'	x_4
C_5	cDE	R_2	x_5
C_6	cDe	R_0	x_6
C_7	cdE	r''	x_7
C_8	cde	r	x_8

Nous faisons abstraction des facteurs très rares : C^w, D^u , etc...

2. — PHÉNOTYPES SÉROLOGIQUES.

La plupart des laboratoires ne disposent que des quatre sérums :

$$\text{anti C; anti c; anti D; anti E.}$$

En pratique on détermine donc des phénotypes sérologiques que nous désignerons par² :

$$P_1, P_2, \dots, P_{12}$$

1. Nos calculs et nos résultats seraient les mêmes avec la théorie de Wiener. C_1, C_2, \dots, C_8 représenteraient des gènes au lieu de désigner des chromosomes.

2. Nous supprimons les parenthèses, car ici aucune confusion n'est possible.

Le tableau IX permet l'identification de ces phénotypes; le chiffre 0 indique une réaction sérologique négative, c'est-à-dire l'absence du gène correspondant; le chiffre 1 indique une réaction sérologique positive, c'est-à-dire la présence du gène correspondant. A chaque phénotype correspondent en général plusieurs génotypes. Prenons par exemple P_2 ; d'après le tableau IX les individus de ce phénotype possèdent sûrement les gènes : c ; D ; e , ils ont donc des chromosomes : $c D e$: soit C_6 ; mais comme d ne peut être révélé ils peuvent avoir *en même temps* des chromosomes : $c d e$, soit C_8 . Les génotypes possibles sont donc :

$$C_6 C_6 \text{ et } C_6 C_8.$$

La troisième colonne du tableau IX donne les génotypes possibles lorsque le phénotype est connu.

TABLEAU IX

Phéno- types	Gènes identifiables				Génotypes possibles.
	C	c	D	E	
P_1	0	1	0	0	$C_8 C_8$
P_2	0	1	1	0	$C_6 C_6 - C_6 C_8$
P_3	0	1	0	1	$C_7 C_7 - C_7 C_8$
P_4	0	1	1	1	$C_5 C_5 - C_5 C_6 - C_5 C_7 - C_5 C_8 - C_6 C_7$
P_5	1	1	0	0	$C_4 C_8$
P_6	1	1	1	0	$C_2 C_6 - C_2 C_8 - C_4 C_6$
P_7	1	1	0	1	$C_3 C_7 - C_3 C_8 - C_4 C_7$
P_8	1	1	1	1	$C_1 C_5 - C_1 C_6 - C_1 C_7 - C_1 C_8 - C_2 C_5 - C_2 C_7$ $C_3 C_5 - C_3 C_6 - C_4 C_5$
P_9	1	0	0	0	$C_4 C_4$
P_{10}	1	0	1	0	$C_2 C_2 - C_2 C_4$
P_{11}	1	0	0	1	$C_1 C_1 - C_1 C_2 - C_1 C_3 - C_1 C_4 - C_2 C_3$
P_{12}	1	0	1	1	$C_3 C_3 - C_3 C_4$

3. — PROBLÈME I.

L'énoncé a été donné au n° 1 du chapitre I^{er}; la solution est identique à celle indiquée à ce numéro.

TABLEAU X.

Phénotypes : P _v	Probabilités : Pr [P _v].
P ₁	D ₁ = x ₈ ²
P ₂	D ₂ = x ₆ ² + 2x ₆ x ₈
P ₃	D ₃ = x ₇ ² + 2x ₇ x ₈
P ₄	D ₄ = x ₅ ² + 2(x ₅ x ₆ + x ₅ x ₇ + x ₅ x ₈ + x ₆ x ₇)
P ₅	D ₅ = 2x ₄ x ₈
P ₆	D ₆ = 2(x ₂ x ₆ + x ₂ x ₈ + x ₄ x ₆)
P ₇	D ₇ = 2(x ₃ x ₇ + x ₃ x ₈ + x ₄ x ₇)
P ₈	D ₈ = 2(x ₁ x ₅ + x ₁ x ₆ + x ₁ x ₇ + x ₁ x ₈ + x ₂ x ₅ + x ₂ x ₇ + x ₃ x ₅ + x ₃ x ₆ + x ₄ x ₅)
P ₉	D ₉ = x ₄ ²
P ₁₀	D ₁₀ = x ₂ ² + 2x ₂ x ₄
P ₁₁	D ₁₁ = x ₁ ² + 2(x ₁ x ₂ + x ₁ x ₃ + x ₁ x ₄ + x ₂ x ₃)
P ₁₂	D ₁₂ = x ₃ ² + 2x ₃ x ₄

4. — PROBLÈME II.

Voir l'énoncé au n° 2 du chapitre I. La formule (2) donnée dans la remarque permet la construction rapide du tableau XI.

5. — PROBLÈME III.

Il s'énonce ici :

Calcul de la probabilité pour qu'un individu de phénotype sérologique connu donne un chromosome déterminé.

La solution est tout à fait analogue à celle indiquée au n° 3 du chapitre I. les valeurs des différentes probabilités non nulles sont rapportées dans le tableau XII.

TABLEAU XI.
(Les valeurs des D_i sont lues au tableau X.)

Phéno- types	Géno- types	Pr [$C_\lambda C_\lambda / P_\nu$] (non nulles)	Phéno- types	Géno- types	Pr [$C_\lambda C_\mu / P_\nu$] (non nulles)	Phéno- types	Géno- types	Pr [$C_\lambda C_\mu / P_\nu$] (non nulles)	
P_1	$C_8 C_3$		P_7	$C_3 C_7$	$2x_3 x_7 / D_7$	P_{11}	$C_1 C_1$	x_1^2 / D_{11}	
P_2	$C_6 C_6$	x_6^2 / D_2		$C_3 C_8$	$2x_3 x_8 / D_7$		$C_1 C_3$	$2x_1 x_3 / D_{11}$	
	$C_6 C_8$	$2x_6 x_8 / D_2$		$C_1 C_7$	$2x_1 x_7 / D_7$		$C_1 C_3$	$2x_1 x_3 / D_{11}$	
P_3	$C_7 C_7$	x_7^2 / D_3	P_8	$C_1 C_5$	$2x_1 x_5 / D_8$		P_{12}	$C_1 C_4$	$2x_1 x_4 / D_{11}$
	$C_7 C_8$	$2x_7 x_8 / D_3$		$C_1 C_6$	$2x_1 x_6 / D_8$	$C_1 C_3$		$2x_1 x_3 / D_{11}$	
P_4	$C_5 C_5$	x_5^2 / D_4		$C_1 C_7$	$2x_1 x_7 / D_8$	P_{12}		$C_2 C_3$	x_3^2 / D_{12}
	$C_5 C_6$	$2x_5 x_6 / D_4$		$C_1 C_8$	$2x_1 x_8 / D_8$		$C_3 C_4$	$2x_3 x_4 / D_{12}$	
	$C_5 C_7$	$2x_5 x_7 / D_4$		$C_2 C_5$	$2x_2 x_5 / D_8$	Pr [$C_\lambda C_\mu / P_\nu$] est la probabilité qu'un individu de phénotype P_ν possède le génotype $C_\lambda C_\mu$.			
	$C_5 C_8$	$2x_5 x_8 / D_4$		$C_2 C_7$	$2x_2 x_7 / D_8$				
	$C_6 C_7$	$2x_6 x_7 / D_4$		$C_3 C_8$	$2x_3 x_8 / D_8$				
P_5	$C_4 C_8$	1		P_9	$C_4 C_4$	1			
P_6	$C_2 C_6$	$2x_2 x_6 / D_6$	P_{10}	$C_2 C_2$	x_2^2 / D_{10}				
	$C_2 C_8$	$2x_2 x_8 / D_6$		$C_2 C_4$	$2x_2 x_4 / D_{10}$				
	$C_4 C_6$	$2x_4 x_6 / D_6$							

TABLEAU XII
(les valeurs des D_i sont lues au tableau X).

Phéno- types P_i	Chro- mosom. C_k	$Pr [P_i \rightarrow C_k]$ (non nulles)	Phéno- types P_i	Chro- mosom. C_k	$Pr [P_i \rightarrow C_k]$ (non nulles)
P_1	C_8	1	P_8	C_1	$(x_1x_5 + x_1x_6 + x_1x_7 + x_1x_8) / D_8$
P_2	C_6	$(x_2^2 + x_6x_8) / D_2$		C_2	$(x_2x_5 + x_2x_7) / D_8$
	C_8	x_2x_8 / D_2		C_3	$(x_3x_5 + x_3x_6) / D_8$
P_3	C_7	$(x_7^2 + x_7x_8) / D_3$		C_4	x_4x_5 / D_8
	C_8	x_7x_8 / D_3		C_5	$(x_1x_5 + x_2x_5 + x_3x_5 + x_4x_5) / D_8$
P_4	C_5	$(x_4^2 + x_5x_6 + x_5x_7 + x_5x_8) / D_4$		C_6	$(x_1x_6 + x_3x_6) / D_8$
	C_6	$(x_5x_6 + x_6x_7) / D_4$		C_7	$(x_1x_7 + x_5x_7) / D_8$
	C_7	$(x_5x_7 + x_6x_7) / D_4$		C_8	x_1x_8 / D_8
	C_8	x_5x_8 / D_4	P_9	C_4	1
P_5	C_4	1/2	P_{10}	C_5	$(x_5^2 + x_2x_4) / D_{10}$
	C_8	1/2		C_4	x_5x_4 / D_{10}
P_6	C_2	$(x_2x_6 + x_2x_8) / D_6$	P_{11}	C_1	$(x_1^2 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4) / D_{11}$
	C_4	x_4x_6 / D_6		C_2	$(x_1x_2 + x_2x_3) / D_{11}$
	C_6	$(x_2x_6 + x_4x_8) / D_6$		C_3	$(x_1x_3 + x_2x_3) / D_{11}$
	C_8	x_2x_8 / D_6		C_4	x_1x_4 / D_{11}
P_7	C_3	$(x_3x_7 + x_3x_8) / D_7$	P_{12}	C_3	$(x_3^2 + x_3x_4) / D_{12}$
	C_4	x_4x_7 / D_7		C_4	x_3x_4 / D_{12}
	C_7	$(x_3x_7 + x_4x_7) / D_7$	$Pr [P_i \rightarrow C_k]$ est la probabilité qu'un individu de phénotype sérologique P_i donne un chromosome C_k .		
	C_8	x_3x_8 / D_7			

6. — CONSTRUCTION DU TABLEAU XIII.

C'est l'homologue du tableau IV du chapitre I; il se construit de la même manière :

C_i est un *chromosome* paternel.

\bar{C}_j un *chromosome* maternel.

Les cases contenant 0 correspondent à des impossibilités.

TABLEAU XIII.

Enfant	MÈRE			
	P_1	P_2	P_3	P_4
P_1	$C_8 \bar{C}_8$	$C_8 \bar{C}_8$	$C_8 \bar{C}_8$	$C_8 \bar{C}_8$
P_2	$C_6 \bar{C}_8$	$C_6 (\bar{C}_6 + \bar{C}_8) + C_8 \bar{C}_6$	$C_6 \bar{C}_8$	$C_6 (\bar{C}_6 + \bar{C}_8) + C_8 \bar{C}_6$
P_3	$C_7 \bar{C}_8$	$C_7 \bar{C}_8$	$C_7 (\bar{C}_7 + \bar{C}_8) + C_8 \bar{C}_7$	$C_7 (\bar{C}_7 + \bar{C}_8) + C_8 \bar{C}_7$
P_4	$C_5 \bar{C}_8$	$C_5 (\bar{C}_5 + \bar{C}_8) + C_7 \bar{C}_5$	$C_5 (\bar{C}_5 + \bar{C}_8) + C_6 \bar{C}_5$	$C_5 (\bar{C}_5 + \bar{C}_6 + \bar{C}_7 + \bar{C}_8) + C_6 (\bar{C}_5 + \bar{C}_7) + C_7 (\bar{C}_5 + \bar{C}_6) + C_8 \bar{C}_5$
P_5	$C_4 \bar{C}_8$	$C_4 \bar{C}_8$	$C_4 \bar{C}_8$	$C_4 \bar{C}_8$
P_6	$C_2 \bar{C}_8$	$C_2 (\bar{C}_2 + \bar{C}_8) + C_4 \bar{C}_2$	$C_2 \bar{C}_8$	$C_2 (\bar{C}_2 + \bar{C}_8) + C_4 \bar{C}_2$
P_7	$C_3 \bar{C}_8$	$C_3 \bar{C}_8$	$C_3 (\bar{C}_3 + \bar{C}_8) + C_4 \bar{C}_3$	$C_3 (\bar{C}_3 + \bar{C}_8) + C_4 \bar{C}_3$
P_8	$C_1 \bar{C}_8$	$C_1 (\bar{C}_1 + \bar{C}_8) + C_7 \bar{C}_1$	$C_1 (\bar{C}_1 + \bar{C}_8) + C_2 \bar{C}_1$	$C_1 (\bar{C}_1 + \bar{C}_2 + \bar{C}_3 + \bar{C}_4 + \bar{C}_5 + \bar{C}_6 + \bar{C}_7 + \bar{C}_8) + C_2 (\bar{C}_1 + \bar{C}_3) + C_3 (\bar{C}_1 + \bar{C}_2) + C_4 \bar{C}_1$
P_9	0	0	0	0
P_{10}	0	0	0	0
P_{11}	0	0	0	0
P_{12}	0	0	0	0

TABLEAU XIII (suite)

Enfant	MÈRE		
	P ₅	P ₆	P ₇
P ₁	$C_8 \bar{C}_8$	$C_8 \bar{C}_8$	$C_8 \bar{C}_8$
P ₂	$C_6 \bar{C}_8$	$C_6 (\bar{C}_6 + \bar{C}_8)$ $+ C_8 \bar{C}_6$	$C_6 \bar{C}_8$
P ₃	$C_7 \bar{C}_8$	$C_7 \bar{C}_8$	$C_7 (\bar{C}_7 + \bar{C}_8)$ $+ C_8 \bar{C}_7$
P ₄	$C_5 \bar{C}_8$	$C_5 (\bar{C}_6 + \bar{C}_8)$ $+ C_7 \bar{C}_6$	$C_5 (\bar{C}_7 + \bar{C}_8)$ $+ C_6 \bar{C}_7$
P ₅	$C_4 \bar{C}_8 + C_8 \bar{C}_4$	$C_4 \bar{C}_8 + C_8 \bar{C}_4$	$C_4 \bar{C}_8 + C_8 \bar{C}_4$
P ₆	$C_2 \bar{C}_8 + C_6 \bar{C}_4$	$C_2 (\bar{C}_6 + \bar{C}_8) + C_4 \bar{C}_6$ $+ C_6 (\bar{C}_2 + \bar{C}_4) + C_8 \bar{C}_2$	$C_2 \bar{C}_8 + C_6 \bar{C}_4$
P ₇	$C_7 \bar{C}_4 + C_3 \bar{C}_8$	$C_3 \bar{C}_8 + C_7 \bar{C}_4$	$C_3 (\bar{C}_7 + \bar{C}_8) + C_4 \bar{C}_7 + C_7 (\bar{C}_3 + \bar{C}_4)$ $+ C_8 \bar{C}_3$
P ₈	$C_5 \bar{C}_4 + C_1 \bar{C}_8$	$C_1 (\bar{C}_6 + \bar{C}_8) + C_3 \bar{C}_6$ $+ C_5 (\bar{C}_2 + \bar{C}_4) + C_7 \bar{C}_2$	$C_1 (\bar{C}_7 + \bar{C}_8) + C_2 \bar{C}_7 + C_5 (\bar{C}_3 + \bar{C}_4)$ $+ C_6 \bar{C}_3$
P ₉	$C_4 \bar{C}_4$	$C_4 \bar{C}_4$	$C_4 \bar{C}_4$
P ₁₀	$C_2 \bar{C}_4$	$C_2 (\bar{C}_2 + \bar{C}_4)$ $+ C_4 \bar{C}_2$	$C_2 \bar{C}_4$
P ₁₁	$C_1 \bar{C}_4$	$C_1 (\bar{C}_2 + \bar{C}_4)$ $+ C_3 \bar{C}_2$	$C_1 (\bar{C}_3 + \bar{C}_4) + C_2 \bar{C}_3$
P ₁₂	$C_3 \bar{C}_4$	$C_3 \bar{C}_4$	$C_3 (\bar{C}_3 + \bar{C}_4) + C_4 \bar{C}_3$

TABLEAU XIII (suite).

Enfant	MERE	
	P_8	P_9
P_1	$C_8 \bar{C}_8$	0
P_2	$C_6 (\bar{C}_6 + \bar{C}_8)$ $+ C_8 \bar{C}_6$	0
P_3	$C_7 (\bar{C}_7 + \bar{C}_8)$ $+ C_8 \bar{C}_7$	0
P_4	$C_5 (\bar{C}_5 + \bar{C}_8 + \bar{C}_7 + \bar{C}_8) + C_6 (C_5 + \bar{C}_7)$ $+ C_7 (\bar{C}_5 + \bar{C}_8) + C_8 \bar{C}_5$	0
P_5	$C_4 \bar{C}_8 + C_8 \bar{C}_4$	$C_8 \bar{C}_4$
P_6	$C_2 (\bar{C}_6 + \bar{C}_8) + C_4 \bar{C}_6$ $+ C_6 (\bar{C}_2 + \bar{C}_4) + C_8 \bar{C}_2$	$C_6 \bar{C}_4$
P_7	$C_3 (\bar{C}_7 + \bar{C}_8) + C_4 \bar{C}_7$ $+ C_7 (\bar{C}_3 + \bar{C}_4) + C_8 \bar{C}_3$	$C_7 \bar{C}_4$
P_8	$C_1 (\bar{C}_5 + \bar{C}_6 + \bar{C}_7 + \bar{C}_8) + C_2 (\bar{C}_5 + \bar{C}_7) + C_3 (\bar{C}_5$ $+ \bar{C}_6) + C_4 \bar{C}_5 + C_5 (\bar{C}_1 + \bar{C}_2 + \bar{C}_3 + \bar{C}_4) + C_6 (\bar{C}_1$ $+ \bar{C}_3) + C_7 (\bar{C}_1 + \bar{C}_2) + C_8 \bar{C}_1$	$C_5 \bar{C}_4$
P_9	$C_4 C_4$	$C_4 \bar{C}_4$
P_{10}	$C_2 (\bar{C}_2 + \bar{C}_4)$ $+ C_4 \bar{C}_2$	$C_2 \bar{C}_4$
P_{11}	$C_1 (\bar{C}_1 + \bar{C}_2 + \bar{C}_3 + \bar{C}_4) + C_2 (\bar{C}_1 + \bar{C}_3)$ $+ C_3 (\bar{C}_1 + \bar{C}_2) + C_4 \bar{C}_1$	$C_1 \bar{C}_4$
P_{12}	$C_3 (\bar{C}_3 + \bar{C}_4) + C_4 \bar{C}_3$	$C_3 \bar{C}_4$

TABLEAU XIII (suite).

Enfant	MÈRE		
	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0	0
P ₂	0	0	0
P ₃	0	0	0
P ₄	0	0	0
P ₅	C ₈ C ₄ ⁻	C ₈ C ₄ ⁻	C ₈ C ₄ ⁻
P ₆	C ₆ (C ₂ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₈ C ₂ ⁻ .	C ₆ (C ₂ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₈ C ₂ ⁻ .	C ₆ C ₄ ⁻
P ₇	C ₇ C ₄ ⁻	C ₇ (C ₃ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₈ C ₃ ⁻ .	C ₇ (C ₃ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₈ C ₃ ⁻
P ₈	C ₅ (C ₂ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₇ C ₂ ⁻ .	C ₅ (C ₁ ⁻ + C ₂ ⁻ + C ₃ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₆ (C ₁ ⁻ + C ₃ ⁻) + C ₇ (C ₁ ⁻ + C ₂ ⁻) + C ₈ C ₁ ⁻	C ₅ (C ₃ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₆ C ₃ ⁻ .
P ₉	C ₄ C ₄ ⁻	C ₄ C ₄ ⁻	C ₄ C ₄ ⁻
P ₁₀	C ₂ (C ₂ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₄ C ₂ ⁻ .	C ₂ (C ₂ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₄ C ₂ ⁻ .	C ₂ C ₄ ⁻
P ₁₁	C ₁ (C ₂ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₃ C ₂ ⁻ .	C ₁ (C ₁ ⁻ + C ₂ ⁻ + C ₃ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₂ (C ₁ ⁻ + C ₃ ⁻) + C ₃ (C ₁ ⁻ + C ₂ ⁻) + C ₄ C ₁ ⁻	C ₁ (C ₃ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₂ C ₃ ⁻ .
P ₁₂	C ₃ C ₄ ⁻	C ₃ (C ₃ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₄ C ₃ ⁻	C ₃ (C ₃ ⁻ + C ₄ ⁻) + C ₄ C ₃ ⁻ .

7. — PROBLÈME IV.

Voir chapitre I, n° 6. Nous avons maintenant $12^3 = 1728$ cas à examiner. Les tableaux $XIV_1 \dots XIV_2$ donnent ces 1728 probabilités p_i ; les cases contenant 0 correspondent à une exclusion ou à une impossibilité.

TABLEAU XIV₁ Homme P₁

Enfant	MÈRE						
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
P ₁	1	$\frac{x_3}{D_2}$	$\frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_5 x_8}{D_4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{x_2 x_3}{D_6}$	$\frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₂	0	$\frac{x_6 + x_8}{D_2}$	0	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$	0	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$	0
P ₃	0	0	$\frac{x_7 + x_8}{D_3}$	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$	0	0	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₄	0	0	0	$(x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8) / D_4$	0	0	0
P ₅	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₆	0	0	0	0	0	$\frac{x_2 x_6 + x_3 x_6}{D_6}$	0
P ₇	0	0	0	0	0	0	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₈	0	0	0	0	0	0	0
P ₉	0	0	0	0	0	0	0
P ₁₀	0	0	0	0	0	0	0
P ₁₁	0	0	0	0	0	0	0
P ₁₂	0	0	0	0	0	0	0

$D_2 = x_6 + 2x_8$
 $D_3 = x_7 + 2x_8$
 $D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$
 $D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$
 $D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$

TABLEAU XIV₁ (suite). Homme P₁

Enfant	MÈRE				
	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	$\frac{x_1 x_8}{D_8}$	0	0	0	0
P ₂	$\frac{x_4 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$	0	0	0	0
P ₃	$\frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$	0	0	0	0
P ₄	$\frac{x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$	0	0	0	0
P ₅	$\frac{x_4 x_5}{D_8}$	1	$\frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_4}{D_{12}}$
P ₆	$\frac{x_2 x_5 + x_1 x_7}{D_8}$	0	$\frac{x_2 + x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	0
P ₇	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$	0	0	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₈	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$	0	0	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	0
P ₉	0	0	0	0	0
P ₁₀	0	0	0	0	0
P ₁₁	0	0	0	0	0
P ₁₂	0	0	0	0	0

$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$
 $D_{10} = x_2 + 2x_4$
 $D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$
 $D_{12} = x_3 + 2x_4$

TABLEAU XIV₂ : Homme P₂

Enfant	MÈRE			
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
P ₁	$\frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_8^2}{D_2^2}$	$\frac{x_8^3}{D_2 D_3}$	$\frac{x_8 x_8^2}{D_2 D_4}$
P ₂	$\frac{x_6+x_8}{D_2}$	$\frac{x_6+x_8}{D_2} + \frac{x_8(x_6+x_8)}{D_2^2}$	$\frac{(x_6+x_8)x_8}{D_2 D_3}$	$\frac{(x_6+x_8)(x_8x_6+x_8x_7+x_8x_8)}{D_2 D_4} + \frac{x_8(x_8x_6+x_8x_7)}{D_2 D_4}$
P ₃	0	0	$\frac{x_8(x_7+x_8)}{D_2 D_3}$	$\frac{x_8(x_8x_7+x_8x_7)}{D_2 D_4}$
P ₄	0	0	$\frac{(x_6+x_8)(x_7+x_8)}{D_2 D_3}$	$\frac{(x_6+x_8)(x_8x_7+x_8x_7+x_8^2+x_8x_6+x_8x_7+x_8x_8)}{D_2 D_4} + \frac{x_8(x_8^2+x_8x_6+x_8x_7+x_8x_8)}{D_2 D_4}$
P ₅	0	0	0	0
P ₆	0	0	0	0
P ₇	0	0	0	0
P ₈	0	0	0	0
P ₉	0	0	0	0
P ₁₀	0	0	0	0
P ₁₁	0	0	0	0
P ₁₂	0	0	0	0

$D_2 = x_6 + 2x_8$
 $D_3 = x_7 + 2x_8$
 $D_4 = x_5^2 + 2(x_5x_6 + x_5x_7 + x_5x_8 + x_6x_7)$

TABLEAU XIV₂ (suite).Homme P₂.

Enfant	MERE		
	P ₅	P ₆	P ₇
P ₁	$\frac{x_3}{2D_2}$	$\frac{x_2 x_3^2}{D_2 D_6}$	$\frac{x_3 x_3^2}{D_2 D_7}$
P ₂	$\frac{x_6 + x_8}{2D_2}$	$\frac{x_6 + x_8}{2D_2} + \frac{x_8(x_2 x_6 + x_4 x_6)}{D_2 D_6}$	$\frac{(x_6 + x_8) x_3 x_8}{D_2 D_7}$
P ₃	0	0	$\frac{x_8(x_3 x_7 + x_4 x_7)}{D_2 D_7}$
P ₄	0	0	$\frac{(x_6 + x_8)(x_3 x_7 + x_4 x_7)}{D_2 D_7}$
P ₅	$\frac{x_8}{2D_2}$	$\frac{x_4 x_6 x_8}{D_2 D_6}$	$\frac{x_8 x_4 x_7}{D_2 D_7}$
P ₆	$\frac{x_6 + x_8}{2D_2}$	$\frac{(x_6 + x_8)}{2D_2} + \frac{x_8(x_2 x_6 + x_4 x_6)}{D_2 D_6}$	$\frac{(x_6 + x_8) x_4 x_7}{D_2 D_7}$
P ₇	0	0	$\frac{x_8(x_3 x_7 + x_4 x_7)}{D_2 D_7}$
P ₈	0	0	$\frac{(x_6 + x_8)(x_3 x_7 + x_4 x_7)}{D_2 D_7}$
P ₉	0	0	0
P ₁₀	0	0	0
P ₁₁	0	0	0
P ₁₂	0	0	0

$D_2 = x_6 + 2x_8$
 $D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$
 $D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$

TABLEAU XIV₂ (suite).

Homme P₂.

Enfant	MÈRE	
	P ₈	P ₉
P ₁	$\frac{x_8 (x_1 x_5)}{D_2 D_8}$	0
P ₂	$\frac{(x_6 + x_8)(x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6) + x_8(x_1 x_6 + x_3 x_6)}{D_2 D_8}$	0
P ₃	$\frac{x_8 (x_1 x_7 + x_2 x_7)}{D_2 D_8}$	0
P ₄	$\frac{(x_6 + x_8)}{D_2} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5 + x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$ + $\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{(x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5)}{D_8}$	0
P ₅	$\frac{x_4 x_5 x_8}{D_2 D_8}$	$\frac{x_8}{D_2}$
P ₆	$\frac{(x_6 + x_8)(x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_4 x_5) + x_8(x_2 x_5 + x_2 x_7)}{D_2 D_8}$	$\frac{x_6 + x_8}{D_2}$
P ₇	$\frac{x_8 (x_3 x_5 + x_3 x_6)}{D_2 D_8}$	0
P ₈	$\frac{(x_6 + x_8) (x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_3 x_5 + x_3 x_6)}{D_2 D_8}$ + $\frac{x_8 (x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8)}{D_2 D_8}$	0
P ₉	0	0
P ₁₀	0	0
P ₁₁	0	0
P ₁₂	0	0

$D_2 = x_6 + 2x_8$
 $D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$

TABLEAU XIV₂ (suite) : Homme P₂.

Enfant	MÈRE		
	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0	0
P ₂	0	0	0
P ₃	0	0	0
P ₄	0	0	0
P ₅	$\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₆	$(\frac{x_6+x_8}{D_2} + \frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{(x_2+x_4)}{D_{10}})$	$\frac{(x_6+x_8)}{D_2} \cdot \frac{(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4)}{D_{11}}$ + $\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{(x_6+x_8)}{D_2} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₇	0	$\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{(x_1 x_2 + x_2 x_3)}{D_{11}}$	$\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{(x_3+x_4)}{D_{12}}$
P ₈	0	$\frac{(x_6+x_8)}{D_2} \cdot \frac{(x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)}{D_{11}}$ + $\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{(x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4)}{D_{11}}$	$\frac{(x_6+x_8)}{D_2} \cdot \frac{(x_3+x_4)}{D_{12}}$
P ₉	0	0	0
P ₁₀	0	0	0
P ₁₁	0	0	0
P ₁₂	0	0	0

$D_2 = x_6 + 2x_8$; $D_{10} = x_2 + 2x_4$.
 $D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$
 $D_{12} = x_3 + 2x_4$

TABLEAU XIV₃.

Homme P₃.

Enfant	MÈRE			
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
P ₁	$\frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₂	0	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{(x_6 + x_8)}{D_2}$	$\frac{(x_7 + x_8)}{D_3} + \frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{(x_7 + x_8)}{D_3}$	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{(x_5 x_6 + x_6 x_7)}{D_4}$
P ₃	$\frac{x_7 + x_8}{D_3}$	$\frac{(x_7 + x_8)}{D_3} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	0	$\frac{(x_7 + x_8)}{D_3} \cdot \frac{(x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_8)}{D_4} + \frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{(x_5 x_7 + x_6 x_7)}{D_4}$
P ₄	0	$\frac{x_7 + x_8}{D_3} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	0	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{(x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8)}{D_4} + \frac{x_7 + x_8}{D_3} \cdot \frac{(x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7)}{D_4}$
P ₅	0	0	0	0
P ₆	0	0	0	0
P ₇	0	0	0	0
P ₈	0	0	0	0
P ₉	0	0	0	0
P ₁₀	0	0	0	0
P ₁₁	0	0	0	0
P ₁₂	0	0	0	0

$D_3 = x_7 + 2x_8$
 $D_2 = x_6 + 2x_8$
 $D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$

TABLEAU XIV₃ (suite).Homme P₃.

Enfant	MÈRE		
	P ₅	P ₆	P ₇
P ₁	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₂	0	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{(x_2 x_6 + x_4 x_6)}{D_6}$	0
P ₃	$\frac{1}{2} \cdot \frac{(x_7 + x_8)}{D_3}$	$\frac{(x_7 + x_8)}{D_3} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_7 + x_8}{2 D_3} + \frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₄	0	$\frac{x_7 + x_8}{D_3} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$	0
P ₅	$\frac{1}{2} \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₆	0	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{(x_2 x_6 + x_2 x_8)}{D_6}$	0
P ₇	$\frac{1}{2} \frac{(x_7 + x_8)}{D_3}$	$\frac{(x_7 + x_8)}{D_3} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_7 + x_8}{2 D_3} + \frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₈	0	0	0
P ₉	0	0	0
P ₁₀	0	0	0
P ₁₁	0	0	0
P ₁₂	0	0	0

$D_3 = x_7 + 2x_8$
 $D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$
 $D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$

TABLEAU XIV₃ (suite).

Homme P₃.

Enfant	MÈRE		
	P ₃	P ₉	P ₁₀
P ₁	$\frac{x_3}{D_3} \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8}$	0	0
P ₂	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$	0	0
P ₃	$\frac{(x_7 + x_8)}{D_3} \cdot \frac{(x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_7)}{D_8}$ + $\frac{x_3}{D_3} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$	0	0
P ₄	$\frac{(x_7 + x_8)}{D_3} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5 + x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$ + $\frac{x_8}{P_3} \cdot \frac{(x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5)}{D_8}$	0	0
P ₅	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8}$	$\frac{x_3}{D_3}$	$\frac{x_3}{D_3} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P ₆	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$	0	$\frac{x_3}{D_3} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₇	$\frac{x_7 + x_8}{D_3} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8}$ + $\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$	$\frac{x_7 + x_8}{D_3}$	$\frac{x_7 + x_8}{D_3} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P ₈	$\frac{x_7 + x_8}{D_3} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$ + $\frac{x_3}{D_3} \cdot \frac{(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8)}{D_8}$	0	$\frac{x_7 + x_8}{D_3} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₉	0	0	0
P ₁₀	0	0	0
P ₁₁	0	0	0
P ₁₂	0	0	0

$D_3 = x_7 + 2x_8$
 $D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$
 $D_{10} = x_2 + 2x_4$
 $D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$
 $D_{12} = x_3 + 2x_4$

TABLEAU XIV₃ (suite).Homme P₃.

Enfant	MÈRE	
	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₆	$\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$	0
P ₇	$\frac{x_7 + x_8}{D_3} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$ + $\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_7 + x_8}{D_3}$ + $\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₈	$\frac{x_7 + x_8}{D_3} \cdot \frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$ + $\frac{x_8}{D_3} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	0
P ₉	0	0
P ₁₀	0	0
P ₁₁	0	0
P ₁₂	0	0

$D_3 = x_7 + 2x_8$
 $D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_8 + x_4 x_5)$
 $D_{10} = x_2 + 2x_4$
 $D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$

$D_{12} = x_3 + 2x_4$

TABLEAU XIV₄.

Homme P₄.

Enfant	MÈRE		
	P ₁	P ₂	P ₃
P ₁	$\frac{x_5 x_8}{D_4}$	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₂	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₃	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_6 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_7 x_8}{D_3}$
P ₄	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₅	0	0	0
P ₆	0	0	0
P ₇	0	0	0
P ₈	0	0	0
P ₉	0	0	0
P ₁₀	0	0	0
P ₁₁	0	0	0
P ₁₂	0	0	0

$D_2 = x_6 + 2x_8$
 $D_3 = x_7 + 2x_8$
 $D_4 = x_5^2 + 2(x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7)$

TABLEAU XIV₄ (suite).Homme P₄.

Enfant	MÈRE	
	P ₄	P ₈
P ₁	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₂	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₃	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₄	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$ $\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ $+ \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$	$\frac{1}{2} \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$
P ₅	0	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₆	0	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₇	0	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₈	0	$\frac{1}{2} \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$
P ₉	0	0
P ₁₀	0	0
P ₁₁	0	0
P ₁₂	0	0

$D_4 = x_5^2 + 2(x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7)$

TABLEAU XIV₄ (suite).

Homme P₄.

Enfant	MÈRE
	P ₆
P ₁	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$
P ₂	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₃	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$
P ₄	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₅	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₆	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P ₇	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₈	$\frac{1}{2} \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P ₉	0
P ₁₀	0
P ₁₁	0
P ₁₂	0

$D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_3 x_7$
 $D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$

TABLEAU XIV₄ (suite).Homme P₄.

Enfant	MÈRE
	P ₇
P ₁	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_8}{D_7}$
P ₂	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₃	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₄	$\frac{1}{2} \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₅	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₆	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7} + \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₇	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₈	$\frac{1}{2} \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₉	0
P ₁₀	0
P ₁₁	0
P ₁₂	0

$D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$
 $D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$

TABLEAU XIV₄ (suite).

Homme P₄.

Enfant	MÈRE
	P ₈
P ₁	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8}$
P ₂	$\frac{x_5 x_6 + x_5 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₃	$\frac{x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_3 x_7}{D_8} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_3 x_7}{D_8}$
P ₄	$\frac{1}{2} \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_6 + x_5 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5 + x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$ $+ \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5 + x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$
P ₅	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_5}{D_8}$
P ₆	$\frac{x_5 x_6 + x_5 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₇	$\frac{x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₈	$\frac{1}{2} \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_6 + x_5 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$ $+ \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$
P ₉	0
P ₁₀	0
P ₁₁	0
P ₁₂	0

$D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$
 $D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$

TABLEAU XIV₄ (suite).Homme P₄.

Enfant	MÈRE		
	P ₉	P ₁₀	P ₁₁
P ₁	0	0	0
P ₂	0	0	0
P ₃	0	0	0
P ₄	0	0	0
P ₅	$\frac{x_5 x_8}{D_4}$	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_4}{D_{11}}$
P ₆	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_5 x_8 x_2 x_4}{D_4 D_{10}}$	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_2 + x_4 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$
P ₇	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_3 + x_4 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$
P ₈	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_2 x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_3 + x_4 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_3 + x_4 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$
P ₉	0	0	0
P ₁₀	0	0	0
P ₁₁	0	0	0
P ₁₂	0	0	0

$D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$
 $D_{10} = x_2 + 2x_4$
 $D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$

TABLEAU XIV₄ (suite).

Homme P₄.

Enfant	MÈRE
	P ₁₂
P ₁	0
P ₂	0
P ₃	0
P ₄	0
P ₅	$\frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₆	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₇	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_5 x_8}{D_4} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₈	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₉	0
P ₁₀	0
P ₁₁	0
P ₁₂	0

$$D_4 = x_5^2 + 2x_5x_6 + 2x_5x_7 + 2x_5x_8 + 2x_6x_7$$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

TABLEAU XIV₅.Homme P₅.

Enfant	MÈRE				
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅
P ₁	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{1}{2} \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_8}{D_4}$	$\frac{1}{4}$
P ₂	0	$\frac{1}{2} \frac{(x_6 + x_8)}{D_2}$	0	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$	0
P ₃	0	0	$\frac{1}{2} \frac{(x_7 + x_8)}{D_3}$	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$	0
P ₄	0	0	0	$\frac{1}{2} \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$	0
P ₅	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{1}{2} \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_8}{D_4}$	$\frac{1}{2}$
P ₆	0	$\frac{1}{2} \frac{(x_6 + x_8)}{D_2}$	0	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$	0
P ₇	0	0	$\frac{1}{2} \frac{(x_7 + x_8)}{D_3}$	$\frac{1}{2} \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$	0
P ₈	0	0	0	$\frac{1}{2} \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$	0
P ₉	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$
P ₁₀	0	0	0	0	0
P ₁₁	0	0	0	0	0
P ₁₂	0	0	0	0	0

$$D_2 = x_6 + 2x_8$$

$$D_3 = x_7 + 2x_8$$

$$D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$$

TABLEAU XIV₅ (suite).

Homme P₅.

Enfant	MÈRE	
	P ₆	P ₇
P ₁	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{1}{2} \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₂	$\frac{1}{2} \frac{(x_2 x_6 + x_4 x_6)}{D_6}$	0
P ₃	0	$\frac{1}{2} \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_8}{D_6} + \frac{1}{2} \frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{1}{2} \frac{x_3 x_8}{D_7} + \frac{1}{2} \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₆	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + \frac{1}{2} \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$	0
P ₇	0	$\frac{1}{2} \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + \frac{1}{2} \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₈	0	0
P ₉	$\frac{1}{2} \frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{1}{2} \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₀	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$	0
P ₁₁	0	0
P ₁₂	0	$\frac{1}{2} \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$

$$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$$

$$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$$

TABLEAU XIV₅ (suite).Homme P₅.

Enfant	MÈRE	
	P ₈	P ₉
P ₁	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_8}{D_8}$	0
P ₂	$\frac{1}{2} \frac{(x_1 x_6 + x_3 x_6)}{D_8}$	0
P ₃	$\frac{1}{2} \frac{(x_1 x_7 + x_3 x_7)}{D_8}$	0
P ₄	$\frac{1}{2} \frac{(x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5)}{D_8}$	0
P ₅	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_8}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_4 x_5}{D_8}$	$\frac{1}{2}$
P ₆	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_2 x_5 + x_3 x_7}{D_8}$	0
P ₇	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_7 + x_3 x_7}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$	0
P ₈	$\frac{1}{2} \frac{(x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5)}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_1 x_8 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_4 x_8}{D_8}$	0
P ₉	$\frac{1}{2} \frac{x_4 x_5}{D_8}$	$\frac{1}{2}$
P ₁₀	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_5 + x_3 x_7}{D_8}$	0
P ₁₁	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_4 x_5}{D_8}$	0
P ₁₂	$\frac{1}{2} \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$	0

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XIV₅ (suite).Homme P₅.

Enfant	MÈRE		
	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0	0
P ₂	0	0	0
P ₃	0	0	0
P ₄	0	0	0
P ₅	$\frac{1}{2} \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{1}{2} \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₆	$\frac{1}{2} \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	0
P ₇	0	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{1}{2} \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₈	0	$\frac{1}{2} \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	0
P ₉	$\frac{1}{2} \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{1}{2} \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₀	$\frac{1}{2} \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	0
P ₁₁	0	$\frac{1}{2} \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	0
P ₁₂	0	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{1}{2} \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$

$$D_{10} = x_2 + 2x_4$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

TABLEAU XIV₆.Père présumé : P₆.

Enfant	MÈRE		
	P ₁	P ₂	P ₃
P ₁	$\frac{x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_8}{D_2} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₂	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{(x_2 + x_8)}{D_2}$	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₃	0	0	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₄	0	0	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₅	$\frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₆	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₇	0	0	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₈	0	0	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₉	0	0	0
P ₁₀	0	0	0
P ₁₁	0	0	0
P ₁₂	0	0	0

$$D_2 = x_6 + 2x_8$$

$$D_3 = x_7 + 2x_8$$

$$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$$

TABLEAU XIV₆ (suite).

Père présumé : P₆.

Enfant	MÈRE
	P _i
P ₁	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₂	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₃	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₄	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₅	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₆	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₇	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₈	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$
P ₉	0
P ₁₀	0
P ₁₁	0
P ₁₂	0

$$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$$

$$D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$$

TABLEAU XIV₆ (suite).Homme P₆.

Enfant	MÈRE	
	P ₅	P ₆
P ₁	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$
P ₂	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$	$2 \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₆	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + \frac{1}{2} \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} + \frac{x_4 x_6}{D_6}$ $\times \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P ₇	0	0
P ₈	0	0
P ₉	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₁₀	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P ₁₁	0	0
P ₁₂	0	0

$D_6 = 2 (x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$

TABLEAU XIV₆ (suite).

Père présumé : P₆

Enfant	MÈRE
	P ₇
P ₁	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_4}{D_7}$
P ₂	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₃	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₄	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₅	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₆	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7} + \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₇	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₈	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₉	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₀	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₁	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₁₂	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$

$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$
 $D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$

TABLEAU XIV₆ (suite).Père présumé : P₆

Enfant	MÈRE
	P ₈
P ₁	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8}$
P ₂	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₃	$\frac{x_2 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₄	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5 + x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \times \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₅	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8}$
P ₆	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₇	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₈	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5 + x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$
P ₉	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8}$
P ₁₀	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₁₁	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$
P ₁₂	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$

$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$
 $D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$

TABLEAU XIV₆ (suite).

Père présumé : P₆

Enfant	MÈRE			
	P ₆	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0	0	0
P ₂	0	0	0	0
P ₃	0	0	0	0
P ₄	0	0	0	0
P ₅	$\frac{x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₆	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_8}{D_6} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₇	0	0	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₈	0	0	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₉	$\frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₀	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₁	0	0	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₁₂	0	0	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_4 x_6}{D_6} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$

$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$

$D_{10} = x_2 + 2x_4$

$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$

$D_{12} = x_3 + 2x_4$

TABLEAU XIV₇Père présumé : P₇

Enfant	MÈRE		
	P ₁	P ₂	P ₃
P ₁	$\frac{x_3 x_8}{D_7}$	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₂	0	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	0
P ₃	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₄	0	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	0
P ₅	$\frac{x_4 x_7}{D_4}$	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₆	0	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	0
P ₇	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₈	0	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	0
P ₉	0	0	0
P ₁₀	0	0	0
P ₁₁	0	0	0
P ₁₂	0	0	0

$$D_2 = x_6 + 2x_8$$

$$D_3 = x_7 + 2x_8$$

$$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$$

TABLEAU XIV₇ (suite).

Père présumé : P₇

Enfant	MÈRE
	P ₄
P ₁	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₂	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₃	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₄	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₅	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₆	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₇	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₈	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$
P ₉	0
P ₁₀	0
P ₁₁	0
P ₁₂	0

$$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$$

$$D_4 = x_5^2 + 2(x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7)$$

TABLEAU XIV₇ (suite).Père présumé : P₇

Enfant	MÈRE	
	P ₅	P ₆
P ₁	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$
P ₂	0	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₃	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$
P ₄	0	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₅	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₆	0	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P ₇	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6} + \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₈	0	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P ₉	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₁₀	0	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P ₁₁	0	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P ₁₂	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$

$$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6) ;$$

$$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$$

TABLEAU XIV₇ (suite).

Père présumé : P₇

Enfant	MÈRE
	P ₇
P ₁	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₂	0
P ₃	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₄	0
P ₅	$2 \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₆	0
P ₇	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₈	0
P ₉	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₀	0
P ₁₁	0
P ₁₂	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$

$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$

TABLEAU XIV₇ (suite).Père présumé : P₇

Enfant	MÈRE
	P ₈
P ₁	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_8}{D_8}$
P ₂	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₃	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_7 + x_4 x_8 + x_3 x_7}{D_8} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₄	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5 + x_4 x_6 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$
P ₅	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_8}{D_8} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8}$
P ₆	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_6 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_3 x_7}{D_8}$
P ₇	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_7 + x_4 x_8 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$ $+ \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₈	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5 + x_4 x_6 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$ $+ \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5 + x_4 x_6 + x_4 x_7 + x_4 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5 + x_4 x_6 + x_4 x_7 + x_4 x_8}{D_8}$
P ₉	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8}$
P ₁₀	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₁₁	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5 + x_4 x_6 + x_4 x_7 + x_4 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4 x_5 + x_4 x_6 + x_4 x_7 + x_4 x_8}{D_8}$
P ₁₂	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$

$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$
 $D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$

TABLEAU XIV₇ (suite).

Père présumé : P₇

Enfant	MÈRE	
	P ₉	P ₁₀
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{x_3 x_8}{D_7}$	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P ₆	0	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₇	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P ₈	0	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₉	$\frac{x_4 x_7}{D_7}$	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P ₁₀	0	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₁₁	0	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₁₂	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$

$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$
 $D_{10} = x_2 + 2x_4$

TABLEAU XIV₇ (suite).Père présumé : P₇

Enfant	MÈRE	
	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₆	$\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	0
P ₇	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + \frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₈	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$ + $\frac{x_3 x_8}{D_7} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	0
P ₉	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₀	$\frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	0
P ₁₁	$\left(\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \right) \left(\frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} \right)$ + $\left(\frac{x_4 x_7}{D_7} \right) \left(\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} \right)$	0
P ₁₂	$\left(\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} \right) \left(\frac{x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} \right)$ + $\left(\frac{x_4 x_7}{D_7} \right) \left(\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \right)$	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + \frac{x_4 x_7}{D_7} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$

$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$
 $D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$
 $D_{12} = x_3 + 2x_4$

TABLEAU XIV₈
Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE	
	P ₁	P ₂
P ₁	$\frac{x_1 x_8}{D_8}$	$\frac{x_1 x_3}{D_8} \cdot \frac{x_8}{D_2}$
P ₂	$\frac{x_1 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$	$\frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$
P ₃	$\frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$	$\frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_8}{D_2}$
P ₄	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$	$\frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$
P ₅	$\frac{x_4 x_5}{D_8}$	$\frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_8}{D_2}$
P ₆	$\frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$	$\frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$
P ₇	$\frac{x_2 x_5 + x_3 x_6}{P_8}$	$\frac{x_2 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_8}{D_2}$
P ₈	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_4 x_8}{D_8}$	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_4 x_8}{D_8} + \frac{x_2 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$
P ₉	0	0
P ₁₀	0	0
P ₁₁	0	0
P ₁₂	0	0

$$D_2 = x_6 + 2x_8$$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XIV₈ (suite).Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE
	P ₃
P ₁	$\frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₂	$\frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₃	$\frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₄	$\frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₅	$\frac{x_1 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₆	$\frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P ₇	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₈	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} + \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P ₉	0
P ₁₀	0
P ₁₁	0
P ₁₂	0

$$D_3 = x_7 + 2x_8$$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XIV₈ (suite) : Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE
	P ₄
P ₁	$\frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₂	$\frac{x_1 x_6 + x_2 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₃	$\frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₄	$\frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$ $+ \frac{x_1 x_6 + x_2 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6}{D_4} + \frac{x_1 x_6 + x_2 x_6}{D_8} \cdot \frac{2x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ $+ \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₅	$\frac{x_1 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₆	$\frac{x_2 x_5 + x_3 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₇	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₈	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} + \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ $+ \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ $+ \frac{x_1 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$
P ₉	0
P ₁₀	0
P ₁₁	0
P ₁₂	0

$$D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XIV₈ (suite).Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE
	P ₈
P ₁	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8}$
P ₂	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₃	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₄	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_4 x_5 + x_4 x_8}{D_8}$
P ₅	$\frac{1}{2} \frac{x_4 x_5}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_1 x_8}{D_8}$
P ₆	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₇	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_2 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₈	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_1 x_8 + x_1 x_6 + x_2 x_7 + x_4 x_8}{D_8}$
P ₉	$\frac{1}{2} \frac{x_4 x_5}{D_8}$
P ₁₀	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₁₁	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$
P ₁₂	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XIV_s (suite).
Père présumé : P_s

Enfant	MÈRE
	P ₆
P ₁	$\frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_6}$
P ₂	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₃	$\frac{x_1 x_7 + x_3 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_6}{D_6}$
P ₄	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_8 + x_2 x_8 + x_3 x_8 + x_4 x_8}{D_8} + \frac{x_1 x_7 + x_3 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_3 x_6}{D_6}$
P ₅	$\frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6} + \frac{x_4 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₆	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_5 + x_3 x_7}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_3 x_8}{D_6}$
P ₇	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6} + \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₈	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} + \frac{1}{2} \frac{x_1 x_5 + x_3 x_5 + x_3 x_8 + x_4 x_8}{D_8}$ $+ \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_3 x_8}{D_6}$
P ₉	$\frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₁₀	$\frac{1}{2} \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_3 x_8}{D_6}$
P ₁₁	$\frac{1}{2} \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} + \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_3 x_8}{D_6}$
P ₁₂	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$

$$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XIV₈ (suite).Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE
	P ₇
P ₁	$\frac{x_4 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₂	$\frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₃	$\frac{x_1 x_7 + x_3 x_7}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₄	$\frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₅	$\frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₆	$\frac{x_2 x_5 + x_3 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7} + \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₇	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₈	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$ $+ \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₉	$\frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₀	$\frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₁	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₁₂	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$

$$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XIV₈ (suite).

Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE
	P ₈
P ₁	$\frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8}$
P ₂	$\frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₃	$\frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₄	$\frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_8 + x_1 x_7 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$ $+ \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5}{D_8}$ $+ \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8}$
P ₅	$\frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8}$
P ₆	$\frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$ $+ \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₇	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_3 x_7}{D_8} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_3 x_7}{D_8}$ $+ \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XIV₈ (suite).Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE
	P ₈ (suite)
P ₈	$\frac{x_1x_5 + x_1x_6 + x_1x_7 + x_1x_8}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_2x_5 + x_2x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5 + x_1x_7 + x_2x_5 + x_2x_7 + x_3x_5}{D_8}$ $+ \frac{x_3x_5 + x_3x_7}{D_8} \cdot \frac{x_4x_5}{D_8} + \frac{x_3x_5 + x_3x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5 + x_1x_6 + x_2x_5 + x_3x_5 + x_3x_6 + x_4x_5}{D_8}$ $+ \frac{x_4x_5}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5 + x_2x_5 + x_3x_5 + x_4x_5}{D_8} + \frac{x_1x_5 + x_2x_5 + x_3x_5 + x_4x_5}{D_8} \cdot \frac{1}{2}$ $+ \frac{x_1x_6 + x_3x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5 + x_1x_6 + x_1x_7 + x_1x_8 + x_2x_5 + x_3x_6}{D_8} + \frac{x_1x_7 + x_2x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5}{D_8}$ $+ \frac{x_1x_7 + x_2x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1x_6 + x_1x_7 + x_1x_8 + x_2x_5 + x_3x_7}{D_8} + \frac{x_1x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5 + x_1x_6 + x_1x_7 + x_1x_8}{D_8}$
P ₉	$\frac{x_4x_5}{D_8} \cdot \frac{x_4x_5}{D_8}$
P ₁₀	$\frac{x_1x_5 + x_2x_7}{D_8} \cdot \frac{x_2x_5 + x_2x_7 + x_4x_5}{D_8} + \frac{x_4x_5}{D_8} \cdot \frac{x_4x_5 + x_2x_7}{D_8}$
P ₁₁	$\frac{x_1x_5 + x_1x_6 + x_1x_7 + x_1x_8}{D_8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_2x_5 + x_2x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5 + x_1x_6 + x_1x_7 + x_1x_8 + x_2x_5 + x_3x_6}{D_8}$ $+ \frac{x_3x_5 + x_3x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5 + x_1x_6 + x_1x_7 + x_1x_8 + x_2x_5 + x_2x_7}{D_8} + \frac{x_4x_5}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5 + x_1x_6 + x_1x_7}{D_8}$ $+ \frac{x_4x_5}{D_8} \cdot \frac{x_1x_5}{D_8}$
P ₁₂	$\frac{x_3x_5 + x_3x_6}{D_8} \cdot \frac{x_3x_5 + x_3x_6 + x_4x_5}{D_8} + \frac{x_4x_5}{D_8} \cdot \frac{x_3x_5 + x_3x_6}{D_8}$

$$D_8 = 2(x_1x_5 + x_1x_6 + x_1x_7 + x_1x_8 + x_2x_5 + x_2x_7 + x_3x_5 + x_3x_6 + x_4x_5)$$

TABLEAU XIV₈ (suite).

Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE	
	P ₈	P ₁₀
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{x_1 x_3}{D_8}$	$\frac{x_1 x_3}{D_8} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P ₆	$\frac{x_1 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$	$\frac{x_1 x_5 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_1 x_3}{D_8} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₇	$\frac{x_1 x_7 + x_3 x_7}{D_8}$	$\frac{x_1 x_7 + x_3 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P ₈	$\frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$	$\frac{x_1 x_5 \cdot x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_7 + x_3 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₉	$\frac{x_4 x_5}{D_8}$	$\frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P ₁₀	$\frac{x_4 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$	$\frac{x_2 x_5 + x_3 x_7}{D_8} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₁₁	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} + \frac{x_3 x_5 + x_2 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₁₂	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$

$$D_{10} = x_2 + 2x_4$$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XIV₈ (suite).Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE	
	P ₁₁	
P ₁	0	
P ₂	0	
P ₃	0	
P ₄	0	
P ₅	$\frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	
P ₆	$\frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	
P ₇	$\frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_4 + x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	
P ₈	$\frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$ $+ \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	
P ₉	$\frac{x_1 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	
P ₁₀	$\frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	
P ₁₁	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} + \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$ $+ \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	
P ₁₂	$\frac{x_3 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

TABLEAU XIV₈ (suite).

Père présumé : P₈

Enfant	MÈRE
	P ₁₂
P ₁	0
P ₂	0
P ₃	0
P ₄	0
P ₅	$\frac{x_1 x_3}{D_8} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₆	$\frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₇	$\frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_1 x_8}{D_8} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₈	$\frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₉	$\frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₀	$\frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₁	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8} + \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P ₁₂	$\frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_4 x_5}{D_8} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

TABLEAU XIV₉Père présumé : P₉

Enfant	MÈRE						
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
P ₁	0	0	0	0	0	0	0
P ₂	0	0	0	0	0	0	0
P ₃	0	0	0	0	0	0	0
P ₄	0	0	0	0	0	0	0
P ₅	1	$\frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_5 x_8}{D_4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₆	0	$\frac{x_6 + x_8}{D_2}$	0	$\frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$	0	$\frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$	0
P ₇	0	0	$\frac{x_7 + x_8}{D_3}$	$\frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$	0	0	$\frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₈	0	0	0	$\frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$	0	0	0
P ₉	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₀	0	0	0	0	0	$\frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$	0
P ₁₁	0	0	0	0	0	0	0
P ₁₂	0	0	0	0	0	0	$\frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$

$$D_2 = x_6 + 2x_8$$

$$D_3 = x_7 + 2x_8$$

$$D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$$

$$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$$

$$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$$

TABLEAU XIV₉ (suite).

Père présumé : P₉

Enfant	MÈRE				
	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0	0	0	0
P ₂	0	0	0	0	0
P ₃	0	0	0	0	0
P ₄	0	0	0	0	0
P ₅	$\frac{x_1 x_8}{D_8}$	0	0	0	0
P ₆	$\frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$	0	0	0	0
P ₇	$\frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$	0	0	0	0
P ₈	$\frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$	0	0	0	0
P ₉	$\frac{x_4 x_5}{D_8}$	1	$\frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₀	$\frac{x_2 x_5 + x_3 x_7}{D_8}$	0	$\frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	0
P ₁₁	$\frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$	0	0	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	0
P ₁₂	$\frac{x_3 x_5 + x_4 x_6}{D_8}$	0	0	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

$$D_{10} = x_2 + 2x_4$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

TABLEAU XIV₁₀ : Père présumé : P₁₀

Enfant	MÈRE			
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
P ₁	0	0	0	0
P ₂	0	0	0	0
P ₃	0	0	0	0
P ₄	0	0	0	0
P ₅	$\frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_4}{D_2} \cdot \frac{x_8}{D_{10}}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₆	$\frac{x_2+x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_2+x_4}{D_{10}} + \frac{x_6+x_8}{D_2} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{(x_2+x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{(x_2+x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{(x_5 x_6 + x_5 x_8 + x_6 x_7)}{D_4}$ $\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{(x_5 x_6 + x_6 x_7)}{D_4}$
P ₇	0	0	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{(x_7+x_8)}{D_3}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₈	0	0	$\frac{(x_2+x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{x_7+x_8}{D_3}$	$\frac{(x_2+x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{(x_5^2 + x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7)}{D_4}$ $+ \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{(x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_6 x_8)}{D_4}$
P ₉	0	0	0	0
P ₁₀	0	0	0	0
P ₁₁	0	0	0	0
P ₁₂	0	0	0	0

$D_2 = x_6 + 2x_8$
 $D_3 = x_7 + 2x_8$
 $D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$
 $D_{10} = x_2 + 2x_4$

TABLEAU XIV₁₀ (suite).

Père présumé : P₁₀

Enfant	MÈRE		
	P ₅	P ₆	P ₇
P ₁	0	0	0
P ₂	0	0	0
P ₃	0	0	0
P ₄	0	0	0
P ₅	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_2 + x_8}{D_6}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₆	$\frac{x_2 + x_4}{2 D_{10}}$	$\frac{(x_2 + x_4)}{2 D_{10}} + \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{(x_2 x_6 + x_4 x_6)}{D_6}$	$\frac{(x_2 + x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₇	0	0	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{(x_3 x_7 + x_4 x_7)}{D_7}$
P ₈	0	0	$\frac{x_2 + x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₉	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₀	$\frac{1}{2} \cdot \frac{(x_2 + x_4)}{D_{10}}$	$\frac{x_2 + x_4}{D_{10}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{(x_2 x_6 + x_4 x_6)}{D_6}$	$\frac{x_2 + x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₁	0	0	$\frac{x_2 + x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_8}{D_7}$
P ₁₂	0	0	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_8}{D_7}$

$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$
 $D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$
 $D_{10} = x_2 + 2x_4$

TABLEAU XIV₁₀ (suite).Père présumé : P₁₀

Enfant	MÈRE	
	P ₈	P ₉
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8}$	0
P ₆	$\frac{(x_2 + x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{(x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6)}{D_8} + \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$	0
P ₇	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$	0
P ₈	$\frac{(x_2 + x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{(x_1 x_5 + x_1 x_7 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_4 x_5)}{D_8}$ $+ \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$	0
P ₉	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_1 x_5}{D_8}$	$\frac{x_4}{D_{10}}$
P ₁₀	$\frac{(x_2 + x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{(x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_4 x_5)}{D_8} + \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$	$\frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₁₁	$\frac{(x_2 + x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_3 x_5 + x_3 x_6)}{D_8}$ $+ \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$	0
P ₁₂	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{(x_3 x_5 + x_3 x_6)}{D_8}$	0

$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$
 $D_{10} = x_2 + 2x_4$

TABLEAU XIV₁₀ (suite).
Père présumé : P₁₀

Enfant	MÈRE		
	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0	0
P ₂	0	0	0
P ₃	0	0	0
P ₄	0	0	0
P ₅	0	0	0
P ₆	0	0	0
P ₇	0	0	0
P ₈	0	0	0
P ₉	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₀	$\frac{x_2+x_4}{D_{10}} + \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_2+x_4}{D_{10}}$	$\frac{(x_2+x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{(x_1 x_2 + x_1 x_4 + x_2 x_3)}{D_{11}}$ $+ \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_2+x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₁	0	$\frac{(x_2+x_4)}{D_{10}} \cdot \frac{(x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)}{D_{11}}$ $+ \frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{(x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4)}{D_{11}}$	$\frac{x_2+x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_3+x_4}{D_{12}}$
P ₁₂	0	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{(x_1 x_3 + x_2 x_3)}{D_{11}}$	$\frac{x_4}{D_{10}} \cdot \frac{x_3+x_4}{D_{12}}$

$D_{10} = x_2 + 2x_4$
 $D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$
 $D_{12} = x_3 + 2x_4$

TABLEAU XIV₁₁Père présumé : P₁₁

Enfant	MÈRE	
	P ₁	P ₂
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_3}{D_2}$
P ₆	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$
P ₇	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_3}{D_2}$
P ₈	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$
P ₉	0	0
P ₁₀	0	0
P ₁₁	0	0
P ₁₂	0	0

$$D_2 = x_6 + 2x_8$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

TABLEAU XIV₁₁ (suite). : Père présumé : P₁₁

Enfant	MÈRE	
	P ₃	P ₄
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₆	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ + $\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₇	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ + $\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₈	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ + $\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ + $\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$
P ₉	0	0
P ₁₀	0	0
P ₁₁	0	0
P ₁₂	0	0

$$D_3 = x_7 + 2x_8$$

$$D_4 = x_5^2 + 2(x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7)$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

TABLEAU XIV₁₁ (suite).Père présumé : P₁₁

Enfant	MÈRE	
	P ₅	P ₆
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 x_3}{D_6}$
P ₆	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₇	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 x_3}{D_6}$
P ₈	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₉	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P ₁₀	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₁₁	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P ₁₂	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$

$$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

TABLEAU XIV₁₁ (suite).

Père présumé : P₁₁

Enfant	MÈRE
	P ₇
P ₁	0
P ₂	0
P ₃	0
P ₄	0
P ₅	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₆	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P ₇	$x_1 x_3 + x_2 x_3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₈	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₉	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₀	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₁	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P ₁₂	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$

$$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

TABLEAU XIV₁₁ (suite).Père présumé : P₁₁

Enfant	MÈRE
	P ₈
P ₁	0
P ₂	0
P ₃	0
P ₄	0
P ₅	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8}$
P ₆	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6}{D_8} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₇	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₈	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_7 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_7}{D_8}$ $+ \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8}$ $+ \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$
P ₉	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8}$
P ₁₀	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₁₁	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$ $+ \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$ $+ \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$
P ₁₂	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

TABLEAU XIV₁₁ (suite).

Père présumé : P₁₁

Enfant	MÈRE	
	P ₉	P ₁₀
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	0	0
P ₆	0	0
P ₇	0	0
P ₈	0	0
P ₉	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_4}{D_{11}}$
P ₁₀	$\frac{x_1 x_2 + x_1 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₁₁	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P ₁₂	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$

$$D_{10} = x_2 + 2x_4$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

TABLEAU XIV₁₁ (suite).Père présumé : P₁₁

Enfant	MÈRE	
	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0
P ₂	0	0
P ₃	0	0
P ₄	0	0
P ₅	0	0
P ₆	0	0
P ₇	0	0
P ₈	0	0
P ₉	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₀	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₁	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}} + \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{12}}$
P ₁₂	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}} + \frac{x_1 x_4}{D_{11}} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{12}}$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

TABLEAU XIV₁₂

Père présumé : P₁₂

Enfant	MÈRE			
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
P ₁	0	0	0	0
P ₂	0	0	0	0
P ₃	0	0	0	0
P ₄	0	0	0	0
P ₅	$\frac{x_4}{D_{12}}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_8}{D_3}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$
P ₆	0	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	0	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₇	$\frac{x_3 + x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} + \frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$
P ₈	0	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	0	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + \frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$
P ₉	0	0	0	0
P ₁₀	0	0	0	0
P ₁₁	0	0	0	0
P ₁₂	0	0	0	0

$$D_2 = x_6 + 2x_8$$

$$D_3 = x_7 + 2x_8$$

$$D_4 = x_5^2 + 2(x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7)$$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

TABLEAU XIV₁₂ (suite).Père présumé : P₁₂

Enfant	MÈRE		
	P ₅	P ₆	P ₇
P ₁	0	0	0
P ₂	0	0	0
P ₃	0	0	0
P ₄	0	0	0
P ₅	$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_7}$
P ₆	0	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$	0
P ₇	$\frac{1}{2} \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P ₈	0	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$	0
P ₉	$\frac{1}{2} \frac{x_4}{D_{12}}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P ₁₀	0	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_8}{D_6}$	0
P ₁₁	0	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$	0
P ₁₂	$\frac{1}{2} \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 x_7 + x_2 x_8}{D_7}$

$$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6) \quad D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

TABLEAU XIV₁₂ (suite).Père présumé : P₁₂

Enfant	MÈRE
	P ₈
P ₁	0
P ₂	0
P ₃	0
P ₄	0
P ₅	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_3}{D_8}$
P ₆	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$
P ₇	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$
P ₈	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$
P ₉	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8}$
P ₁₀	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_7}{D_8}$
P ₁₁	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} + \frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$
P ₁₂	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + \frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

TABLEAU XIV₁₂ (suite).Père présumé : P₁₂

Enfant	MÈRE			
	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
P ₁	0	0	0	0
P ₂	0	0	0	0
P ₃	0	0	0	0
P ₄	0	0	0	0
P ₅	0	0	0	0
P ₆	0	0	0	0
P ₇	0	0	0	0
P ₈	0	0	0	0
P ₉	$\frac{x_1}{D_{12}}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$	$\frac{x_1}{D_{12}} \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P ₁₀	0	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$	0
P ₁₁	0	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$ + $\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$	0
P ₁₂	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$ + $\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$	$\frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$ + $\frac{x_4}{D_{12}} \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$

$$D_{10} = x_2 + 2x_4$$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

8. — PROBLÈME V.

Voir chapitre I, n° 7; le tableau XV donne les valeurs de p_0 pour le système Rhésus.

TABLEAU XV.
Homme pris au hasard.

Enfant	MÈRE		
	P_1	P_2	P_3
P_1	x_8	$x_8 \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$x_8 \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P_2	x_6	$x_6 + x_8 \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	$x_6 \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P_3	x_7	$x_7 \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$x_7 + x_8 \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P_4	x_5	$x_5 + x_7 \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	$x_5 + x_6 \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P_5	x_4	$x_4 \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$x_4 \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P_6	x_2	$x_2 + x_4 \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	$x_2 \cdot \frac{x_8}{D_3}$
P_7	x_3	$x_3 \cdot \frac{x_8}{D_2}$	$x_3 + x_4 \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P_8	x_1	$x_1 + x_3 \cdot \frac{x_6 + x_8}{D_2}$	$x_1 + x_2 \cdot \frac{x_7 + x_8}{D_3}$
P_9	0	0	0
P_{10}	0	0	0
P_{11}	0	0	0
P_{12}	0	0	0

$D_2 = x_6 + 2x_8$ $D_3 = x_7 + 2x_8$

TABLEAU XV (suite).

Homme pris au hasard.

Enfant	MÈRE	
	D_4	
P_1	$x_8 \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$	
P_2	$x_6 \cdot \frac{x_5 x_6 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + x_8 \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$	
P_3	$x_7 \cdot \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + x_8 \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$	
P_4	$x_5 + x_8 \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4} + x_6 \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ $+ x_7 \cdot \frac{x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$	
P_5	$x_4 \cdot \frac{x_5 x_8}{D_4}$	
P_6	$x_2 \cdot \frac{x_5 x_6 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + x_4 \cdot \frac{x_5 x_6 + x_6 x_7}{D_4}$	
P_7	$x_3 \cdot \frac{x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + x_4 \cdot \frac{x_5 x_7 + x_6 x_7}{D_4}$	
P_8	$x_1 + x_2 \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4} + x_3 \cdot \frac{x_5^2 + 2x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8 + x_6 x_7}{D_4}$ $+ x_4 \cdot \frac{x_5^2 + x_5 x_6 + x_5 x_7 + x_5 x_8}{D_4}$	
P_9		0
P_{10}		0
P_{11}		0
P_{12}		0

$$D_4 = x_5^2 + 2x_5 x_6 + 2x_5 x_7 + 2x_5 x_8 + 2x_6 x_7$$

TABLEAU XV (suite).

Homme pris au hasard.

Enfant	MÈRE	
	P_8	P_6
P_1	$x_8 \cdot \frac{1}{2}$	$x_8 \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6}$
P_2	$x_6 \cdot \frac{1}{2}$	$x_6 \cdot \frac{1}{2} + x_8 \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P_3	$x_7 \cdot \frac{1}{2}$	$x_7 \cdot \frac{x_2 x_7}{D_6}$
P_4	$x_6 \cdot \frac{1}{2}$	$x_5 \cdot \frac{1}{2} + x_7 \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6}$
P_5	$x_4 \cdot \frac{1}{2} + x_8 \cdot \frac{1}{2}$	$x_4 \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6} + x_8 \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P_6	$x_2 \cdot \frac{1}{2} + x_6 \cdot \frac{1}{2}$	$x_2 \cdot \frac{1}{2} + x_6 \cdot \frac{1}{2} + x_4 \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + x_8 \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P_7	$x_7 \cdot \frac{1}{2} + x_3 \cdot \frac{1}{2}$	$x_3 \cdot \frac{x_2 x_8}{D_6} + x_7 \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P_8	$x_8 \cdot \frac{1}{2} + x_4 \cdot \frac{1}{2}$	$x_4 \cdot \frac{1}{2} + x_3 \cdot \frac{x_2 x_6 + x_4 x_6}{D_6} + x_5 \cdot \frac{1}{2} + x_7 \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P_9	$x_4 \cdot \frac{1}{2}$	$x_4 \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$
P_{10}	$x_2 \cdot \frac{1}{2}$	$x_2 \cdot \frac{1}{2} + x_4 \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P_{11}	$x_4 \cdot \frac{1}{2}$	$x_4 \cdot \frac{1}{2} + x_3 \cdot \frac{x_2 x_6 + x_2 x_8}{D_6}$
P_{12}	$x_3 \cdot \frac{1}{2}$	$x_3 \cdot \frac{x_4 x_6}{D_6}$

$$D_6 = 2(x_2 x_6 + x_2 x_8 + x_4 x_6)$$

TABLEAU XV (suite).

Homme pris au hasard.

Enfant	MÈRE
	P_7
P_1	$x_8 \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P_2	$x_6 \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7}$
P_3	$x_7 \cdot \frac{1}{2} + x_8 \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P_4	$x_5 \cdot \frac{1}{2} + x_6 \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7}$
P_5	$x_4 \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7} + x_8 \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P_6	$x_2 \cdot \frac{x_3 x_8}{D_7} + x_6 \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P_7	$x_1 \cdot \frac{1}{2} + x_4 \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + x_7 \cdot \frac{1}{2} + x_8 \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P_8	$x_1 \cdot \frac{1}{2} + x_2 \cdot \frac{x_3 x_7 + x_4 x_7}{D_7} + x_5 \cdot \frac{1}{2} + x_6 \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P_9	$x_4 \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P_{10}	$x_2 \cdot \frac{x_4 x_7}{D_7}$
P_{11}	$x_1 \cdot \frac{1}{2} + x_2 \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$
P_{12}	$x_3 \cdot \frac{1}{2} + x_4 \cdot \frac{x_3 x_7 + x_3 x_8}{D_7}$

$$D_7 = 2(x_3 x_7 + x_3 x_8 + x_4 x_7)$$

TABLEAU XV (suite).
Homme pris au hasard.

Enfant	MÈRE
	P_8
P_1	$x_8 \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8}$
P_2	$x_6 \cdot \frac{x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6}{D_8} + x_8 \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8}$
P_3	$x_7 \cdot \frac{x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_7}{D_8} + x_8 \cdot \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8}$
P_4	$x_5 \cdot \frac{1}{2} + x_6 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_7 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$ $+ x_7 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + x_8 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$
P_5	$x_4 \cdot \frac{x_1 x_8}{D_8} + x_8 \cdot \frac{x_4 x_5}{D_8}$
P_6	$x_2 \cdot \frac{x_1 x_6 + x_1 x_8 + x_3 x_6}{D_8} + x_4 \cdot \frac{x_1 x_6 + x_3 x_6}{D_8} + x_6 \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_4 x_5}{D_8}$ $+ x_8 \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$
P_7	$x_3 \cdot \frac{x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_7}{D_8} + x_4 \cdot \frac{x_1 x_7 + x_2 x_7}{D_8} + x_7 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + x_8 \cdot \frac{x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8}$
P_8	$x_1 \cdot \frac{1}{2} + x_2 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_7 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + x_3 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_2 x_5 + x_3 x_5}{D_8}$ $+ x_5 \cdot \frac{x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + x_4 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_3 x_5 + x_4 x_5}{D_8} + x_5 \cdot \frac{1}{2} + x_6 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6}{D_8}$ $+ x_6 \cdot \frac{x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8} + x_7 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$ $+ x_8 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$
P_9	$x_4 \cdot \frac{x_1 x_5}{D_8}$
P_{10}	$x_2 \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_4 x_5}{D_8} + x_4 \cdot \frac{x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8}$
P_{11}	$x_1 \cdot \frac{1}{2} + x_2 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_3 x_6}{D_8} + x_3 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7}{D_8}$ $+ x_5 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_2 x_5 + x_2 x_7}{D_8} + x_4 \cdot \frac{x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8}{D_8}$
P_{12}	$x_3 \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5}{D_8} + x_4 \cdot \frac{x_3 x_5 + x_3 x_6}{D_8}$

$$D_8 = 2(x_1 x_5 + x_1 x_6 + x_1 x_7 + x_1 x_8 + x_2 x_5 + x_2 x_7 + x_3 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_5)$$

TABLEAU XV (suite).

Homme pris au hasard.

Enfant	MÈRE	
	P_9	P_{10}
P_1	0	0
P_2	0	0
P_3	0	0
P_4	0	0
P_5	x_8	$x_8 \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P_6	x_6	$x_6 + x_8 \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P_7	x_7	$x_7 \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P_8	x_5	$x_5 + x_7 \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P_9	x_4	$x_4 \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$
P_{10}	x_2	$x_2 + x_4 \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P_{11}	x_1	$x_1 + x_3 \cdot \frac{x_2 + x_4}{D_{10}}$
P_{12}	x_3	$x_3 \cdot \frac{x_4}{D_{10}}$

$$D_{10} = x_2 + 2x_4$$

TABLEAU XV (suite).
Homme pris au hasard.

Enfant	MÈRE
	P_{11}
P_1	0
P_2	0
P_3	0
P_4	0
P_5	$x_8 \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$
P_6	$x_6 \cdot \frac{x_1 x_2 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + x_8 \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$
P_7	$x_7 \cdot \frac{x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + x_8 \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$
P_8	$x_5 + x_6 \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + x_7 \cdot \frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$ $+ x_8 \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$
P_9	$x_4 \cdot \frac{x_1 x_4}{D_{11}}$
P_{10}	$x_2 \cdot \frac{x_1 x_2 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + x_4 \cdot \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3}{D_{11}}$
P_{11}	$x_1 + x_2 \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + x_3 \cdot \frac{x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}}$ $+ x_4 \cdot \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4}{D_{11}}$
P_{12}	$x_3 \cdot \frac{x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3}{D_{11}} + x_4 \cdot \frac{x_1 x_3 + x_2 x_3}{D_{11}}$

$$D_{11} = x_1^2 + 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3)$$

TABLEAU XV (suite).
Homme pris au hasard.

Enfant	MÈRE
	P_{12}
P_1	0
P_2	0
P_3	0
P_4	0
P_5	$x_3 \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P_6	$x_6 \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P_7	$x_7 + x_8 \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P_8	$x_5 + x_6 \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P_9	$x_4 \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P_{10}	$x_2 \cdot \frac{x_4}{D_{12}}$
P_{11}	$x_1 + x_2 \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$
P_{12}	$x_3 + x_4 \cdot \frac{x_3 + x_4}{D_{12}}$

$$D_{12} = x_3 + 2x_4$$

9. — DÉTERMINATION DE LA PROBABILITÉ D'EXCLUSION P.

Le tableau XVI indique les phénotypes possibles pour le père lorsque les phénotypes de la mère et de l'enfant sont connus. Sa construction se fait à l'aide des tableaux XIV₁ à XIV₁₂ comme il a été dit au n° 8 du chapitre I. Q est la fréquence des phénotypes possibles; ces fréquences sont lues au tableau X; P = 1 - Q.

TABLEAU XVI. Phénotypes possibles pour le père.

Enfant	MÈRE						P ₆
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₈	
P ₁	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈
P ₂	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈
P ₃	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈
P ₄	P ₄ P ₈	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈
P ₅	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
P ₆	P ₆ P ₈ P ₁₀ P ₁₁	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₆ P ₈ P ₁₀ P ₁₁	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
P ₇	P ₇ P ₈ P ₁₁ P ₁₂	P ₇ P ₈ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₃ P ₄ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₁ P ₁₂
P ₈	P ₈ P ₁₁	P ₇ P ₈ P ₁₁ P ₁₂	P ₆ P ₈ P ₁₀ P ₁₁	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₄ P ₇ P ₈ P ₁₁ P ₁₂
P ₉							P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
P ₁₀							P ₆ P ₈ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
P ₁₁							P ₇ P ₈ P ₁₁ P ₁₂
P ₁₂							P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₁ P ₁₂

TABLEAU XVI (suite).

Phénotypes sérologiques possibles pour le père.

Enfant	MÈRE											
	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂						
P ₁	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈										
P ₂	P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈										
P ₃	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈										
P ₄	P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈										
P ₅	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈						
P ₆	P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈						
P ₇	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈						
P ₈	P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₄ P ₅ P ₇ P ₈	P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈	P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈						
P ₉	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂						
P ₁₀	P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀						
P ₁₁	P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₈ P ₉ P ₁₁	P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀						
P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂						

10. — CALCUL DE ζ

On a toujours :

$$\zeta = \rho \times [\text{fréquence du phénotype du père présumé}]$$

avec :

$$\rho = \frac{p_1}{p_0}$$

La fréquence du phénotype du père présumé est lue au tableau X;
 p_1 au tableau XIV, correspondant à ce père présumé;
 p_0 au tableau XV.

CHAPITRE III.

SYSTÈME M N

1. On sait [8] que ce système fait intervenir deux gènes allèles M et N codominants dont nous représenterons les fréquences relatives dans la population étudiée par y_1 pour M et par y_2 pour N.

Tous les tableaux relatifs à ce système peuvent s'obtenir à partir du système : A B O en identifiant

A₁ avec M

B avec N

et en faisant :

$$a_1 = m ; a_2 = o ; b = n ; r = o$$

On en déduit les tableaux suivants :

TABLEAU XVII.

Phénotypes	Génotypes	Probabilités
(M)	M M	m^2
(M N)	M N	$2m n$
(N)	N N	n^2

TABLEAU XVIII.

Homme pris au hasard : valeurs de p_0

Enfant	Mère		
	(M)	(M N)	(N)
(M)	m	$m/2$	o
(M N)	n	$\frac{1}{2}$	m
(N)	o	$n/2$	n

TABLEAU XIX.
(donnant les valeurs de p_1)

Enfant	Mère		
	(M)	(M N)	(N)
	Père présumé (M)		
(M)	1	1/2	0
(M N)	0	1/2	1
(N)	0	0	0
	Père présumé (M N)		
(M)	1/2	1/4	0
(M N)	1/2	1/2	1/2
(N)	0	1/4	1/2
	Père présumé (N)		
(M)	0	0	0
(M N)	1	1/2	0
(N)	0	1/2	1

TABLEAU XX.

Groupes possibles pour le père.

Enfant	Mère		
	(M)	(M N)	(N)
(M)	(M) + (M N)	(M) + (M N)	Impossible
(M N)	(MN) + (N)	(M) + (M N) + (N)	(M) + (M N)
(N)	Impossible	(MN) + (N)	(MN) + (N)

2. — CALCUL DE $\bar{\omega}$

Dans ce système les cas possibles sont peu nombreux (3^3). Le tableau XXI donne les valeurs de $\bar{\omega}$ pour tous ces cas possibles.

TABLEAU XXI.
Valeurs de $\bar{\omega}$ pour le système M N

Enfant	Mère		
	(M)	(M N)	(N)
	Père présumé (M)		
(M)	m	m	o
(M N)	o	m^2	m
(N)	o	o	o
	Père présumé (M N)		
(M)	n	n	o
(M N)	m	$2 mn$	n
(N)	o	m	m
	Père présumé (N)		
(M)	o	o	o
(M N)	n	n^2	o
(N)	o	n	n

CHAPITRE IV.

EXEMPLES D'APPLICATION

1. — VALEURS NUMÉRIQUES DES FRÉQUENCES DES GÈNES.

Nous avons pris les valeurs suivantes :

$a_1 = 0,21$	$m = 0,56$	$x_1 = 0,00$
$a_2 = 0,07$	$n = 0,44$	$x_2 = 0,41$
$b = 0,06$		$x_3 = 0,00$
$r = 0,66$		$x_4 = 0,01$
		$x_5 = 0,13$
		$x_6 = 0,04$
		$x_7 = 0,00$
		$x_8 = 0,41$

Les valeurs de a_1 , a_2 , b , r sont données par [7']; m et n par W. Boyd D. — Génétique et Races Humaines (Payot); les valeurs des x_i sont dues au Professeur P. Cazal [4]. On n'a pas encore, à notre connaissance, de données valables pour la population française moyenne. Nous avons arrondi au centième toutes les données numériques. Une précision supérieure est ici sans intérêt.

2. — 1^{er} EXEMPLE : AFFAIRE L. P.

Père présumé	:	(O) — Cc Dee — (MN)
Mère	:	(O) — Cc Dee — (M)
Enfant	:	(O) — CC Dee — (M)

Systeme (ABO).

Les groupes possibles pour le père réel sont [tableau VII — mère (O); enfant (O)] :

(A₁); (A₂); (B); (O)

on en déduit le tableau suivant :

TABLEAU XXII.

Groupes possibles pour le père réel	f fréquen. du group. Tableau I.	p_1 Tableau V _i	p_0 Tableau VI	$\varpi = f \cdot \frac{p_1}{p_0}$
(A ₁)	$a_1^2 + 2a_1a_2 + 2a_1r$ = 0,34	$\frac{r}{a_1 + 2a_2 + 2r}$ = 0,40	r = 0,66	a_1 = 0 21
(A ₂)	$a_2^2 + 2a_2r$ = 0,10	$\frac{r}{a_2 + 2r}$ = 0,48	r = 0,66	a_2 = 0,07
(B)	$b^2 + 2br$ = 0,08	$\frac{r}{b + 2r}$ = 0,48	r = 0,66	b = 0,06
(o)	r^2 = 0,44	1	r = 0,66	r = 0,66

$$[Q]_1 = \Sigma r_i = 0,96; [P]_1 = 1 - [Q]_1 = 0,04$$

Relativement au système : ABO; 4 % seulement des hommes seraient exclus
Remarquons cependant que le père présumé étant du groupe (O) appartient
au groupe le plus probable pour le père réel.

Système Rh.

Détermination des phénotypes (tableau IX).

Père présumé et mère.

Cc Dee est équivalent à : (1110); le père présumé et la mère ont donc
pour phénotype P₆.

Enfant.

CC Dee est équivalent à : (1010); le phénotype de l'enfant est donc : P₁₀.

En définitive nous avons :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Père présumé} : P_6 \\ \text{Mère} : P_6 \\ \text{Enfant} : P_{10} \end{array} \right\}$$

Les phénotypes possibles pour le père réel sont (tableau XVI — mère P₆
— enfant P₁₀) :

$$P_5 \quad P_6 \quad P_7 \quad P_8 \quad P_{10} \quad P_{11} \quad P_{12}$$

Pour chacun de ces phénotypes on calcule :

- les fréquences f (tableau X);
- la valeur de p_1 (tableaux XIV.);
- la valeur de p_0 (tableau XV);

d'où les différentes valeurs de ω données dans le tableau suivant.

TABLEAU XXIII

Phénotypes possibles pour le père réel	f	p_1	p_0	ω $f \times \frac{p_1}{p_0}$
P_5	0,008	0,250	0,21	0,01
P_6	0,370	0,250	0,21	0,44
P_7	0,000	0	0,21	0,00
P_8	0,109	0,250	0,21	0,13
P_{10}	0,176	0,500	0,21	0,42
P_{11}	0,000	0	0,21	0,00
P_{12}	0,000	0	0,21	0,00

$[Q]_2 = 0,663$

;

$[P]_2 = 0,337$

Relativement au système Rh ; 34 % environ des hommes sont exclus; le phénotype le plus probable pour le père réel est P_6 . Le père présumé appartient au phénotype P_6 .

Système MN.

Les groupes possibles pour le père réel sont (tableau XX) (M) et (MN)

Les tableaux XVII et XXI donnent immédiatement :

Groupes possibles pour le père réel	fréquence de ces groupes	ω
M	0,31	0,56
MN	0,49	0,44
$[Q]_3 = 0,80$		$[P]_3 = 0,20$

Relativement au système MN 20 % des hommes sont exclus. Les deux groupes possibles sont presque également probables. La considération du système MN n'apporte pratiquement aucun élément d'information.

Synthèse des résultats.

« PROBABILITÉ D'EXCLUSION »

$P = 1 - [Q]_1 [Q]_2 [Q]_3 = 0,51.$

51 % des hommes sont exclus, le père présumé ne l'est pas. La valeur de P n'apporte aucune information intéressante.

LOI DE PROBABILITÉ A POSTERIORI DES COMPLEXES SANGUINS POSSIBLES
POUR LE PÈRE RÉEL.

Il y a $4 \times 7 \times 2 = 56$ complexes sanguins possibles.

La probabilité de chacun d'eux est obtenue en faisant le produit des valeurs de ϖ correspondant à ses trois composantes.

Exemple :

Les composantes du complexe sanguin du père présumé sont :

(O) — P₆ — (MN)

on obtient :

$$\varpi = [\varpi]_1 [\varpi]_2 [\varpi]_3 = 66 \times 44 \times 44 \times 10^{-6}$$

$$\varpi = 0.128$$

Le tableau suivant donne toutes les valeurs possibles pour ϖ

	(A ₁)	(A ₂)	(B)	O
M — P ₅	0,001	0,000	0,000	0,004
M — P ₆	0,052	0,017	0,015	0,163
M — P ₇	0,000	0,000	0,000	0,000
M — P ₈	0,015	0,005	0,004	0,048
M — P ₁₀	0,049	0,016	0,014	0,155
M — P ₁₁	0,000	0,000	0,000	0,000
M — P ₁₂	0,000	0,000	0,000	0,000
MN — P ₅	0,001	0,000	0,000	0,003
MN — P ₆	0,041	0,014	0,012	0,128
MN — P ₇	0,000	0,000	0,000	0,000
MN — P ₈	0,012	0,004	0,003	0,038
MN — P ₁₀	0,039	0,013	0,011	0,122
MN — P ₁₁	0,000	0,000	0,000	0,000
MN — P ₁₂	0,000	0,000	0,000	0,000

Ce tableau montre que sur les 56 complexes possibles pour le père réel, quatre seulement ont des probabilités notablement supérieures à celles des autres.

}	(O) — P ₆ — M	:	16,3 %
	(O) — P ₁₀ — M	:	15,5 %
	(O) — P ₆ — (MN)	:	12,8 %
	(O) — P ₁₀ — (MN)	:	12,2 %

Le père présumé a un complexe sanguin figurant parmi ces complexes les plus probables.

2° EXEMPLE : AFFAIRE R. C.

Père présumé	(0) — ccDE	— (MN)
Mère	(A ₁) — ccddee	— (MN)
Enfant	(A ₁) — ccDE	— (N).

Système ABO.

Aucun groupe n'est exclu : $[Q]_1 = 1$ $[P]_1 = 0$.

Le tableau suivant donne la loi de probabilité a posteriori des groupes possibles pour le père réel; les calculs se font comme il a été indiqué à l'exemple précédent.

Groupes possibles pour le père réel	ω
(A ₁)	0,45
(A ₂)	0,09
(B)	0,03
(A ₁ B)	0,02
(A ₂ B)	0,01
(0)	0,40

Relativement au système (AB0), les deux groupes les plus probables pour le *père réel* sont (A₁) et (0). Les probabilités dans deux groupes sont très voisines : 40 % et nettement séparées des probabilités a posteriori des autres groupes possibles.

Le père présumé appartient à l'un de ces groupes.

Système Rhésus.

Détermination des phénotypes :

ccDE équivaut à 0111);

ccddee à (0100);

ccDE à (0111)

il en résulte les phénotypes suivants :

{	Père présumé	P ₄
	Mère	P ₁
	Enfant	P ₄

Les phénotypes possibles pour le père réel sont :

P_4 ou P_8 .

d'où le tableau :

Groupes possibles pour le père réel	Fréquences de ces phénotypes	ω
P_4	0,14	0,58
P_8	0,10	0,42
	$[Q]_2 = 0,24$	$[P]_2 = 0,76$

Relativement au système Rh, 76 % des hommes seraient exclus; deux phénotypes sont possibles pour le père réel; *le père présumé appartient au plus probable.*

Système MN.

Les groupes possibles pour le père réel sont :

(MN) ou (N)

On a immédiatement :

Groupes possibles pour le père réel	Fréquences de ces groupes	ω
(MN)	0,50	0,56
(N)	0,19	0,44
	$[Q]_3 = 0,69$	$[P]_3 = 0,31$

Relativement au système MN, 31 % des hommes seraient exclus; deux groupes sont possibles pour le père réel; *le père présumé appartient au plus probable.*

Synthèse des résultats.

« PROBABILITÉ D'EXCLUSION ».

$$P = 1 - [Q]_1 [Q]_2 [Q]_3 = 0,83.$$

83 % des hommes sont exclus, le père présumé ne l'est pas.

LOI DE PROBABILITÉ A POSTERIORI DES COMPLEXES SANGUINS POSSIBLES
POUR LE PÈRE RÉEL.

Il y a $6 \times 2 \times 2 = 24$ complexes sanguins possibles. Leurs probabilités respectives sont données par le tableau suivant :

	P_4	P_8
(M N) — (A ₁)	0,146	0,106
(M N) — (A ₂)	0,029	0,021
(M N) — (B)	0,009	0,007
(M N) — (A ₁ B)	0,006	0,005
(M N) — (A ₂ B)	0,003	0,002
(M N) — (O)	0,130	0,094
(N) — (A ₁)	0,115	0,083
(N) — (A ₂)	0,023	0,017
(N) — (B)	0,008	0,006
(N) — (A ₁ B)	0,005	0,004
(N) — (A ₂ B)	0,003	0,002
(N) — (O)	0,102	0,074

Ce tableau montre que les complexes sanguins les plus probables a posteriori sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} (A_1) - P_4 - (M N) : 146 \% \\ (O) - P_4 - (M N) : 130 \% \\ (A_1) - P_4 - (N) : 115 \% \\ (A_1) - P_8 - (M N) : 106 \% \\ (O) - P_4 - (N) : 102 \% \end{array} \right.$$

Le père présumé est (O) — P_4 — (MN); il est donc parmi l'un des deux groupes les plus probables pour le père réel.

Notons que ces deux groupes sont presque également probables. Le père réel a moins de quinze chances sur cent d'être dans le premier et treize chances sur cent d'être dans le second.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] AMY (L.). — Bulletin de la Société Statistique de Paris. (Septembre-octobre 1944.)
 - [2] BARGE-NICOUEL (S.). — Les groupes sanguins : leur intérêt médico-légal. (Laboratoire de l'Identité Judiciaire, 1943.)
 - [3] CAZAL et ELLIOTT (J.). — Les groupes sanguins du système Rh. (L'expansion française, 1950.)
 - [4] CAZAL (P.). — Nouvelles statistiques sur les groupes sanguins du Languedoc méditerranéen, cité par A.-E. Mourant. The Distribution of the Human Blood Groups. (Blackwell Scientific Publications Oxford.)
 - [5] HIRSZFELD (L.) et MILGROM (F.). — Sur l'application des groupes sanguins dans les recherches de paternité. (Revue d'Hématologie, 1949, t. 4, pp. 7-27.)
 - [6] MALECOT (G.). — Mathématiques de l'hérédité. (Masson, édit.)
 - [7] PLANQUES et RUFFIÉ (J.). — L'examen des groupes sanguins dans les procès de filiation. (Toulouse Médical, 51^e année, n° 7.)
 - [7'] RACE and SANGER. — Blood Groups in Man. (Blackwell, Oxford, 1950.)
 - [8] RUFFIÉ (J.). — Les groupes sanguins chez l'homme. (Masson, 1953.)
 - [9] RUFFIÉ (J.) et HURON (R.). — Congrès de Médecine Légale. (Luxembourg, 1953.)
 - [10] SANNIÉ (Ch.). — La recherche scientifique du criminel. (Col. A. Colin, n° 297, 1954.)
 - [11] WIENER (A.). — Blood Groups and Transfusion. (3^e éd., 1948.)
-