

P. DURANDEAU

## Étude sur les lentilles électroniques magnétiques

*Annales de la faculté des sciences de Toulouse 4<sup>e</sup> série*, tome 21 (1957), p. 1-87

[http://www.numdam.org/item?id=AFST\\_1957\\_4\\_21\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AFST_1957_4_21__1_0)

© Université Paul Sabatier, 1957, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**ANNALES**  
DE LA  
**FACULTÉ DES SCIENCES**  
DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE.  
POUR LES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET LES SCIENCES PHYSIQUES.

---

**ÉTUDE**  
**SUR LES LENTILLES**  
**ÉLECTRONIQUES**  
**MAGNÉTIQUES**

**A) INTRODUCTION**

L'action d'un champ magnétique (ou électrique) de révolution sur un faisceau électronique est comparable à celle d'une lentille optique sur un faisceau lumineux.

Cette analogie a été mise en évidence par BUSCH [1] en 1926.

Il était naturel de développer ce parallélisme par la construction d'instruments électroniques analogues aux appareils optiques, en substituant des champs aux lentilles et un faisceau d'électrons au faisceau lumineux.

En particulier, le microscope optique a vu naître son homologue, le microscope électronique. La très faible valeur de la longueur d'onde de l'onde associée à l'électron comparée aux longueurs d'onde lumineuses, permet d'obtenir, avec un microscope électronique, un grossissement et un pouvoir séparateur plusieurs dizaines de fois supérieurs au maximum qu'autorise la diffraction optique : il devient possible d'aller plus avant dans la vision de l'infiniment petit.

Les lentilles optiques de faible puissance n'ont pas posé des problèmes difficiles. Ce sont les lentilles puissantes destinées au microscope qui ont exigé les travaux les plus ardu.

Il en est un peu de même en optique électronique. Un simple enroulement parcouru par un courant électrique constitue une lentille de faible puissance convenable pour des électrons accélérés sous une faible tension, inférieure à 10.000 volts, pour fixer un nombre. Mais, pour le microscope électronique, il faut des lentilles ayant une distance focale de 1 à quelques

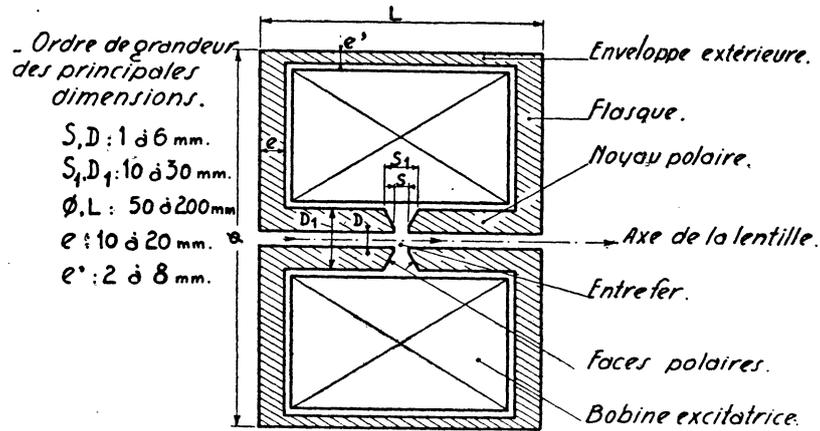


FIG. 1. — Eléments d'une lentille — Ordre de grandeur des dimensions d'une lentille de microscope électronique.

millimètres pour des électrons accélérés par des tensions de 50.000 volts à 100.000 volts ou davantage.

Entre tous les problèmes que pose la construction des microscopes électroniques de grande puissance — vide, canon, spécimens..., etc. — c'est celui de la construction des lentilles magnétiques à bobine excitatrice<sup>(1)</sup> que nous nous sommes proposés d'étudier.

\*  
\*\*

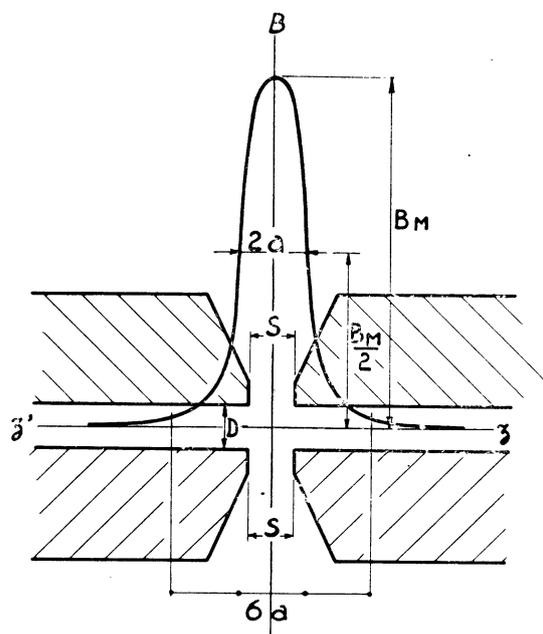


FIG. 2. — Topographie du champ le long de l'axe d'une lentille magnétique dans la région de l'entrefer.

(1) Nous n'étudions pas ci-dessous les lentilles électroniques magnétiques à aimant permanent. Quand nous écrivons simplement lentilles, c'est lentilles électroniques magnétiques à bobine excitatrice qu'il faut comprendre.

Une lentille électronique magnétique, à bobine excitatrice, est un électro-aimant de révolution percé d'un canal centré sur l'axe. Par ce canal passe le faisceau d'électrons. La figure 1 donne la forme et les dimensions des lentilles habituellement utilisées.

La connaissance du champ d'induction magnétique en tout point de l'axe  $z/z$  permet le calcul des propriétés électro-optiques de la lentille. Portons en données (*fig. 2*) une longueur PA, proportionnelle à l'induction sur l'axe au point P. La courbe  $B(z)$  ainsi obtenue est dite la « topographie du champ ».

Pour déterminer cette topographie deux méthodes ont été utilisées : le calcul et la mesure.

La topographie a été calculée en admettant en première approximation que la perméabilité du fer doux de la lentille est infinie. Par application du théorème d'Ampère on fixe alors le potentiel sur certaines surfaces, en particulier sur les parois du canal et sur les faces en regard des pièces polaires. On peut en déduire le champ soit par l'utilisation d'un réseau analogique (LIEBMANN [2]), soit par le calcul (HESSE [3], LENZ [4], E. DURAND [5]). L'introduction d'une perméabilité finie, variable d'un point à l'autre suivant la valeur du champ, soulève des difficultés qui rendent le calcul long et difficile.

Certaines expressions mathématiques de la topographie (GLASER [6], GRIVET [7]) ne résultent pas d'un tel genre de calcul mais sont introduites parce qu'elles permettent un calcul rigoureux des trajectoires électroniques. Elles correspondent à des topographies plus ou moins éloignées des topographies réelles.

Différentes méthodes permettent de mesurer le champ sur l'axe.

DOSSE [8] introduit dans le canal une microbobine en série avec un galvanomètre balistique : la déviation de celui-ci, quand on inverse le courant d'excitation de la lentille, est proportionnelle au champ. Ch. FERT et P. GAUTIER [9] font vibrer un solénoïde selon l'axe de la lentille : la valeur de la force électromotrice induite dans cette sonde vibrante donne celle du champ. M. V. MENTS et LE POOLE [10] mesurent la force qui s'exerce sur un solénoïde parcouru par un courant et introduit selon l'axe de la lentille.

Nous avons repris cette dernière méthode et nous avons réalisé un montage [11] de grande commodité d'emploi et d'excellente précision qui permet d'opérer sur les lentilles réelles alors que MENTS et LE POOLE devaient utiliser des modèles agrandis.

Sa description fait l'objet de la première partie de notre exposé.

Ce dispositif nous a permis d'effectuer toutes les mesures nécessaires à une étude des lentilles électroniques magnétiques, en particulier quand la saturation du fer apparaît. Nous montrons dans la deuxième partie comment, par l'analyse des données expérimentales ainsi obtenues, on aboutit aux règles de construction des lentilles.

Une lentille étant rationnellement construite, c'est-à-dire satisfaisant aux conditions posées dans la deuxième partie, il faut déterminer ses caractéristiques électro-optiques. C'est l'objet de la troisième partie dans laquelle nous donnons une représentation nouvelle et commode des propriétés électro-optiques essentielles d'une lentille magnétique en fonction des données de construction.

## **B) SYSTÈME PENDULAIRE ÉLECTRODYNAMIQUE POUR LA MESURE DU CHAMP LE LONG DE L'AXE D'UNE LENTILLE ÉLECTRONIQUE**

La balance de COTTON est le dispositif le plus classique qui permet la mesure d'un champ par celle de la force électromagnétique qui résulte de l'action de ce champ sur un courant.

MENTS et LE POOLE [10] ont appliqué cette méthode à la mesure du champ de révolution des lentilles électroniques par l'utilisation d'une sonde convenable. C'est cette adaptation que nous avons reprise.

La sonde utilisée est un solénoïde régulièrement enroulé, parcouru par un courant et dont l'axe coïncide avec l'axe de révolution de la lentille. La force exercée est dirigée selon l'axe de la sonde. Elle est proportionnelle au *flux* qui traverse l'extrémité de la sonde, l'autre extrémité étant dans un champ nul.

Le champ n'étant pas uniforme, il faut, par des corrections convenables, déduire le champ sur l'axe de la mesure du flux dans un cercle de rayon fini, centré sur l'axe. Sur ce premier point nous avons amélioré la méthode de MENTS et LE POOLE, en utilisant une sonde à deux enroulements convenablement décalés, qui effectue d'elle-même cette correction : la conception de cette sonde est une originalité de notre montage.

Dans un premier dispositif nous avons utilisé une balance. L'introduction de la sonde suspendue au plateau de la balance dans le canal des pièces polaires est une opération mal commode. De plus les courants de convection qui prennent naissance par suite de l'effet Joule dans la sonde introduisent une erreur dont il est assez difficile de tenir compte.

Nous avons abandonné la balance et utilisé, comme MENTS et LE POOLE, un système pendulaire. La sonde, fixée en porte à faux à l'extrémité de l'équipage, est introduite commodément dans le canal de la lentille. Les courants de convection créent une force verticale absolument négligeable auprès du poids de l'équipage. Un dispositif de repérage précis permet une sensibilité égale à celle d'une balance. Ainsi, sans perdre en sensibilité, on écarte une cause d'erreur et on gagne en commodité.

Nous avons gagné encore en commodité, aussi bien qu'en précision, en mesurant la force, non par le déplacement qu'elle impose à l'équipage, mais par l'intensité du courant de compensation qui crée une force égale et opposée dans un système électrodynamique.

Le champ est donc mesuré par simple lecture d'une intensité sans avoir à effectuer de correction et la position de la mesure est donnée, également par simple lecture, sur un écran sur lequel un microscope projette une graduation. Dans ces conditions, les mesures s'effectuent assez vite et en toute sécurité.

La discussion des erreurs montre que l'on peut escompter une précision relative d'environ  $\pm 0,5$  pour cent. Un étalonnage assez long mais effectué une fois pour toutes permet la mesure du champ en valeur absolue.

Nous étudierons successivement :

- la sonde,
  - le système pendulaire,
  - la marche de la détermination d'une topographie et les erreurs qui s'introduisent dans cette détermination.
-

## CHAPITRE PREMIER.

### SONDE DE MESURE

#### 1. — FORCE PARALLÈLE A L'AXE D'UN SOLÉNOÏDE DISPOSÉ DANS UN CHAMP

Soit un solénoïde  $\Sigma$  (fig. 3) régulièrement bobiné sur un cylindre de révolution d'axe  $z'z$ , de rayon  $\rho$ . Ce solénoïde compte  $n$  spires à l'unité de longueur. Son enroulement est parcouru par un courant d'intensité  $i$ .

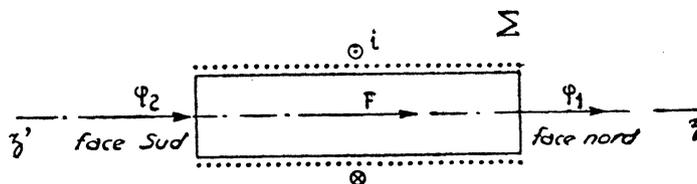


FIG. 3. — Solénoïde dans un champ d'induction magnétique.

Disposons-le dans un champ d'induction magnétique.

On montre aisément que la composante parallèle à l'axe  $z'z$  de la force électromagnétique  $F$  qui s'exerce sur lui, a pour expression :<sup>(1)</sup>

$$F = \frac{ni}{10} (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (1)$$

$\varphi_1$  et  $\varphi_2$  : flux qui traversent les faces extrêmes du solénoïde. La force  $F$ , les flux  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont positifs s'ils sont dirigés de la face sud à la face nord du solénoïde, soit de la gauche vers la droite sur la figure 3.

Dans le cas où  $\varphi_2 = 0$ , la force  $F$  se réduit à l'expression  $F = \frac{ni}{10} \varphi_1$ . La force  $F$  est alors proportionnelle à  $\varphi_1$ . Si, de plus, le champ  $B_1$  est parallèle à l'axe  $z'z$  et peut être considéré comme uniforme,  $F = \frac{ni}{10} S B_1$ ,  $S$  étant l'aire de la section droite du solénoïde. La force  $F$  est proportionnelle à l'intensité du champ d'induction magnétique uniforme  $B_1$  et permet de mesurer cette intensité.

#### 2. — SONDE DANS UN CHAMP DE RÉVOLUTION : EXPRESSION DE LA FORCE EN FONCTION DU CHAMP SUR L'AXE

Le champ d'induction créé par une lentille électronique magnétique est un champ de révolution. Supposons le solénoïde placé selon l'axe du champ (fig. 4) et assez long pour que son extrémité 2 soit dans un champ pour lequel  $\varphi_2$  est négligeable devant  $\varphi_1$ , ce qui devra être vérifié par un contrôle direct. La force  $F$  donne la valeur du produit  $ni \varphi_1$ .

(1) Nous utilisons les unités du système électromagnétique C. G. S. habituel :  $F$  en dynes;  $n$  nombre de spires au centimètre;  $i$  en ampères,  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  en maxwells.

Dans le plan de la face 1, le champ, en général, n'est pas uniforme et on ne peut poser  $\varphi_1 = B_1 S$  ( $B_1$ , induction sur l'axe;  $S$ , aire de la face 1).

Mais pour un système de révolution, la connaissance de l'induction  $B$  en tout point de l'axe permet de calculer le champ au voisinage de l'axe, donc le flux  $\varphi_1$  pour un cercle de rayon  $\rho$ , centré sur l'axe.

La valeur de l'induction  $B(z, r)$  parallèle à l'axe de révolution (fig. 4) à distance  $r$  de cet axe, s'exprime par un développement en série, en fonction de  $B(z)$  champ sur l'axe [12].

$$B(z, r) = B(z) - \frac{B''(z)}{4} r^2 + \frac{B^{(4)}(z)}{64} r^4 - \dots$$

$$B'' = \frac{d^2 B}{dz^2} \quad B^{(4)} = \frac{d^4 B}{dz^4}$$

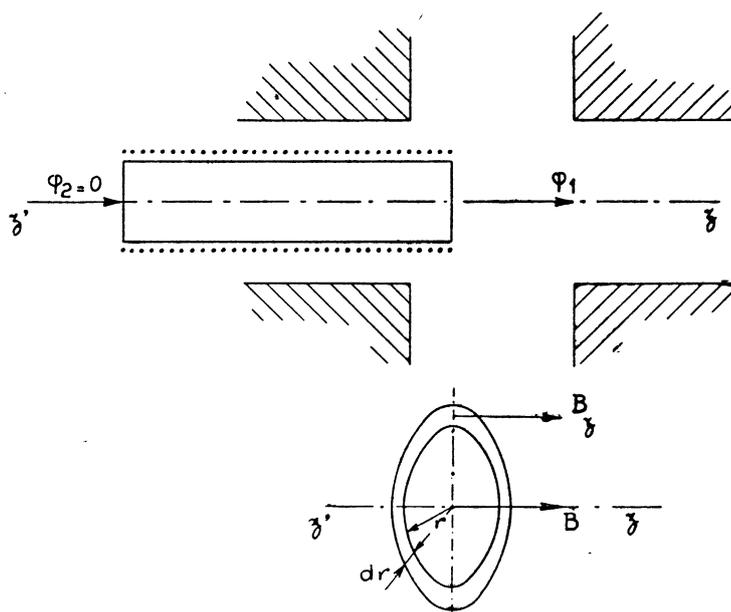


FIG. 4. — Solénoïde dans un champ de révolution. L'axe du solénoïde et celui du champ coïncident.

Le flux qui traverse un cercle de rayon  $\rho$ , centré sur l'axe a pour expression en limitant le développement au terme du quatrième ordre :

$$\begin{aligned} \varphi &= \int_0^\rho 2\pi r dr B(z, r) = 2\pi \int_0^\rho \left( B(z) - \frac{B''(z)}{4} r^2 + \frac{B^{(4)}(z)}{64} r^4 - \dots \right) r dr \\ &= \pi \rho^2 \left( B(z) - \frac{B''(z)}{8} \rho^2 + \frac{B^{(4)}(z)}{192} \rho^4 - \dots \right) \\ &= \left( B(z) - \frac{B''(z)}{8} \rho^2 + \frac{B^{(4)}(z)}{192} \rho^4 \right) S \end{aligned}$$

La force qui s'exerce sur le solénoïde  $\Sigma$  est proportionnelle à l'expression :

$$\left( B(z) - \frac{B''(z)}{8} \rho^2 + \frac{B^{(4)}(z)}{192} \rho^4 \right) S \quad (2)$$

### 3. — MESURE DU CHAMP EN UN POINT DE L'AXE SONDE EFFECTUANT CETTE MESURE A UN TERME DU QUATRIÈME ORDRE PRÈS

#### 1° REMARQUE PRÉLIMINAIRE.

C'est le champ sur l'axe qu'il importe de connaître.

Le problème consiste donc à tirer  $B$  de mesures proportionnelles à l'expression :

$$\left( B(z) - \frac{B''(z)}{8} \rho^2 + \frac{B^{(4)}(z)}{192} \rho^4 - \dots \right) S$$

a) Une première solution consiste à utiliser un solénoïde de petit diamètre de manière que le terme du deuxième ordre, proportionnel à  $\rho^2$ , soit négligeable. Mais  $B''$  atteint des valeurs très élevées sur l'axe d'une lentille magnétique qui rassemble un champ intense sur une petite portion de l'axe. Réduire  $\rho$  suffisamment pour rendre négligeable le terme en  $B''$  c'est réduire beaucoup la sensibilité.

C'est pourquoi MENTS et LE POOLE qui ont adopté cette solution opèrent sur un modèle agrandi, avec des pièces polaires percées d'un canal de 25 mm de diamètre, ce qui diminue la valeur de  $B''$ . Ils utilisent alors une sonde d'assez gros diamètre : 3 millimètres. Ils doublent la sensibilité en enroulant sur le même support deux solénoïdes  $\Sigma$  et  $\Sigma'$  dont les faces 1 et 1' coïncident (*fig. 5*) et qui sont parcourues par des courants de sens contraire.

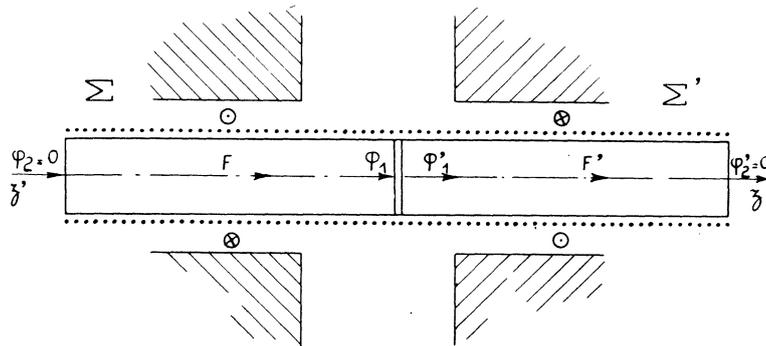


FIG. 5. — Sonde à deux enroulements de Ments et Le Poole. — Les faces 1 et 1' sont en contact.

Ces auteurs estiment que le terme en  $B''$  était alors proche de 0,5 pour cent de la grandeur mesurée.

b) Pour éviter de réduire la sensibilité, on peut utiliser une sonde de grand diamètre à condition d'effectuer une correction,  $B''$  étant déduit des mesures.

Nous allons établir un résultat qui fournit une solution graphique mais surtout qui montre la possibilité de construire une sonde faisant elle-même cette correction.

2° PROPRIÉTÉ FONDAMENTALE.

Établissons la propriété suivante :

Dans un champ de révolution la somme des flux qui traversent le cercle de rayon  $\rho$  centré sur l'axe pour les positions  $z + \frac{\rho}{2}$  et  $z - \frac{\rho}{2}$  (fig. 6) est

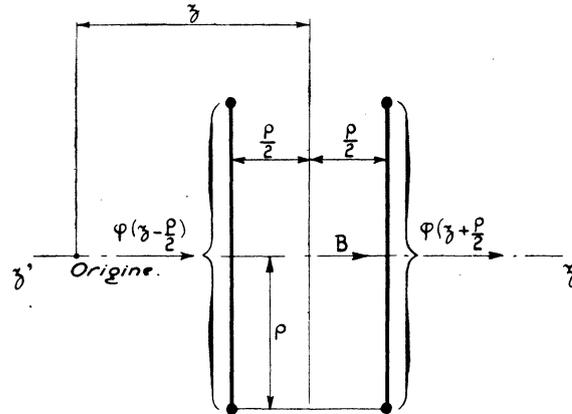


FIG. 6. — Flux dans un champ de révolution.

proportionnelle à  $B$ , pour la position  $z$ , à un terme du quatrième ordre près.

Utilisons les développements en série suivants, limités aux termes du quatrième ordre :

$$\left. \begin{aligned} B(z + \Delta z) &= B(z) + B'(z) \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B''(z) \cdot \overline{\Delta z}^2 + \frac{1}{3!} B'''(z) \cdot \overline{\Delta z}^3 + \frac{1}{4!} B^{(4)}(z) \cdot \overline{\Delta z}^4 \\ B''(z + \Delta z) &= B''(z) + B'''(z) \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B^{(4)}(z) \cdot \overline{\Delta z} \\ B^{(4)}(z + \Delta z) &= B^{(4)}(z) \end{aligned} \right\} (3)$$

Pour simplifier écrivons  $B$  au lieu de  $B(z)$ ,  $B'$  au lieu de  $B'(z)$ , etc... Calculons  $\varphi(z + \Delta z)$  et  $\varphi(z - \Delta z)$  à partir de l'expression (2) et en utilisant les développements (3) :

$$\begin{aligned}\varphi(z+\Delta z) &= \pi \rho^3 \left[ B + B' \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B'' \cdot \overline{\Delta z}^2 + \frac{1}{3!} B''' \cdot \overline{\Delta z}^3 + \frac{1}{4!} B^{(4)} \cdot \overline{\Delta z}^4 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\rho^2}{8} \left( B'' + B''' \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B^{(4)} \overline{\Delta z}^2 \right) + \frac{\rho^4}{192} B^{(4)} \right] \\ \varphi(z-\Delta z) &= \pi \rho^3 \left[ B - B' \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B'' \cdot \overline{\Delta z}^2 - \frac{1}{3!} B''' \cdot \overline{\Delta z}^3 + \frac{1}{4!} B^{(4)} \cdot \overline{\Delta z}^4 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\rho^2}{8} \left( B'' - B''' \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B^{(4)} \overline{\Delta z}^2 \right) + \frac{\rho^4}{192} B^{(4)} \right]\end{aligned}$$

Additionnons membre à membre :

$$\begin{aligned}\varphi(z+\Delta z) + \varphi(z-\Delta z) &= 2\pi \rho^3 \left[ B + \frac{B''}{2!} \cdot \overline{\Delta z}^2 + \frac{1}{4!} B^{(4)} \overline{\Delta z}^4 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\rho^2}{8} \left( B'' + \frac{1}{2!} B^{(4)} \overline{\Delta z}^2 \right) + \frac{\rho^4}{192} B^{(4)} \right] \\ &= 2\pi \rho^3 \left[ B + B'' \left( \frac{\overline{\Delta z}^2}{2} - \frac{\rho^2}{8} \right) + B^{(4)} \left( \frac{\overline{\Delta z}^4}{4!} - \frac{\rho^2 \cdot \overline{\Delta z}^2}{16} + \frac{\rho^4}{192} \right) \right] \quad (4)\end{aligned}$$

Donnons à  $\Delta z$  la valeur  $\frac{\rho}{2}$  : le coefficient du terme en  $B''$  s'annule :

$$\varphi\left(z + \frac{\rho}{2}\right) + \varphi\left(z - \frac{\rho}{2}\right) = 2\pi \rho^2 \left( B - B^{(4)} \frac{\rho^4}{128} \right).$$

### 3° APPLICATION : MÉTHODE GÉOMÉTRIQUE DE CORRECTION.

Nous avons vu que le solénoïde  $\Sigma$  mesure le flux qui traverse la face extrême 1, la face 2 étant dans un champ nul.

Soit (fig. 7) la variation du flux  $\varphi$  le long de l'axe  $z'z$  mesuré à l'aide d'un

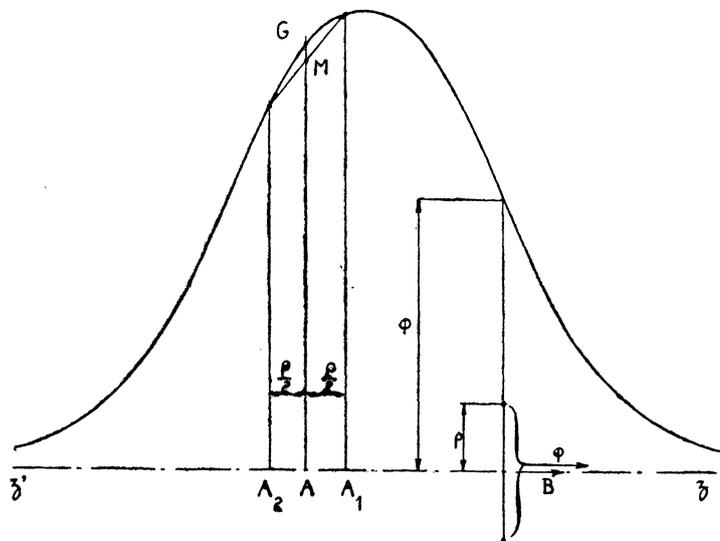


FIG. 7. — Méthode géométrique de correction.

solénoïde  $\Sigma$  de rayon  $\rho$ . Pour déterminer le produit  $\pi \rho^2 B$  au point A, prenons les deux points  $A_1$  et  $A_2$ , tels que  $A_1A = AA_2 = \frac{\rho}{2}$ . La longueur AM est la demi-somme des ordonnées  $A_1C_1$  et  $A_2C_2$  et donne la mesure du produit  $\pi \rho^2 B$  au terme du quatrième ordre près. MC mesure  $1/8$  de  $B'' \rho^2$ .

D'après nos mesures, ce terme  $\frac{1}{8} B'' \rho^2$ , pour un solénoïde de 2 mm. de diamètre, pour des pièces polaires percées d'un canal de 4 mm. de diamètre, pour les entrefers usuels, ne dépasse pas 0,08 B au sommet de la topographie.

4° APPLICATION : SONDE MESURANT LE CHAMP SUR L'AXE A UN TERME DU QUATRIÈME ORDRE PRÈS.

Divers artifices peuvent être utilisés pour appliquer le théorème. Mais la conséquence la plus intéressante est la construction d'une sonde qui effectue d'elle-même la correction.

Soient (fig. 8) deux solénoïdes  $\Sigma$  et  $\Sigma'$  enroulés sur un même cylindre de rayon  $\rho$ , comptant le même nombre de spires à l'unité de longueur et

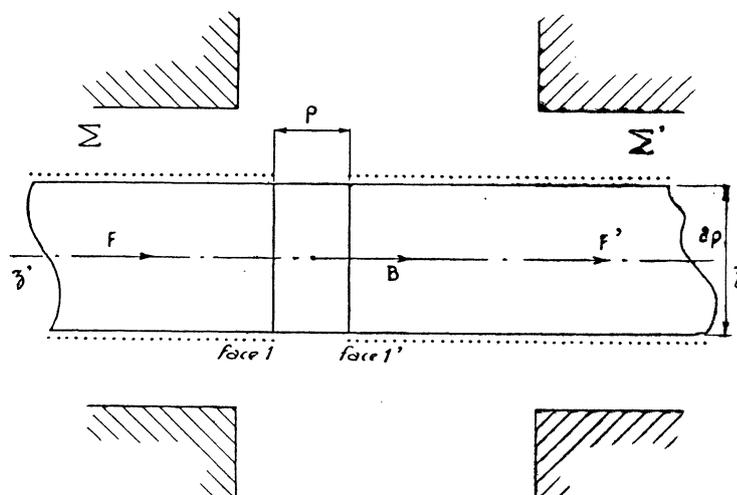


FIG. 8. — Sonde à deux enroulements décalés.

parcourus par le même courant  $i$  mais en sens contraire. Les faces 1 et 1' sont distantes de  $\rho$ . Les faces 2 et 2' se trouvent dans des zones de champ négligeable.

La force  $F$  qui s'exerce sur le solénoïde  $\Sigma$  d'après le sens du courant  $i$  et le sens de  $B$  est dirigée de la gauche vers la droite et prend la valeur :

$F = \frac{ni}{10} \varphi_1$ . La force  $F'$  qui s'exerce sur le solénoïde  $\Sigma'$  est également dirigée

de la gauche vers la droite et prend la valeur :  $F' = \frac{ni}{10} \cdot \varphi'_1$ .

Les faces en regard des solénoïdes sont distantes de  $\rho$ . Donc :

$$F + F' = \frac{ni}{10} (\varphi_1 + \varphi'_1) = \frac{ni}{10} \times 2\pi \rho^2 \left( B - \frac{B^{(4)}}{128} \rho^4 \right)$$

B étant le champ d'induction sur l'axe dans le plan médian des faces 1 et 1'. En négligeant le terme en  $B^{(4)}$  la force qui s'exerce sur cette sonde mesure directement B.

Peut-on évaluer l'ordre de grandeur du terme  $\frac{B^{(4)}}{128} \rho^4$  ?

Les évaluations de  $B^{(4)}$  à partir des topographies varient beaucoup car le terme en  $B^{(4)}$  est de l'ordre de grandeur des imprécisions des mesures. Cependant ce terme est toujours assez faible pour être négligé comme le montre le calcul à partir de diverses représentations analytiques de la topographie du champ sur l'axe.

#### 4. — CONSTRUCTION D'UNE SONDE A DEUX ENROULEMENTS ET SON CONTRÔLE

##### 1° INDICATIONS GÉNÉRALES.

a) Le cylindre sur lequel le fil est enroulé doit être le plus régulier possible. Un tube de verre de 2 mm de diamètre et des baguettes de quartz de 1,6 mm et de 0,85 mm de diamètre ont été utilisés comme support d'enroulement. Nous avons sélectionné des tronçons de 15 à 20 cm dont la section peut être considérée comme elliptique. La différence entre les axes de cette ellipse est au plus le 1/100 de la grandeur de ces axes. La valeur moyenne des axes varie le long du tronçon d'au plus 1/100 de mm, variation faible en valeur absolue mais qui correspond à une variation relative un peu supérieure à 2 pour cent sur la section pour la baguette de quartz de 0,85 de diamètre.

Un cylindre tourné dans une substance non ferromagnétique comme le cuivre, l'aluminium, pourrait être utilisé. Mais tourner un cylindre de 1 mm de diamètre sur une longueur de 20 cm est difficile et la précision ne serait pas supérieure à celle fournie par le tube de verre et les baguettes de quartz. De plus, une matière non conductrice est préférable pour l'isolement électrique entre le conducteur et son support.

b) Le fil d'enroulement utilisé, en cuivre isolé au vernis, mesure 2,5 centièmes de millimètre<sup>(2)</sup>. Le vernis prenant une certaine épaisseur, le nombre de spires d'enroulement est voisin de 360 spires au centimètre.

Le tronçon de tige à bobiner est tenu par un mandrin solidaire d'un axe

(2) Le courant qui parcourt ce fil a été limité au maximum de 10 mA, ce qui correspond à une densité de 20 ampères au mm<sup>2</sup> : sa variation de résistance montre que sa température s'élève alors à 70° environ. Il faut une intensité supérieure à 50 mA pour provoquer la fusion de ce fil.

commandé par une manivelle. Un compte-tours engrène sur l'axe. Le fil, enroulé dans la gorge d'une poulie, est tendu sous l'effet d'un poids qui agit sur l'axe de la poulie. La marche de l'enroulement est observée avec un microscope binoculaire.

Chaque solénoïde est long de 80 mm. Cette longueur est fixée par les dimensions des lentilles, afin de placer les faces extérieures des solénoïdes dans un espace où le champ est, sinon négligeable, du moins faible et assez uniforme pour qu'une correction soit possible.

## 2° DÉCALAGE ENTRE LES DEUX SOLENOÏDES.

Avant d'exposer comment on opère pour mettre les faces en regard à la distance convenable, une précision est nécessaire.

a) Dans l'établissement des formules fondamentales, on a admis que la sonde est un solénoïde idéal, c'est-à-dire que le courant circule sur les parois d'un cylindre de révolution, selon des lignes de courant dans des plans normaux à l'axe de ce cylindre et avec une densité uniforme.

Mais en réalité, le courant circule dans toute la section du fil qui est enroulé selon une hélice et le diamètre du fil ne peut être considéré comme très petit auprès du diamètre du cylindre d'enroulement.

Le courant est uniformément réparti dans la section du conducteur. En supposant les spires dans des plans normaux à l'axe on peut calculer le rayon du cylindre mince auquel on doit réduire le courant hélicoïdal.

Ce calcul montre qu'on introduit une erreur négligeable si l'on pose que ce rayon est la somme du rayon du cylindre et du rayon du fil. Nous admettons que ce cylindre s'arrête au bord de la dernière spire. La figure 9 fixe alors les dimensions et la disposition adoptées.

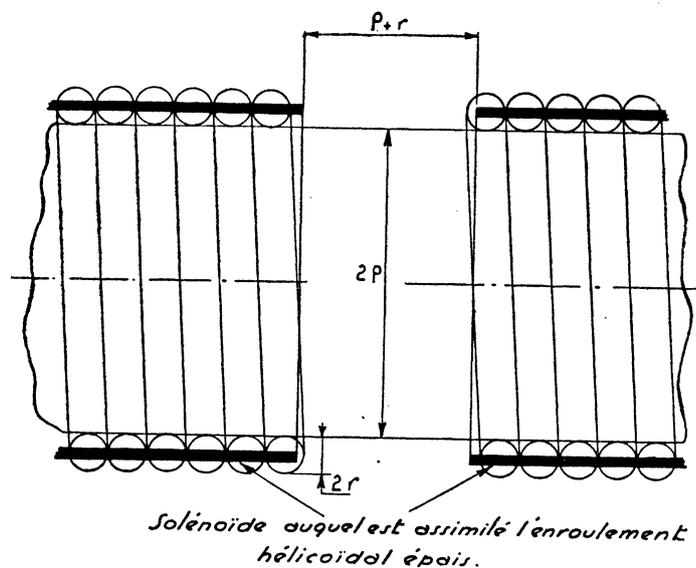


FIG. 9. — Réduction d'un enroulement hélicoïdal épais à un solénoïde.

Nous verrons comment lever expérimentalement une de ces difficultés par l'étalonnage de la sonde en valeur absolue.

b) Cette remarque était nécessaire pour fixer le décalage entre les spires finales des deux hélices.

On doit enrouler les deux hélices afin que leurs pas aient même sens.

Le solénoïde  $\Sigma$  est d'abord bobiné (*fig. 10*), le fil d'arrivée sur la face 1 est plié, puis collé à la gomme laque selon une génératrice.

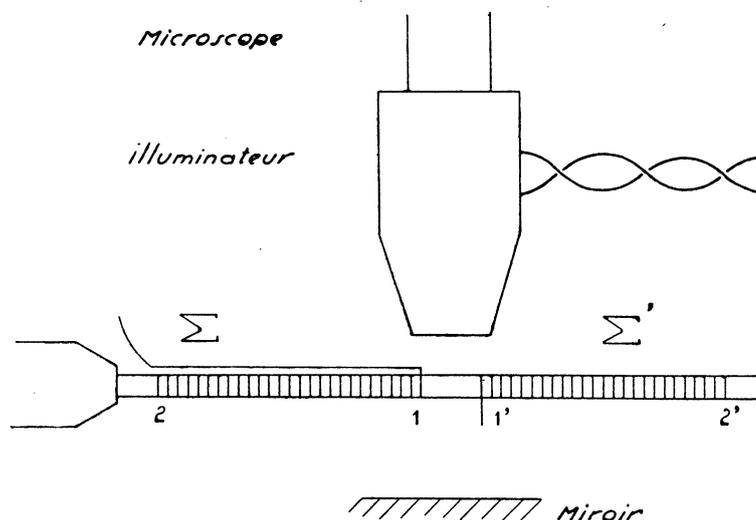


FIG. 10. — Montage pour la réalisation du décalage voulu entre les enroulements.

Le solénoïde  $\Sigma$  est enroulé en commençant par la face 2'.

La fin de l'enroulement est observée à l'aide d'un microscope muni d'un illuminateur et d'un oculaire micrométrique. L'objectif est choisi afin de voir le diamètre du cylindre dans le champ. Pour l'éclairage, on utilise l'illuminateur seul ou combiné avec une lame argentée servant de miroir et une lampe à éclairage direct, chacun de ces systèmes d'éclairage convenant le mieux à chacune des différentes observations.

En dirigeant dans le sens voulu l'échelle micrométrique de l'oculaire, on compte le nombre de divisions que couvre le diamètre du cylindre d'enroulement, puis le diamètre du fil enroulé.

On tourne ensuite cette échelle de  $90^\circ$  et on enroule le fil jusqu'à ce que l'espace compris entre les faces en regard des deux solénoïdes couvre le nombre de divisions fixé par la figure 9.

Les fils sont repliés et amenés suivant une génératrice à une des extrémités de la sonde où ils sont arrêtés sur du presspahn. Des fils de 5/10 de mm de diamètre les relient par deux boucles molles à un système d'alimentation en courant continu.

3° CONTROLE EXPÉRIMENTAL DU DÉCALAGE.

La sonde est correctement construite si les deux enroulements sont identiques et si leur décalage permet l'élimination du terme en  $B''$ . Pour le vérifier expérimentalement on détermine la topographie d'un même champ avec chacun des deux solénoïdes : les deux répartitions doivent, d'abord, être superposables à la précision des mesures. La figure 11 donne ces deux courbes.

*Pièces polaires cylindriques*  
 Lentille :  $S = 2,25 \text{ mm}$        $D = 4 \text{ mm}$        $NI = 1.600 \text{ amp. tours}$   
 Sonde : Enroulée sur une baguette de quartz de 1.6 mm de diamètre avec du fil de 0,025 mm de diamètre  
 - Deux enroulements décalés de 0.8 mm  
 - Excitation de la sonde : 10 mA

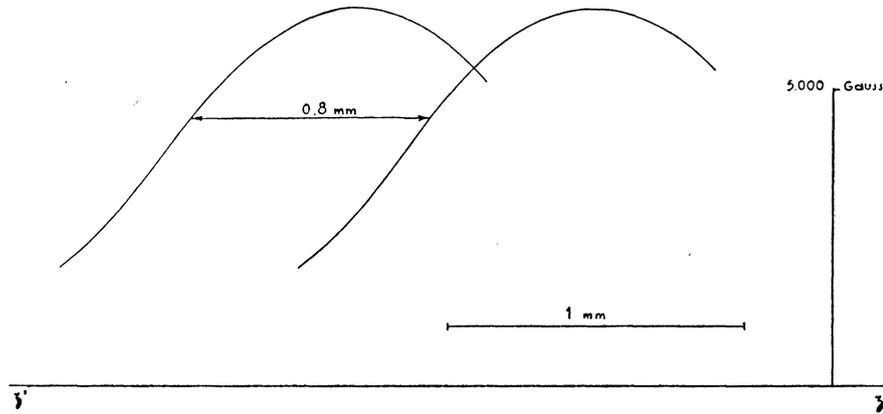


FIG. 11. — Courbes expérimentales vérifiant l'identité des deux enroulements d'une sonde et la valeur de leur décalage.

On vérifie, en tenant compte du diamètre du fil, que le décalage des deux topographies de la figure 11, mesure la longueur voulue.

Calculons l'indétermination dans l'élimination du terme en  $B''$  entraînée par cette erreur dans le décalage entre les deux enroulements.

Reprenons l'expression (4) en négligeant le terme du 4<sup>m</sup>e ordre :

$$\varphi(z + \Delta z) + \varphi(z - \Delta z) = 2\pi\rho^2 \left[ B - B'' \left( \frac{\overline{\Delta z}^2}{2} - \frac{\rho^2}{8} \right) \right]$$

Posons :

$$\Delta z = \frac{\rho}{2} + \epsilon \quad \overline{\Delta z}^2 = \left( \frac{\rho}{2} + \epsilon \right)^2 = \frac{\rho^2}{4} + \rho\epsilon$$

D'où :

$$\frac{\overline{\Delta z}^2}{2} - \frac{\rho^2}{8} = \frac{\rho\epsilon}{2}$$

$$\varphi\left(z + \frac{\rho}{2} + \epsilon\right) + \varphi\left(z - \frac{\rho}{2} - \epsilon\right) = 2\pi\rho^2 \left( B - \frac{B'' \times \rho\epsilon}{2} \right)$$

Pour le décalage nul,  $\Delta z = 0$ , le terme en  $B''$  prend la valeur  $B'' \frac{\rho^2}{8}$ .

Pour un décalage  $\Delta z = \frac{\rho}{2} + \varepsilon$  le terme en  $B''$  prend la valeur  $B'' \frac{\rho \varepsilon}{2}$ .

Le rapport de ces deux termes est :  $\frac{4 \varepsilon}{\rho}$ .

Nous pouvons maintenant évaluer l'erreur probable due à l'imprécision dans la réalisation du décalage des deux enroulements.

Nous avons indiqué plus haut que pour une sonde simple de 2 mm de

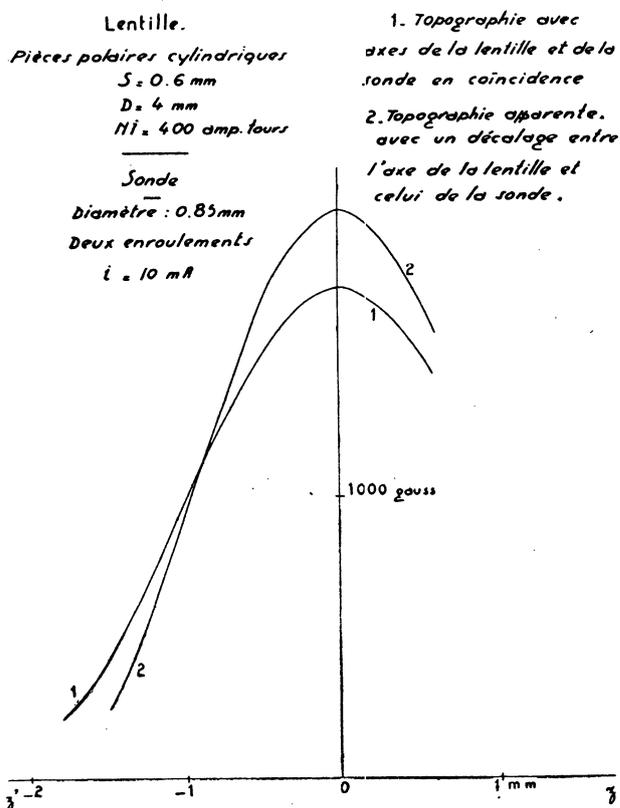


FIG. 12. — Influence du décalage entre l'axe de la sonde et celui du champ sur la mesure d'une topographie.

diamètre pour un canal de 4 mm de diamètre la plus grande valeur du terme en  $B''$  prend, au sommet de la topographie, une valeur proche de 0,08 B. Prenons pour base cette valeur expérimentale.

Pour la sonde de 1,6 mm de diamètre le terme  $\frac{1}{8} B'' \rho^2$  prend la valeur  $0,08 \left(\frac{16}{20}\right)^2 = 0,05 \text{ B}$ .

On peut admettre que l'erreur dans la réalisation du décalage correct est inférieure au diamètre du fil d'enroulement. Pour  $\varepsilon = 0,01$  mm on trouve que l'incertitude due à l'erreur est de  $0,0025$  B.

Un calcul analogue pour une sonde de  $0,85$  mm de diamètre fournit pour cette erreur la valeur de  $0,002$  B.

Il apparaît donc que l'erreur introduite par l'imperfection de décalage des deux enroulements de la sonde est au plus de  $0,25$  pour cent dans les deux cas les plus défavorables.

### 5. — EFFETS DUS A UN DÉCALAGE ENTRE L'AXE DE LA SONDE ET L'AXE DU CHAMP

1° EXPRESSION DU FLUX A TRAVERS UNE SONDE DONT L'AXE EST DÉCALÉ PAR RAPPORT A CELUI DU CHAMP.

Le champ d'induction à la distance  $r$  de l'axe a pour expression en se limitant au terme du second ordre (*fig. 4*) :

$$B(z, r) = B(z) - \frac{1}{4} B''(z) r^2 = B - \frac{1}{4} B'' r^2$$

Un élément de surface  $dS$ , situé dans un plan normal à l'axe du champ et à la distance moyenne  $r$  de ce champ est traversé par le flux  $d\varphi$  d'expression :

$$d\varphi = B(z, r) dS = \left( B - \frac{1}{4} B'' r^2 \right) dS$$

Pour une surface  $S$  :

$$\varphi = \int_s B(z, r) dS = BS - \frac{1}{4} B'' \int_s r^2 dS$$

Le terme  $\frac{1}{4} B'' \int_s r^2 dS$  est le moment d'inertie par rapport à l'axe, de la surface ayant une densité superficielle  $(1/4 B'')$ . Pour un cercle de rayon  $\rho$ , dont le centre est à la distance  $a$  de l'axe, le moment d'inertie prend la valeur :

$$\frac{1}{4} B'' \left( \frac{\rho^2}{2} + a^2 \right) \times \pi \rho^2$$

Le flux qui traverse ce cercle a pour valeur :

$$\pi \rho^2 \left[ B - \frac{1}{4} B'' \left( \frac{\rho^2}{2} + a^2 \right) \right]$$

En faisant  $a = 0$ , on retrouve l'expression donnée plus haut pour ce cas. Quelle erreur introduit le décalage entre les axes?

Pour  $\rho = 1$  mm., dans un trou de diamètre  $D = 4$  mm., nous pouvons atteindre  $0,08$  B au sommet de la topographie.

Admettons un décalage de  $0,1$  mm :  $\frac{1}{4} B'' a^2 = 0,0016$  B

En pratique on peut estimer que l'erreur est inférieure à cette valeur car il est facile de bien centrer la sonde, vue en bout à travers l'axe du canal.

Le décalage d'un intervalle  $\rho$  des deux solénoïdes de la sonde permet d'éliminer le terme  $\frac{1}{8} B' \rho^2$  mais il laisse subsister le terme  $\frac{1}{4} B' a^2$ .

La figure 12 donne deux topographies mesurées avec une sonde de 0,85 mm. de diamètre à deux solénoïdes décalés, dans le cas où la sonde est centrée au mieux et dans le cas où les axes de la sonde et du champ sont décalés d'environ 0,5 mm. Ce décalage énorme a été choisi pour mettre nettement le phénomène en évidence.

## 2° EXPRESSION DE LA FORCE NORMALE A L'AXE SI L'AXE DE LA SONDE EST DÉCALÉ PAR RAPPORT A CELUI DU CHAMP.

Nous venons d'établir l'expression du flux pour une sonde dont l'axe est parallèle à l'axe  $z/z$  et à la distance  $a$ .

Nous allons en déduire le calcul de la force qui, dans ces conditions, s'exerce sur la sonde normalement à son axe. Ce résultat nous servira par la suite.

Pour un élément de sonde de longueur  $dz$ , le flux a pour expression :

$$\Phi = n \cdot dz \times \pi \rho^2 \left[ B - \frac{1}{4} B' \left( \frac{z^2}{2} + a^2 \right) \right]$$

Sur cet élément de sonde s'exerce, normalement à l'axe, la force :

$$df = - \frac{i}{10} \frac{d\Phi}{da} = \frac{ni}{10} \times \pi \rho^2 \times \frac{1}{2} B' a dz$$

Pour l'ensemble de la sonde, la force normale à l'axe a pour valeur :

$$f = \int df = \frac{ni}{10} \times \pi \rho^2 \times \frac{a}{2} \int B' dz = \frac{ni}{10} \times \pi \rho^2 \times \frac{a}{2} \left| B' \right|_z$$

Si nous nous plaçons dans le cas où  $B'_z = 0$  :

$$f = \frac{\pi \rho^2}{10} \times ni \times \frac{B'_t}{2} a$$

Prenons la sonde de 2 mm de diamètre ( $n = 360$ ;  $i = 10$  mA) dont la face 1 est dans une zone pour laquelle  $B' = 10.000$  gauss au millimètre. Soit  $a = 0,1$  mm, ce qui est la valeur obtenue en pratique. On trouve  $F = 6$  milligrammes. Cette force comparée au poids de 25 grammes de l'équipage qui porte la sonde est négligeable (\*).

(\*) Nous traitons dans l'appendice 1 de l'utilisation de la sonde à double enroulement pour la mesure de  $B'$ .

## CHAPITRE II.

### SYSTÈME PENDULAIRE — MONTAGE GÉNÉRAL MESURE PAR COMPENSATION

Dans les premiers essais, la sonde était suspendue sous le plateau d'une balance de précision, l'axe de la lentille étant vertical. Les courants de convection dûs à l'échauffement des enroulements par effet Joule réduisent la précision des mesures : ce montage a été abandonné. Nous utilisons (*fig. 13*) un montage pendulaire à cinq fils, analogue à celui de FOEX [13].

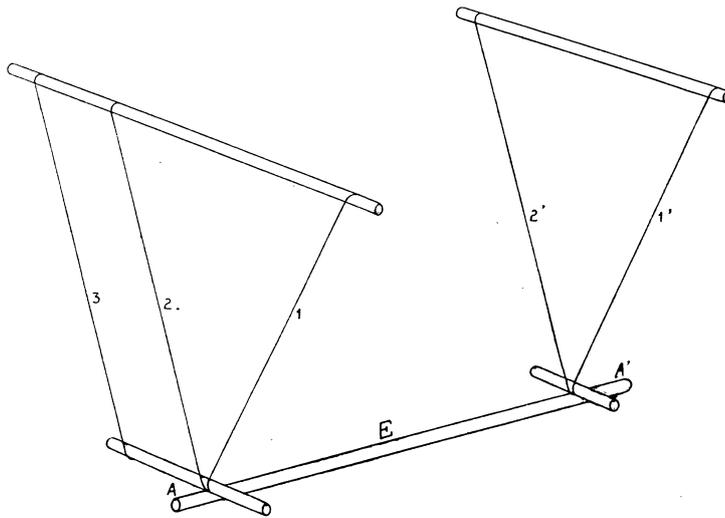


FIG. 13. — Système pendulaire à cinq fils — Les deux suspensions en V (fils 1 et 2), (1' et 2') imposent une translation dans un plan à l'équipage E que le fil 3 empêche de tourner autour de la droite AA'. Les fils de suspension s'enroulent autour des différents supports comme dans la balance de Weber.

#### 1. — DESCRIPTION

##### 1° EQUIPAGE DE MESURES ET SA SUSPENSION.

Le corps de l'équipage (*fig. 14*), découpé dans un tube de duralumin, est suspendu par des fils de cuivre de 0,05 mm de diamètre, de 60 cm de long, qui s'enroulent sur des cylindres comme dans la balance de Weber [14].

Les fils de nylon et d'autres textiles ont été écartés : ils varient de longueur pour la moindre cause et imposent une incessante remise au point du système optique de repérage de la position de l'équipage. Pour la même raison les fils de suspension ne sont pas utilisés pour amener le courant

aux enroulements car, pour les mesures, ce courant est constamment lancé et supprimé, ce qui provoque des variations gênantes de la longueur des fils.

La sonde est fixée en bout comme l'indique la figure 14.

Une plaque d'aluminium fixée à l'équipage passe dans l'entrefer d'un aimant permanent (fig. 15). L'amortissement choisi est légèrement inférieur à l'amortissement critique.

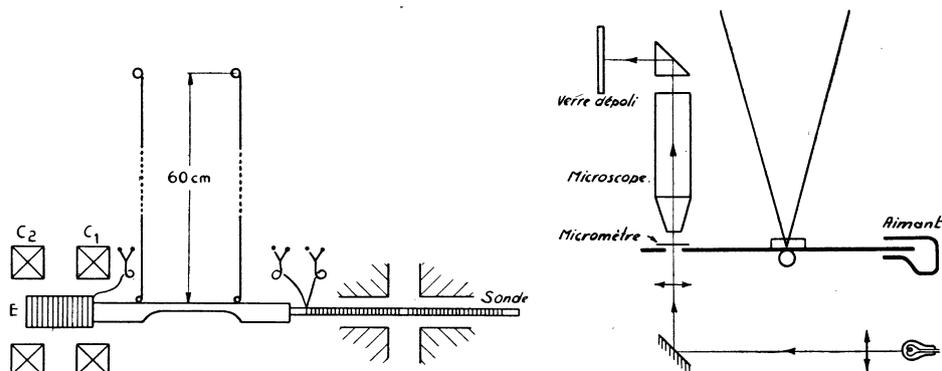


FIG. 14. — Système pendulaire (vue de côté). FIG. 15. — Système pendulaire (vue en bout).

### 2° LECTURE DU DÉPLACEMENT DE L'ÉQUIPAGE — FIDÉLITÉ.

Un micromètre objectif au centième de millimètre, porté par l'équipage est visé par un microscope. Son image est projetée sur un verre dépoli gradué, disposé devant l'observateur. Le grossissement choisi amène neuf divisions de l'image du micromètre à couvrir 10 mm de la graduation du verre dépoli. Ce vernier au 1/10 permet de repérer la position de l'équipage à un micron près.

La fidélité du système est satisfaisante : écarté de sa position d'équilibre, l'équipage y revient avec un écart inférieur à un micron.

### 3° CHARIOT SUPPORT DE LENTILLE.

La lentille électronique est posée sur un support à trois vis calantes porté par un chariot commandé par vis. La position de la lentille est repérée par un système analogue à celui décrit pour l'équipage.

Pour repérer la position de la lentille nous avons utilisé le plus souvent un micromètre au dixième de millimètre, long de 1 cm, ce qui suffit en général pour couvrir la portion intéressante du champ, le champ maximum correspondant à la position du microscope visant le milieu du micromètre. Pour les champs très étendus, on déplace le microscope de repérage en cours de mesure.

Pour des pièces polaires à entrefers très étroits et trous de petites dimensions, on peut utiliser un micromètre au centième de millimètre, long de 2 mm.

De robustes consoles scellées dans un mur épais supportent l'équipage. Un autre groupe de consoles reçoit les microscopes de repérage et le chariot qui porte la lentille.

L'ensemble du montage est enfermé dans une cage n'ayant aucun contact avec le système précédent.

Sur la figure 16, photographie qui donne une vue d'ensemble du montage, sont indiqués les différents éléments décrits.

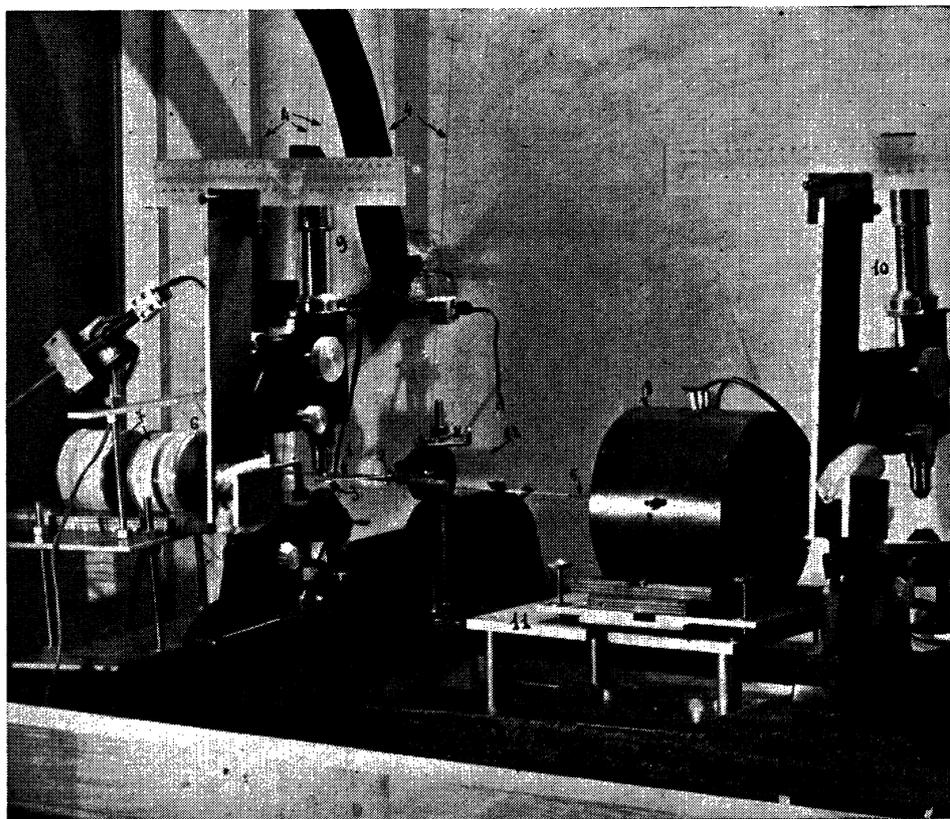


FIG. 16. — Vue d'ensemble du système pendulaire électrodynamique.

- |   |   |
|---|---|
| 1. — Corps de l'équipage.                           | 9. — Microscope repérant la position de l'équipage.   |
| 2. — Système d'amortissement.                       | 10. — Microscope repérant la position de la lentille (le collier fixant le micromètre objectif est enlevé). |
| 3. — Micromètre objectif.                           | 11. — Chariot porte-lentille.   |
| 4. — Fils de suspension (0,05 mm. de diamètre).     | 12. — Boucle molle amenant le courant à la sonde (fils de cuivre de 0,05 mm de diamètre).                   |
| 5. — Sonde.   |   |
| 6. — Enroulement de compensation.                   |   |
| 7. — Bobines excitatrices du champ de compensation. |   |
| 8. — Lentille.                                      |   |

## 2. — MESURE DU CHAMP

### 1° SENSIBILITÉ.

Calculons la valeur du champ par le déplacement qu'il impose à l'équipage. Nous discuterons plus loin les incertitudes sur les grandeurs qui s'introduisent dans ce calcul, ce qui nous amènera à lui substituer une méthode d'étalonnage direct en valeur absolue.

Les fils de suspension mesurent 60 centimètres, l'équipage pèse 25 grammes. A partir de la position d'équilibre, un déplacement de l'équipage de 1 micron demande une force de  $1/25$  de milligramme. C'est la force qu'exerce un champ de 3 gauss sur un solénoïde de 2 millimètres de diamètre, à 400 spires au centimètre, alimenté par un courant de 10 milliampères. Deux solénoïdes de 1,6 mm de diamètre enroulés avec un fil de même diamètre, parcouru par la même intensité de courant, donnent à peu près la même sensibilité.

Il faut un champ de 12 gauss pour déplacer de 1 micron une sonde de deux solénoïdes de 0,85 mm de diamètre. Le champ est proportionnel au déplacement de l'équipage.

Nous pouvons repérer la position de l'équipage à un micron près. La sensibilité du système est donc de 3 gauss pour une sonde de 2 mm de diamètre, de 12 gauss pour une sonde de 0,85 mm de diamètre.

### 2° MESURE PAR UN SYSTÈME DE COMPENSATION.

La mesure du champ par le déplacement de l'équipage exigerait des corrections diverses : la position du plan de mesure résulterait de la différence entre la position de la lentille et celle de la sonde. De plus, il faudrait maintenir invariable l'intensité dans la sonde.

Pour faciliter les mesures et augmenter sa précision, nous avons monté un système de compensation : l'équipage porte un enroulement supplémentaire E (*fig. 14*) monté en série avec la sonde de mesure et disposé dans le champ de 2 bobines sans fer  $C_1$  et  $C_2$ .

Lorsque la sonde et l'enroulement E sont parcourus par le même courant  $i$ , il est possible de compenser la force subie par la sonde de mesure en réglant le courant qui parcourt les bobines  $C_1$  et  $C_2$ . Quand la compensation est réalisée, le lancement ou la suppression du courant  $i$  laisse l'équipage immobile. L'intensité du courant  $C_1$  et  $C_2$  est proportionnelle au champ à mesurer.

Le sens relatif du courant dans les bobines de compensation  $C_1$  et  $C_2$  et la distance de ces bobines sont choisis afin d'amener le courant de compensation à la valeur correspondant au maximum de déviation de l'ampère-mètre pour le champ maximum à mesurer. La valeur absolue de ce champ exige une mesure spéciale : elle est déterminée par l'écart qu'il impose

à l'équipage, à partir de la position d'équilibre, pour un courant  $i$  connu. Nous expliquons plus loin comment cet étalonnage a été réalisé.

### 3° STABILITÉ DE L'ÉQUIPAGE.

Quand le champ varie très vite — cette variation peut atteindre 10.000 gauss au millimètre — l'équipage n'est en équilibre stable que pour un sens du courant dans les enroulements de la sonde.

Les raisonnements qui permettent de déterminer les cas de stabilité et d'instabilité sont classiques et nous croyons inutile de les développer pour ce montage.

Les figures 17 et 18 donnent les résultats de ces raisonnements que confirme l'expérience.

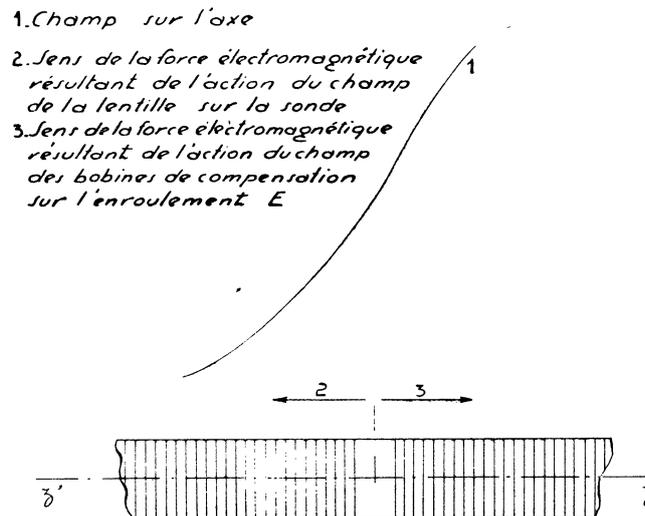


FIG. 17. — Stabilité de l'équipage — Cas de l'équilibre toujours stable : la force électromagnétique qui s'exerce sur la sonde est dirigée vers les champs décroissants.

Il y a avantage à opérer dans les conditions où l'équilibre est stable quelle que soit la grandeur de la variation du champ. Ceci amène à changer le sens du courant de sonde quand on passe d'une pente de la topographie à l'autre.

Pour fixer les idées indiquons que la sonde de 16/10 de mm de diamètre à double enroulement permet un équilibre stable pour les deux sens du courant de sonde si la variation du champ est inférieure à 3.000 gauss au millimètre.

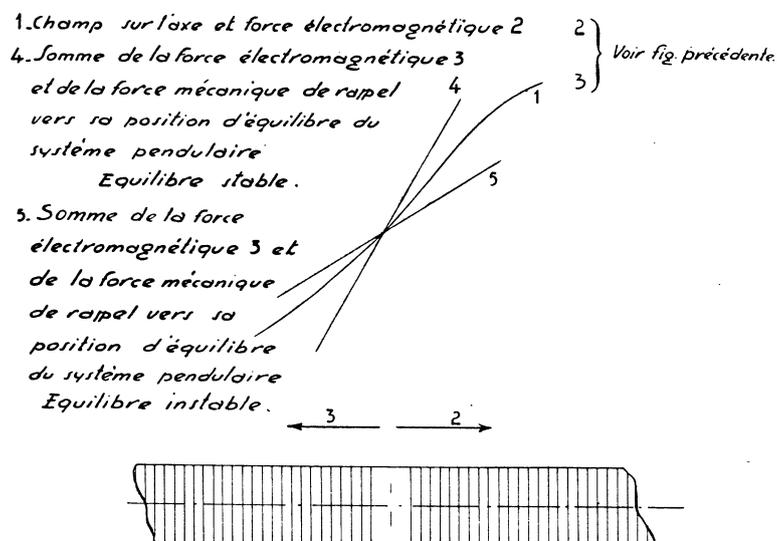


FIG. 18. — Stabilité de l'équipage — Cas où la stabilité dépend de la force mécanique de rappel : la force électromagnétique qui s'exerce sur la sonde est dirigée vers les champs croissants.

### 3. — MONTAGES ÉLECTRIQUES

La figure 19 donne le schéma des montages électriques :

a) Alimentation de la lentille.  $A_1$  est un ampèremètre qui permet de contrôler la constance du courant d'excitation : il est gradué en 100 divisions et on lit aisément le quart de division.

b) Alimentation de la sonde.  $A_2$  est un ampèremètre de même précision que  $A_1$ .

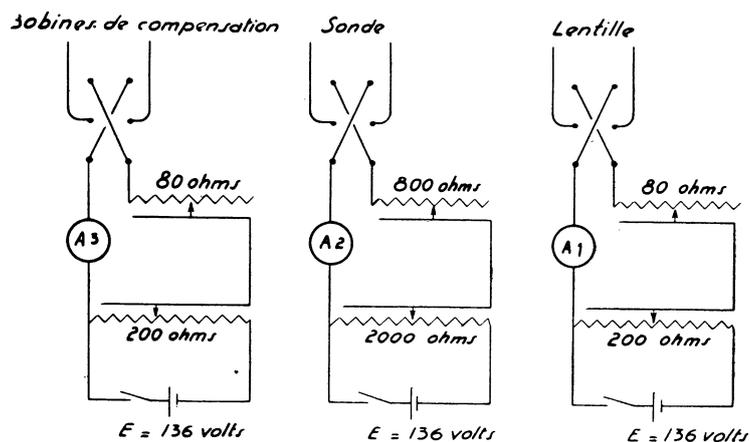


FIG. 19. — Montages électriques.

c) Alimentation des bobines de compensation.  $A_3$  est un ampèremètre à spot lumineux sur un cadran gradué de 150 divisions. Chaque division vaut 1 millimètre : le 1/10 de division est apprécié aisément.

Des shunts permettent de mesurer les intensités jusqu'à 4,5 A, 1,5 A, 0,45 A et 0,15 A avec une erreur maximum possible sur la valeur absolue de 0,15 pour cent.

---

### CHAPITRE III.

## DÉTERMINATION D'UNE TOPOGRAPHIE

### Précision de cette détermination. — Étalonnage du système pour la mesure des champs en valeur absolue.

#### 1. — DÉTERMINATION D'UNE TOPOGRAPHIE

##### 1° RÉGLAGES ET MESURES PRÉLIMINAIRES.

La partie centrale de la sonde est au milieu de l'entrefer d'une lentille symétrique quand, la sonde étant excitée, la déviation de l'équipage passe par un maximum. Le centrage de la sonde selon l'axe de la lentille est alors réalisé avec soin.

Le champ qui provoque un déplacement de 1 micron pour une intensité dans la sonde de 10 mA a été déterminé comme nous l'expliquons plus loin. La valeur du champ maximum est donnée par la mesure du déplacement maximum de l'équipage de part et d'autre de sa position d'équilibre pour les deux sens du courant dans la sonde. Ce courant est choisi afin que ce déplacement soit inférieur au plus grand écart que permet le micromètre, soit 1 millimètre.

La distance entre les bobines  $C_1$  et  $C_2$  est réglée afin que le courant de compensation qui correspond au champ maximum fasse dévier l'ampèremètre qui mesure cette intensité de toute sa graduation.

On fixe enfin la position du microscope qui repère la position de la lentille.

##### 2° ELIMINATION DES EFFETS PARASITES.

La lentille magnétique crée, dans l'espace des bobines de compensation  $C_1$  et  $C_2$ , un champ qui s'ajoute au champ créé par ces bobines ou s'en retranche. Pour l'éliminer, les mesures de compensation sont faites pour les deux sens du courant dans l'enroulement E, ce qui entraîne l'inversion du courant dans les bobines de compensation C : la moyenne des deux intensités de compensation élimine l'action du champ parasite. La différence entre ces deux intensités est proportionnelle à l'excitation de la lentille tant qu'aucune zone du circuit magnétique n'est à saturation magnétique. Avec l'apparition de la saturation, la différence entre ces deux intensités croît plus vite que l'excitation.

L'expérience montre que le sens et l'intensité du courant de sonde n'ont aucune influence décelable sur les mesures.

Les forces dues au diamagnétisme ou au paramagnétisme sont minimales. Elles n'ont aucun effet appréciable si les forces sont normales à la sonde.

Si elles sont parallèles à l'axe de la sonde elles font varier la position d'équilibre de l'équipage : la correction est aisée.

### 3° TOPOGRAPHIE HORS DE LA ZONE DE L'ENTREFER.

La topographie du champ dans le canal des pièces polaires et hors de la lentille peut être déterminée sans grande précision. La position de la lentille est alors repérée par un index se déplaçant devant une règle graduée. Le champ est mesuré par le déplacement qu'il impose à l'équipage, à partir de la position d'équilibre pour une intensité de sonde donnée. On peut également évaluer le champ par la différence des positions de l'équipage, pour les deux sens du courant de sonde. Cette méthode, pour être correcte, demande que la valeur de la dérivée  $dB/dz$  soit faible, inférieure à 10 gauss au millimètre pour fixer les idées. La différence des écarts de l'équipage à partir de la position d'équilibre, pour les deux sens du courant de sonde permet d'évaluer cette dérivée et de faire la correction quand cela paraît nécessaire.

## 2. — INCERTITUDES DES MESURES POUR LE TRACE D'UNE TOPOGRAPHIE

### 1° INCERTITUDES DE FIDÉLITÉ DES MESURES.

Déterminons plusieurs fois, en opérant la série complète des mesures, la topographie du champ d'une lentille, à excitation donnée et comparons les résultats de ces déterminations successives. L'expérience montre qu'elles s'encadrent dans un intervalle de  $\pm 0,25$  pour cent des valeurs moyennes. Recherchons l'origine de cette dispersion des résultats :

#### a) *Repérage de la position de l'équipage :*

La position de l'équipage est repérée à un micron près. Nous avons vu que cela correspond, pour la plus fine des sondes, à une sensibilité de 12 gauss. Pour les champs allant de 0 à 20.000 gauss nous pouvons admettre une incertitude moyenne relative de  $1/1.000$  soit 0,1 pour cent.

#### b) *Repérage du point de mesure :*

La position relative des points de mesure est repérée par le même système optique que celui de l'équipage. On a donc la même incertitude d'un micron. Dans un champ qui varie de 5.000 gauss au millimètre, cela correspond à une variation de 5 gauss et, sur 10.000 gauss en moyenne, à une incertitude relative de  $1/2.000$  soit 0,05 pour cent. Cette valeur change considérablement avec celle du gradient.

#### c) *Lecture de l'ampèremètre :*

L'ampèremètre utilisé pour la mesure du courant de compensation est un appareil à spot lumineux, dont le cadran a 150 divisions de 1 mm. On lit le  $1/10$  de division. Sur la valeur moyenne de 100 divisions, l'erreur moyenne relative est de 0,1 pour cent.

Ce sont des incertitudes relatives moyennes que nous avons calculées. Leur somme correspond à l'intervalle qui apparaît entre les topographies relevées dans des conditions identiques.

2° INCERTITUDES DUES AUX DÉFAUTS DE CONSTRUCTION DE LA SONDE ET AU DÉCALAGE DE SON AXE PAR RAPPORT A CELUI DU CHAMP.

Nous avons estimé que l'erreur dans le décalage des deux enroulements d'une sonde et le décalage entre les axes de la sonde et du champ entraînent, dans les cas les plus défavorables où nous opérons, une erreur possible proportionnelle à  $B''$  un peu inférieure à 1 pour cent.

3° ERREURS DANS LA FORME DE LA TOPOGRAPHIE DUES A CES CAUSES.

Ces causes peuvent entraîner des différences entre la topographie réelle et la topographie qui résulte des mesures. Montrons-le graphiquement.

Soit (fig. 20) la topographie réelle représentée par la courbe en cloche (1). Par suite des erreurs proportionnelles à  $B''$ , les courbes expérimentales seront les courbes (2) ou (3).

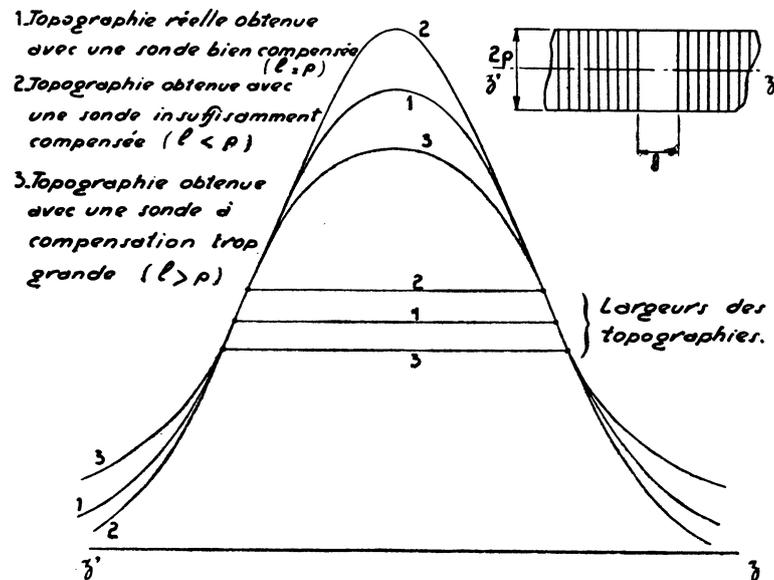


FIG. 20. — Erreurs dans la forme de la topographie dues à une erreur dans le décalage des enroulements.

En particulier la largeur de la topographie 2  $a$ , distance qui sépare les deux points de l'axe pour lequel le champ d'induction est la moitié du champ maximum sera différente de la largeur réelle.

En connaissant la pente moyenne de la tangente d'inflexion à la topogra-

phie il est possible de calculer la variation  $da/a$  qui résulte d'une erreur relative  $dB_M/B_M$  de la valeur maximum du champ.

Il est plus simple et plus direct de la mesurer sur les topographies expérimentalement déterminées. En moyenne on trouve que  $da/a$  est environ la moitié de  $dB_M/B_M$ .

La largeur «  $2a$  » souvent considérée comme un élément fondamental d'une topographie est donc expérimentalement déterminée avec une erreur inférieure à 0,5 pour cent. Cette précision est suffisante.

### 3. — ÉTALONNAGE DE LA SONDE POUR LA MESURE DU CHAMP EN VALEUR ABSOLUE — PRÉCISION DE LA MESURE ABSOLUE DU CHAMP MAXIMUM

#### 1° MESURE ABSOLUE.

Nous avons calculé plus haut la valeur du champ qui provoque un déplacement de l'équipage de 1 micron, à partir de sa position d'équilibre, pour une intensité de sonde de 10 milliampères.

Examinons avec quelle précision sont déterminées les grandeurs qui interviennent dans ce calcul.

Certaines de ces grandeurs sont connues avec une excellente précision.

*La longueur des fils*, proche de 60 cm, peut être connue à un quart de millimètre près, soit avec une erreur relative plus petite que 4/10.000.

*Le poids de l'équipage* peut être connu avec une très grande précision si on le pèse à l'aide d'une balance.

Montrons comment on peut mesurer ce poids en laissant l'équipage suspendu. Cette méthode est surtout intéressante pour évaluer la réaction des fils d'amenée du courant.

Pour une intensité de courant donné dans l'enroulement E, faisons passer dans les bobines créatrices du champ de compensation  $C_1$  et  $C_2$  l'intensité nécessaire pour déplacer l'équipage d'une longueur donnée. Ajoutons à l'équipage un poids connu. Pour obtenir le même déplacement de l'équipage il faut augmenter le courant dans les bobines  $C_1$  et  $C_2$  dans le même rapport que celui de l'augmentation du poids de l'équipage. On en déduit le poids de celui-ci.

La précision est assez faible car la mesure d'une intensité se fait au mieux, à 1/500 près.

Mais cette méthode permet d'évaluer la réaction élastique des fils d'amenée du courant. Déterminons les intensités de compensation qui provoquent, pour un courant donné dans l'enroulement E, une déviation donnée de l'équipage quand les fils d'amenée du courant à la sonde sont libres et dans le cas où ils sont reliés à leurs bornes. L'expérience montre que ces intensités sont égales : la réaction élastique des fils est donc négligeable.

*Remarque* : Nous avons vu plus haut que la force électromagnétique normale à l'axe de la sonde qui apparaît par suite du décalage entre les axes de la sonde et du champ est négligeable auprès du poids de l'équipage (6 milligrammes auprès de 25 grammes).

*Le diamètre des tubes ou baguettes* de verre ou de quartz utilisés comme cylindre d'enroulement de la sonde n'est connu, au mieux, qu'à 1/100 de millimètre près. L'aire de la section de la baguette de 0,85 est connue avec une imprécision d'au moins 2,5 pour cent, celle de la baguette de verre de 1,6 mm avec une imprécision un peu supérieure à 1 pour cent. Pour le calcul de la section de l'enroulement, il faut tenir compte également, comme nous l'avons fait remarquer plus haut, qu'on n'a pas des courants localisés sur les parois d'un cylindre et tournant dans des plans normaux à l'axe du cylindre.

Pour ces différentes raisons il est préférable d'étalonner la sonde par une méthode directe.

## 2° ÉTALONNAGE DE LA SONDE.

D'après les théorèmes d'Ampère, l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} B dz$  le long de l'axe  $z'z$  qui passe à l'intérieur d'une bobine comptant  $N$  spires parcourues par un courant  $I$  vaut  $\frac{4 \pi NI}{10}$ , quelles que soient les masses métalliques aimantées.

Le nombre de spires de la bobine de la lentille est connu en toute rigueur. L'intensité d'excitation est mesurée par un ampèremètre étalon.

La valeur de l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} B dz = \frac{4 \pi NI}{10}$  peut donc être connue à 1/500 près.

Par la déviation de l'équipage pour une intensité de sonde  $i$  bien repérée sur l'appareil utilisé, mesurons le champ tout le long de l'axe de la lentille d'excitation sans pièces polaires.

La courbe obtenue a la forme donnée par la figure 21.

Nous pouvons évaluer l'aire comprise entre la courbe et l'axe  $z'z$ , les champs étant mesurés en microns de déplacement de l'équipage pour l'intensité  $i$  choisie. Les mesures de part et d'autre de la lentille ne vont pas au-delà d'une dizaine de centimètres. Pour tenir compte de l'aire comprise entre la courbe et l'axe  $z'z$  à partir des positions extrêmes de mesure jusqu'à l'infini, assimilons la topographie à celle du champ d'un aimant de forme  $B = M.z^{-3}$ . La portion d'aire de  $z$  à l'infini est égale à l'aire du triangle  $oAa$  (fig. 21).

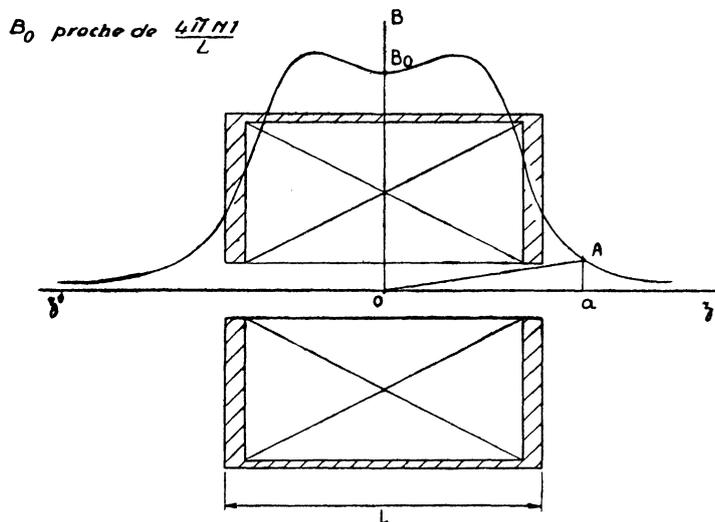


FIG. 21. — Mesure pour l'étalonnage de la sonde en valeur absolue.

En effet :

$$\int_z^{+\infty} \frac{M}{z^3} = \frac{1}{2} \left| \frac{M}{z^2} \right|_{\infty}^z = \frac{1}{2} \frac{M}{z^2} = \frac{1}{2} \frac{M}{z^3} z$$

$$\frac{M}{z^3} = a A \quad z = 0 a$$

Cette correction est inférieure à 0,5 pour cent.

La valeur de l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} B dz$  en fonction de l'unité de mesure de champ est ainsi connue avec une imprécision inférieure à un pour cent.

La valeur  $\frac{4 \pi N I}{10}$  est connue. Nous avons ainsi déterminé qu'un champ de 2,80 gauss (à 1 pour cent près) provoquait un déplacement de l'équipage de 1 micron pour la sonde de 1,6 mm de diamètre, les deux enroulements étant parcourus par un courant de 10 mA.

### 3° MESURE DE LA VALEUR ABSOLUE DU CHAMP MAXIMUM D'UNE TOPOGRAPHIE.

La double déviation de l'équipage est voisine de 2.000 microns. Chacune des deux lectures introduit une imprécision d'un micron. L'erreur relative qui en résulte est de 1/1.000.

L'intensité du courant qui alimente la sonde est lue avec une grande précision car on amène l'aiguille en coïncidence avec une division du cadran, ce qui est réalisable avec une incertitude inférieure à 1/1.000.

Enfin l'étalonnage est fait pour les indications de l'ampèremètre même. Cet étalonnage est effectué à un pour cent près.

Le décalage entre les deux enroulements de la sonde et celui des axes de la sonde et du champ n'introduisent aucune incertitude dans le champ d'étalonnage pour lequel  $B''$  est très faible, mais ils peuvent introduire une imprécision de l'ordre de un pour cent dans les topographies usuelles.

Finalement on peut évaluer à deux pour cent au plus l'imprécision dans la mesure du champ maximum en valeur absolue.

#### CONCLUSION.

Ce système pendulaire électrodynamique de mesure du champ le long de l'axe d'une lentille électronique magnétique constitue un dispositif précis et commode.

On peut escompter dans les valeurs relatives une précision voisine de 0,5 pour cent.

Avec un peu d'habitude, les mesures nécessaires au tracé d'une topographie sur une longueur de 1 cm peuvent s'effectuer en une heure, tandis que les calculs exigent à peu près le même temps. On peut donc obtenir assez rapidement des résultats sûrs permettant l'analyse des phénomènes.

Dans ce qui suit nous exposons les résultats de cette analyse pour l'étude des lentilles électroniques magnétiques à bobine excitatrice.

Son utilisation permet d'étudier aussi les lentilles électroniques à aimants permanents.

Ajoutons que ce dispositif peut être utilisé pour vérifier la bonne construction de toute lentille tant que le diamètre du canal permet l'introduction des sondes : la sonde de 0,85 mm de diamètre a permis d'effectuer des mesures dans des trous de 1,4 mm.

---

### C) ÉTUDE MAGNÉTIQUE DES LENTILLES ÉLECTRONIQUES

Le système pendulaire qui vient d'être décrit permet d'effectuer les mesures à partir desquelles les phénomènes qui apparaissent dans une lentille peuvent être analysés.

Le but essentiel de notre travail est d'aboutir à des règles de construction des lentilles électroniques magnétiques et non d'effectuer une étude de l'aimantation. Nous ne poussons donc l'analyse des phénomènes que dans la mesure où nous le jugeons nécessaire au but visé.

Un phénomène fondamental est l'apparition, dans le canal, d'un champ considérable, qui peut atteindre 20 pour cent et plus de l'induction maximum dans l'entrefer, quand l'excitation dépasse une certaine valeur. Son existence s'explique par la perméabilité finie du fer doux qui constitue le circuit magnétique.

Pour être efficace une lentille doit rassembler les ampères-tours d'excitation dans la zone centrale<sup>(1)</sup> : le problème consiste donc à diminuer l'intensité de ce champ afin de rendre ses effets négligeables. Nous proposons pour cela de donner aux noyaux polaires une forme convenable.

De même nous déterminons les dimensions des flasques et de l'enveloppe extérieure afin d'éviter toute saturation.

Pour augmenter l'intensité du champ et diminuer la largeur de la topographie on est amené à prendre des entrefers étroits, ce qui provoque un envahissement de la face polaire par la saturation magnétique. Sur ce point, nous avons poussé l'étude des phénomènes.

Le calcul des phénomènes est possible si l'on admet la perméabilité infinie<sup>(2)</sup>. Mais sa généralisation, quand la saturation intervient est difficile et incertaine si on veut analyser les phénomènes dans leur complexité alors que l'expérience fixe rapidement les valeurs à satisfaire.

---

(1) D'après le théorème d'Ampère, l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} B dz$  étendue à la totalité de l'axe  $z'z$  d'une bobine est égale à  $[4\pi/10]NI$ .  $NI$ , nombre des ampères-tours de la bobine est proportionnel au potentiel magnétique fourni par l'enroulement parcouru par le courant  $I$ . L'intégrale  $\int_{z_1}^{z_2} B \cdot dz = \frac{4\pi}{10} nI$  exprime que le potentiel magnétique entre les abscisses  $z_1$  et  $z_2$  correspond à celui de  $nI$  ampères-tours. Pour faire court nous disons que  $nI$  ampères-tours sont rassemblés ou étalés entre les abscisses  $z_1$  et  $z_2$ .

(2) Pour ces méthodes de calcul voir E. DURAND. Electrostatique Magnetostatique.

## CHAPITRE PREMIER.

### LE CIRCUIT MAGNÉTIQUE D'UNE LENTILLE ÉLECTRONIQUE

#### 1. — VARIATION DE FORME DE LA TOPOGRAPHIE EN FONCTION DE L'EXCITATION : PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX

Déterminons les topographies données par une lentille électronique du type indiqué par la figure 1, dans le cas particulier de pièces polaires à noyau cylindrique en fer doux, percées d'un canal de 4 mm de diamètre, à faces planes séparées par un entrefer de 2 millimètres.

Pour une excitation assez faible, 1.000 ampères-tours par exemple, la topographie est une courbe en cloche analogue à celle représentée sur la figure 2. La valeur du maximum est 3.000 gauss environ, et la largeur «  $2 a$  » est proche de 3 mm. Le champ hors de la zone centrale est rapidement inférieur à la limite de sensibilité de l'appareil de mesure (3 gauss).

Calculons le nombre des ampères-tours concentrés dans la région de l'entrefer de la lentille par l'intégrale  $\int B.dz$ , pour la cloche de la topographie sur une largeur conventionnellement égale à  $6 a$ . Pour cela évaluons l'aire comprise entre la courbe  $B(z)$  et l'axe : on trouve que 95 pour cent environ des ampères-tours d'excitation sont rassemblés dans cette zone.

Poussons l'excitation à  $NI = 8.000$  ampères-tours. La topographie dans la zone centrale garde sensiblement la même forme et le maximum est voisin de 7.000 gauss. Mais, dans le canal, le champ est devenu accessible à la mesure puisqu'il atteint 1.000 gauss en un point. La topographie d'ensemble, dans le cas précisé est représentée par la figure 22. La zone centrale ne rassemble plus que 25 pour cent des ampères-tours d'excitation.

Traçons, en fonction du nombre d'ampères-tours d'excitation de la bobine, la variation du champ aux points A et B, C et D de l'axe (*fig. 22*). Pour chaque intensité, stabilisons les cycles d'aimantation par plusieurs inversions du courant afin de supprimer les effets de l'hystérésis. Nous obtenons les courbes de la figure 23.

Les phénomènes restent les mêmes dans leur allure générale si les pièces polaires ont leurs faces en regard tronconiques, leur noyau demeurant cylindrique.

*L'apparition d'un champ pouvant atteindre 20 % de valeur maximum et plus, à l'intérieur du canal percé dans les noyaux polaires, quand l'excitation dépasse une certaine valeur, tel est le phénomène essentiel qui apparaît dans les lentilles habituellement utilisées.*

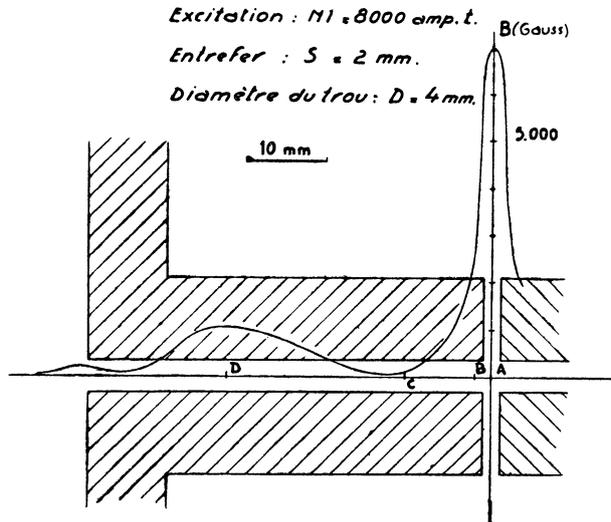


FIG. 22. — Topographie du champ le long de l'axe d'une lentille électronique à forte excitation, pour un circuit magnétique mal étudié.

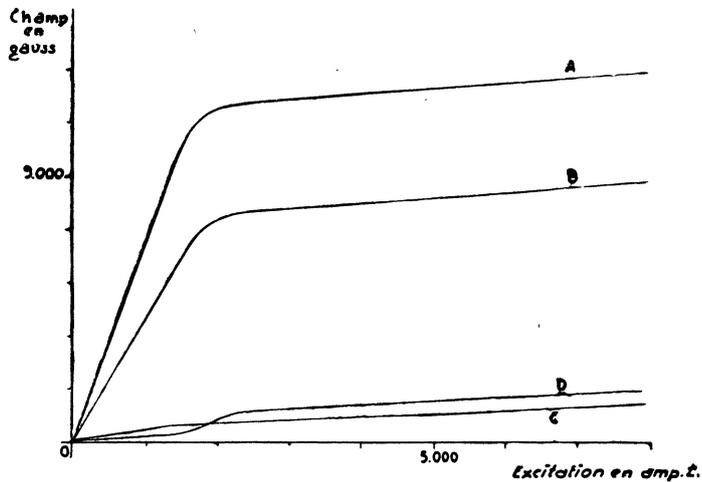


FIG. 23. — Variation du champ en fonction de l'excitation pour différents points sur l'axe d'une lentille électronique dont le circuit magnétique est mal étudié. (Remarquer le croisement des courbes pour les points C et D.)

## 2. — VARIATION DU FLUX LE LONG DES PIÈCES POLAIRES : CHAMP DANS LE CANAL AXIAL

### 1° VARIATION DU FLUX LE LONG DES PIÈCES POLAIRES.

La loi du circuit magnétique d'Hopkinson qui suppose la conservation du flux le long du circuit magnétique ne fournit pas d'explication à l'exis-

tence d'un champ important et variable dans le canal des pièces polaires.

Mais, en réalité, il n'y a pas conservation du flux magnétique le long du circuit : le flux croît dans les sections droites des noyaux polaires quand on va de l'entrefer vers le flasque. Ce résultat est connu depuis longtemps pour les électro-aimants. MULVEY [15] l'a mesuré pour une disposition particulière de la lentille.

Nous avons vérifié ce phénomène en utilisant le montage de la figure 24. Un enroulement E peut glisser le long des noyaux polaires. Cet enroule-

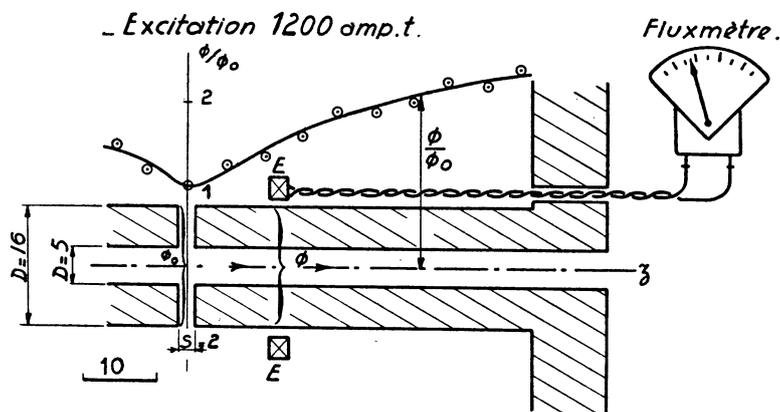


FIG. 24. — Variation du flux dans les noyaux polaires.

ment est relié aux bornes d'un fluxmètre. L'inversion du courant dans la bobine d'excitation entraîne une déviation du fluxmètre, déviation qui mesure le flux traversant la section droite où se trouve l'enroulement E. Tant que cette excitation est assez faible<sup>(1)</sup>, ce flux est proportionnel à l'excitation.

Cette croissance du flux dans les pièces polaires, quand on s'éloigne de l'entrefer, est confirmée par le calcul qui peut être conduit commodément dans l'hypothèse d'une perméabilité infinie [3] [5].

L'expérience montre que, à partir d'une certaine valeur de l'excitation, la courbe cesse de croître continuellement et tend vers un palier. Pour les très fortes excitations, elle présente même une décroissance avant le flasque.

## 2° LIAISON ENTRE LA VARIATION DU FLUX LE LONG DES PIÈCES POLAIRES ET CELLE DU CHAMP DANS LE CANAL.

Cette variation du flux dépend de l'épaisseur de la bobine, de sa position, de la distance entre les pièces polaires et l'enveloppe extérieure comme nous

(1) Nous verrons plus loin que l'excitation 1.000 S ampères-tours (S, valeur de l'entrefer exprimée en millimètres) correspond à un changement dans la forme de la zone centrale de la topographie. Bien que les phénomènes dans le circuit magnétique ne dépendent pas uniquement des conditions dans l'entrefer nous pouvons parler d'excitation faible ou forte selon qu'elle est inférieure ou supérieure à 1.000 S.

allons le voir. Mais le résultat fondamental à retenir, c'est *l'augmentation du flux quand on va de l'entrefer vers le flasque*. Montrons que la variation du champ sur l'axe est liée à ce phénomène.

Pour une perméabilité infinie, le calcul indique que la topographie est une courbe en cloche tendant asymptotiquement vers l'axe  $z'z$ . Le champ est nul à l'intérieur des noyaux polaires.

Pour une perméabilité finie, l'aimantation des noyaux polaires exige un champ qui a pour valeur le quotient de l'induction par la perméabilité. Pour déterminer en première approximation l'allure de la topographie dans ce cas, raisonnons ainsi.

Supposons d'abord la perméabilité infinie : la courbe 1 de la figure 25 donne la topographie et la courbe 2, la variation du flux le long des noyaux polaires. Supposons le flux uniformément réparti dans la section des noyaux polaires et admettons une perméabilité de valeur finie et invariable avec l'induction : dans la masse des noyaux polaires le champ créant l'aimantation est égal au quotient du flux (courbe 2) par le produit de la section des noyaux polaires et de la perméabilité. Sa variation le long des noyaux polaires est représentée par la courbe 2 de la figure 25. Le champ magnétisant n'existe pas seulement dans la masse métallique, il apparaît également dans le canal. Pour une perméabilité finie l'allure de la topographie est donnée par la courbe 3, somme des topographies 1 et 2. C'est bien une topographie de cette allure que fournit l'expérience.

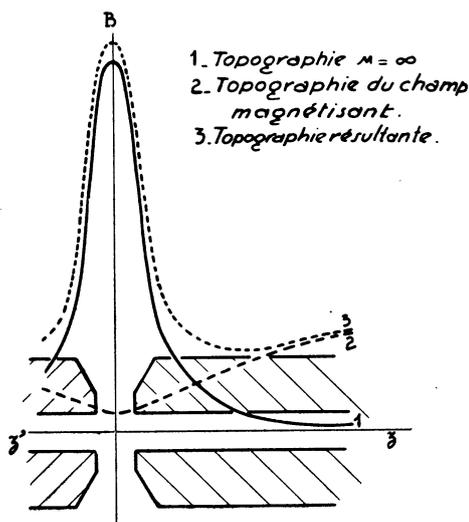


FIG. 25. — Influence du champ magnétisant des pièces polaires sur l'allure de la topographie.

Le champ nécessaire à l'aimantation des noyaux polaires exige des ampères-tours d'excitation : ces ampères-tours s'étalent le long du canal et ne sont pas concentrés dans la zone centrale.

### 3. — NÉCESSITÉ DE RENDRE NÉGLIGEABLE LE CHAMP HORS DE LA ZONE CENTRALE

Le champ important qui apparaît à forte excitation, dans le canal en particulier, est gênant à plusieurs titres.

a) Il entraîne une dépense inutile d'ampères-tours et il exige la construction de bobines volumineuses, en particulier pour un microscope à haute tension.

b) Il rend plus difficile le centrage d'un système de lentilles, chacune d'entre elles devenant une lentille épaisse.

c) Il perturbe l'action focalisatrice du champ intense de la zone centrale en cloche, zone habituellement admise comme seule agissante dans le calcul des caractéristiques optiques d'une lentille électronique : il ne faut pas oublier, en effet, que le faisceau d'électrons parcourt tout le canal et par suite subit l'action du champ en toute section de celui-ci.

Il convient donc, pour ces différentes raisons, de chercher à éliminer tout champ important hors de la zone centrale.

Avant de montrer comment, par une construction convenable, on peut réduire considérablement le champ dans le canal des pièces polaires et concentrer les ampères-tours dans la zone centrale dans une proportion très proche de celle que donnerait une perméabilité magnétique infinie, étudions le phénomène de variation du flux le long du circuit magnétique.

### 4. — FACTEURS INTERVENANT DANS L'ALLURE DE LA VARIATION DU FLUX LE LONG DES PIÈCES POLAIRES

L'expérience montre l'influence de l'épaisseur de la bobine, de sa position, de la distance entre les pièces polaires et l'enveloppe extérieure, sur l'allure de la variation du flux le long des pièces polaires.

a) Si l'entrefer est hors du plan médian de la lentille, le flux croît le plus vite dans la pièce polaire la plus longue (*fig. 26*).

b) Cette croissance du flux est d'autant plus marquée que l'enveloppe extérieure est plus proche de la pièce polaire (*fig. 26*).

Les mesures ont été effectuées de la façon suivante :

Des éléments de différentes dimensions, bobines, pièces polaires, enveloppes extérieures, flasques sont rassemblés diversement pour constituer des séries de lentilles dont un paramètre de construction varie, par exemple, le diamètre de l'enveloppe extérieure, ou l'entrefer, ou la bobine d'excitation. Dans ce cas, (*fig. 27*), le système des pièces polaires et de la bobine d'excitation demeurerait invariable mais les deux flasques étaient joints par une enveloppe en tôle de fer doux, soit de 40 mm de diamètre, soit de 160 mm de diamètre.

Dans les conditions où a opéré MULVEY [15], les courbes données ne sont valables que pour l'entrefer dans le plan médian ou contre un flasque avec une enveloppe assez éloignée des pièces polaires.

Entrefer:  $S = 2 \text{ mm}$ . 1. Enveloppe extérieure de 42 mm de diamètre.  
Excitation  $M1 < 2000 \text{ amp.}$  2. Enveloppe extérieure de 160 mm de diamètre.

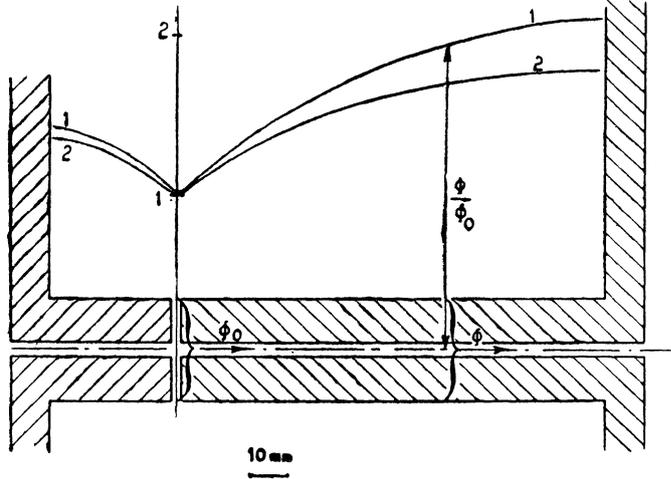


FIG. 26. — Influence de la position de l'entrefer et de la distance de l'enveloppe extérieure sur la variation du flux le long des pièces polaires.

- 1. Bobine de mesure du flux.
- 2. Bobine mince d'excitation.
- 3. Enveloppe extérieure de 42 mm de diamètre.
- 4. Enveloppe extérieure de 160 mm de diamètre.

Pour la clarté du dessin les proportions dans les dimensions ne sont pas respectées. Les éléments sont simplement posés les uns sur les autres.

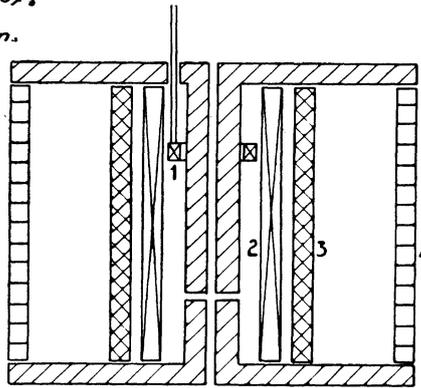


FIG. 27. — Lentille magnétique démontable permettant de modifier certaines variables de construction.

### 5. — VARIATION DU FLUX DANS LE FLASQUE ET L'ENVELOPPE EXTÉRIEURE

Le flux varie le long des pièces polaires mais il varie également dans le flasque et dans l'enveloppe extérieure.

Pour étudier le flux qui pénètre dans le flasque et dans l'enveloppe extérieure, disposons les enroulements A, B et C de la figure 28. Les enroulements

sont reliés aux bornes d'un fluxmètre et la déviation du fluxmètre accompagnant l'inversion du courant dans la bobine d'excitation mesure le flux qui traverse ces enroulements. Le flux qui circule à l'intérieur de la cavité doit se refermer uniquement par le blindage et non par l'air, extérieurement au blindage : ceci est vérifié si les enroulements D et E (*fig. 28*), extérieurs

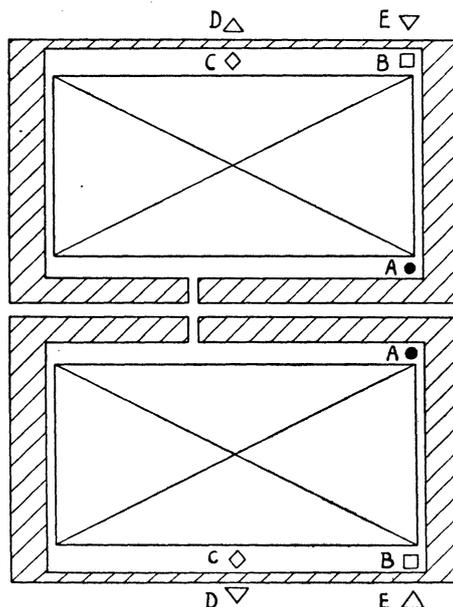


FIG. 28. — Disposition des enroulements pour l'étude de la variation du flux dans les flasques et l'enveloppe extérieure.

au blindage, sont traversés par un flux total négligeable. Cette mesure constitue d'ailleurs une vérification du blindage pour une lentille. Dans ce cas, le flux qui traverse intérieurement l'enroulement C ou B se ferme par le blindage au contact, extérieurement à l'enroulement.

a) La mesure montre que l'enroulement B est toujours traversé par un flux supérieur à celui qui traverse C.

b) L'inégalité entre les flux qui traversent A et B dépend de la bobine d'excitation.

Dans un même ensemble de flasques, de pièces polaires et d'enveloppe extérieure, on introduit soit une bobine d'excitation mince (comme dans la figure 27), soit une bobine d'excitation épaisse (*fig. 28*). La mesure montre, pour le premier cas, que le flux dans l'enroulement A est supérieur au flux qui traverse l'enroulement B. C'est l'inverse dans le second cas.

Selon la conception habituelle du circuit magnétique, tout le flux dans le premier cas se refermerait par le circuit et non par l'air. L'expérience montre que, pour une perméabilité très grande, infinie même, comme le

montre le calcul [5], une grande partie du flux se referme par l'air à l'intérieur de la cavité.

## 6. — VUE D'ENSEMBLE DES VARIATIONS DU FLUX LE LONG DU CIRCUIT MAGNÉTIQUE

Tels sont les phénomènes essentiels relatifs à la circulation des flux dans une lentille électronique. Que la perméabilité soit infinie ou très grande, les phénomènes sont pratiquement identiques.

En conclusion la variation du flux le long du circuit magnétique est la suivante (2) :

- a) le flux croît toujours de l'entrefer vers le flasque sauf quand la saturation est très grande, ce qui doit être évité;
- b) dans le flasque, avec la bobine épaisse qu'on utilise toujours en pratique le flux croît quand on va de l'axe vers la périphérie;
- c) dans l'enveloppe extérieure, le flux décroît du flasque vers le plan médian.

## 7. — RÈGLES DE CONSTRUCTION DU CIRCUIT MAGNÉTIQUE

### 1° FRACTION DES AMPÈRES-TOURS RASSEMBLÉS DANS LA RÉGION DE L'ENTREFER.

Le fer n'exige un champ d'aimantation important que si l'induction dépasse 12.000 gauss, soit une intensité d'aimantation de 1.000 u.c.g.s. Pour les inductions inférieures à cette valeur les champs d'aimantation sont sinon nuls, du moins assez faibles pour ne pas absorber une fraction importante des ampères-tours d'excitation.

Nous nous sommes donnés comme critère d'un circuit magnétique bien construit le rassemblement de 95 % des ampères-tours dans la cloche centrale de l'entrefer sur une largeur conventionnellement égale à  $6a$ . Aux limites de cet intervalle l'induction sur l'axe a une intensité de l'ordre de 2 à 3 pour cent de l'intensité maximum. Il reste évidemment des ampères-tours hors de cet intervalle et il est facile de faire la correction si l'on admet que la courbe en cloche tend asymptotiquement vers l'axe des abscisses comme  $z^{-3}$ .

### 2° FORME ET DIMENSIONS DES DIFFÉRENTES PARTIES DU CIRCUIT MAGNÉTIQUE.

Il faut éviter tout commencement de saturation du fer en tout point du circuit magnétique. Pour éviter des volumes par trop grands, il faut prévoir une section suffisante pour une induction voisine de 10.000 gauss. On est alors amené à augmenter la section en même temps que le flux qui la traverse.

---

(2) Ces résultats expérimentaux concordent avec le calcul : voir figure 30 [5].

En conséquence nous proposons pour le circuit magnétique la construction suivante (les conditions pour les faces polaires sont précisées plus loin) :

a) *Les noyaux polaires* sont coniques pour tenir compte de l'augmentation du flux à travers la section du noyau polaire, quand on va de l'entrefer vers le flasque (fig. 29).

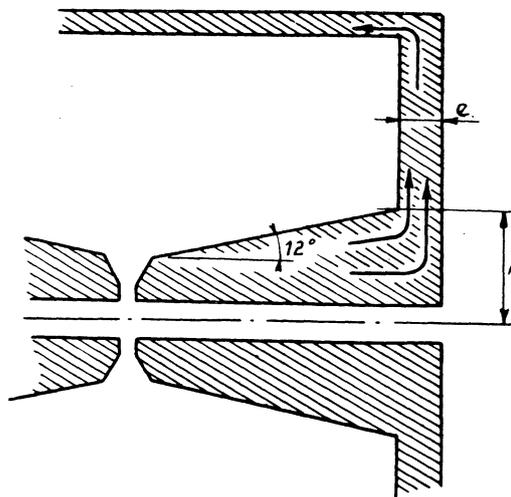


Fig. 29. — Construction du circuit magnétique : noyaux polaires coniques  $e$  proche de  $r/2$ .

L'expérience vérifie que, dans les cas usuels, une dilution suffisante du flux est obtenue en choisissant un angle du cône de  $10^\circ$  à  $15^\circ$ .

b) *Le flasque* a une épaisseur de l'ordre de la moitié du rayon de base du cône si l'on veut qu'il y ait conservation de la section du fer. Une valeur un peu plus faible peut être suffisante, le flux ne remplissant pas uniformément la section de base du cône (voir appendice n° 2). L'aire de passage du flux croît dans le flasque quand on s'éloigne de l'axe : une épaisseur constante convient donc, l'apport latéral du flux étant négligeable dans cette région.

c) *L'enveloppe extérieure* devrait avoir même épaisseur que le flasque pour éviter toute discontinuité de l'induction : cette condition exigerait une enveloppe très épaisse. Il suffit que l'enveloppe ne soit pas saturée et pour cela que sa section méridienne ait une aire un peu supérieure à celle de la section de base du noyau polaire.

Si ces précautions sont prises, le champ dans le trou est inappréciable à la mesure et la zone centrale définie plus haut rassemble environ 95 pour cent des ampères-tours de la bobine, quelle que soit l'excitation.

Pour montrer l'application de ces règles, la figure 30 donne la coupe d'une lentille prévue pour un microscope électronique à 75 kV.

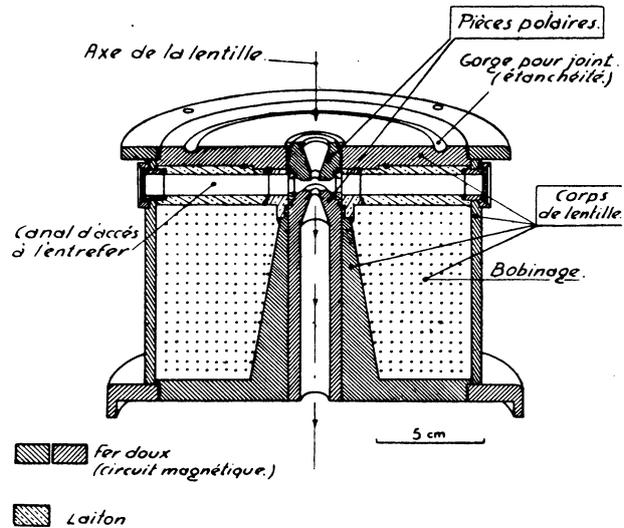


FIG. 30. — Coupe d'une lentille électronique magnétique pour une tension d'accélération de 75 kV.

## CHAPITRE II.

### FORMES ET DIMENSIONS DES PIÈCES POLAIRES AU VOISINAGE DE L'ENTREFER

Désormais, le seul problème est de connaître les relations entre la forme des pièces polaires et la topographie du champ dans la zone de l'entrefer.

#### 1. — VARIATIONS DE LA TOPOGRAPHIE DANS LA ZONE CENTRALE EN FONCTION DE L'EXCITATION <sup>(1)</sup>

Il est entendu que la lentille sur laquelle nous effectuons maintenant des mesures à un circuit magnétique qui rassemble dans la zone centrale de l'entrefer la quasi totalité des ampères-tours d'excitation.

Voici les résultats des mesures :

##### 1° CAS DES EXCITATIONS NE PROVOQUANT AUCUNE SATURATION SENSIBLE.

Pour les excitations inférieures, pour le fer doux <sup>(2)</sup>, à 1.000 S (S en millimètres; 1.000 S en ampères-tours).

a) la topographie ne dépend que du rapport D/S : elle est indépendante, à la précision des mesures, de la forme et des dimensions des faces en regard (fig. 31).

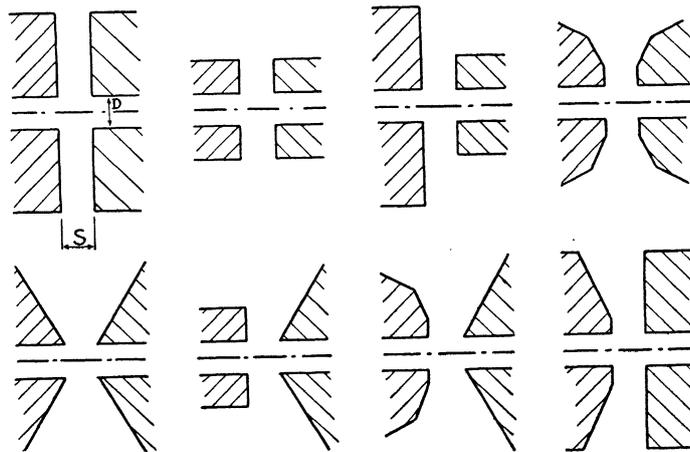


FIG. 31. — Ces associations de pièces polaires, percées d'un même trou de diamètre D et séparées par un même entrefer S donnent même topographie pour une excitation inférieure à 1.000 S.

(1) LIEBMANN a cherché à déterminer par le calcul les effets de la saturation des pièces polaires dans les lentilles électroniques magnétiques. On pourra comparer les résultats donnés par le calcul et ceux donnés par l'expérience. On pourra consulter également les références données dans cette publication [16].

(2) Le fer doux utilisé était soit de l'Armco, soit de l'Ugiperval, soit du fer Holtzer. Ces différents fers donnent en pratique les mêmes résultats.

b) A quelques pour cent près, cette topographie est celle donnée, par exemple, par les calculs de LIEBMANN [16], pour une perméabilité infinie et pour des pièces polaires à faces planes illimitées.

Nous montrons en fin de ce chapitre comment on peut assimiler cette topographie à celle d'un solénoïde et quelles facilités de calcul permet cette assimilation.

Par suite, si le nombre des ampères-tours qu'on doit utiliser est inférieure à 1.000 S, le choix des faces polaires dépend uniquement de la commodité de réalisation et d'utilisation. On est assuré que les topographies calculées sont valables.

La valeur de cette limite, 1.000 ampères-tours au millimètre, est caractéristique des propriétés magnétiques du fer doux. Pour cette densité de concentration de l'excitation dans la zone centrale, avec des pièces polaires planes illimitées, l'induction serait de 12.000 gauss dans le fer, sur les faces polaires, loin du trou.

C'est sensiblement cette valeur de l'induction qui marque un changement dans les qualités magnétiques du fer : au-dessous de cette valeur la perméabilité du fer est grande, supérieure à 1.000; au-dessus, la perméabilité décroît rapidement quand l'induction croît.

Pour le ferro-cobalt la même limite est voisine de 1.100 S.

## 2° CAS DES EXCITATIONS PROVOQUANT LA SATURATION.

Quand NI dépasse la valeur que nous venons de préciser, la topographie s'élargit :

a) En première approximation, à la précision des mesures, pour des pièces polaires symétriques, la forme de la topographie varie comme si S et D croissaient, leur rapport restant sensiblement le même.

Toute dissymétrie des faces polaires entraîne une dissymétrie de la topographie (*fig. 32*).

b) La largeur «  $2 a$  » de la topographie croît linéairement en fonction du nombre des ampères-tours.

c) Le maximum  $B_M$  croît avec l'excitation en restant lié à la largeur «  $a$  » par la relation  $B_M a = m NI$ ;  $m$  ayant la même valeur que si l'excitation NI est inférieure à 1.000 S.

Les figures 33 et 34 rassemblent ces résultats dans deux cas particuliers.

Les phénomènes sont les mêmes pour deux trous dissymétriques : invariabilité de la forme jusqu'à  $NI = 1.000$  S. Puis élargissement comme si  $D_1$ ,  $D_2$  et S étaient multipliés par un même facteur et variation linéaire de «  $2 a$  » en fonction de NI.

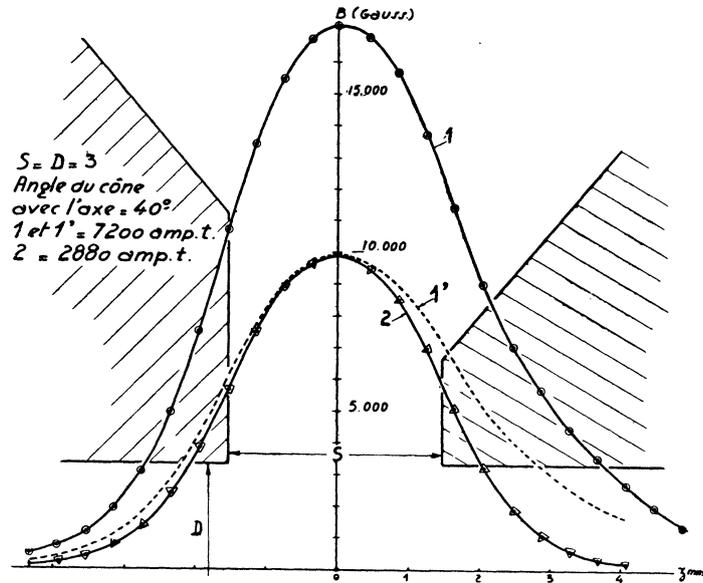


FIG. 32. — Lorsque l'excitation dépasse 1.000 S, la topographie s'élargit et une dissymétrie des pièces polaires entraîne une dissymétrie de la topographie. La courbe ponctuée 1' est obtenue en ramenant, par un changement d'échelle, son maximum à celui de la courbe 2 : la comparaison des courbes 1' et 2 fait apparaître, pour  $NI > 1.000$  S, l'élargissement de la topographie et sa dissymétrie.

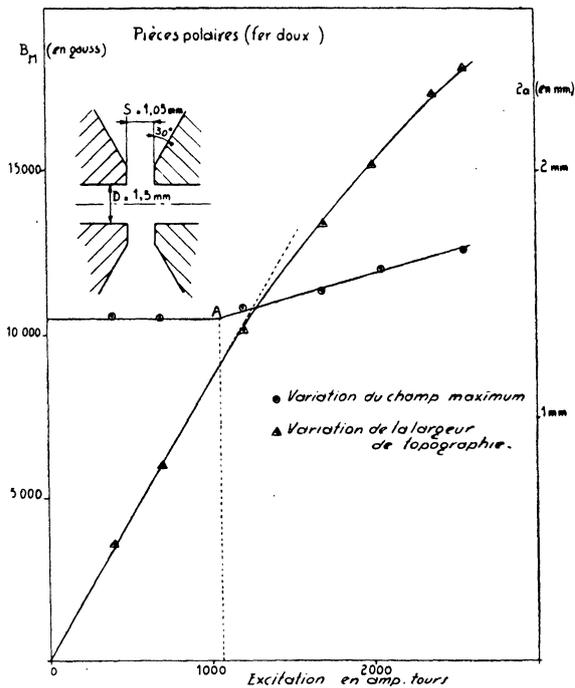


FIG. 33. — Variation du champ maximum  $B_m$  et de la largeur de la topographie  $2a$  pour des pièces polaires de fer doux. L'élargissement de la topographie a lieu pour les excitations  $NI$  supérieures à 1.000 S (dans ce cas : 1.000 ampères-tours). L'arc de raccord des deux droites en A est très court.

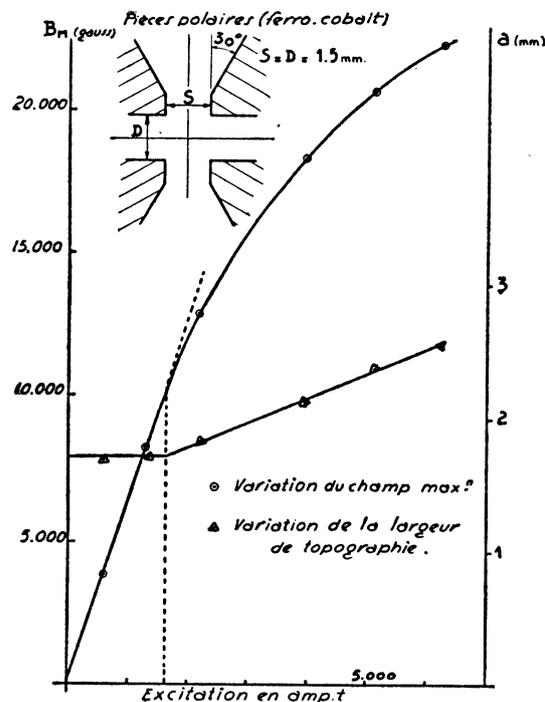


FIG. 34. — Variation du champ maximum  $B_m$  et de la largeur de la topographie pour des pièces polaires de ferro-cobalt. L'élargissement de la topographie a lieu pour les excitations  $NI$  supérieures à 1.100 S (dans ce cas : 1.650 ampères-tours).

## 2. — TOPOGRAPHIE DE MOINDRE ÉTALEMENT AUX FORTES EXCITATIONS

Nous avons dit qu'à faible excitation, la largeur «  $2a$  » de la topographie est indépendante de la forme des pièces polaires mais qu'il n'en est plus de même à forte excitation. Il est important de déterminer l'angle  $\alpha$  des faces polaires (fig. 35) qui permet alors la meilleure concentration des ampères-tours c'est-à-dire l'angle  $\alpha$  auquel correspond la pente minimum de la droite donnant la variation de la largeur «  $2a$  ».

### 1° CHOIX DE L'ANGLE DES FACES POLAIRES. — LOI D'ÉTALEMENT DE LA TOPOGRAPHIE.

Tout le monde connaît le calcul classique qui donne l'angle de STÉFAN ou D'EWING [19] : si l'on admet une aimantation uniforme et parallèle à l'axe de révolution des pièces polaires, le magnétisme libre uniforme apparaît uniquement sur les faces et le champ est maximum pour un angle de  $55^\circ$ .

Mais en réalité, l'aimantation n'est ni uniforme, ni parallèle à l'axe. Le magnétisme libre apparaît non seulement sur les faces en regard, où il varie

d'un point à l'autre, mais également sur les parois intérieures et dans la masse des pièces polaires. Dans le cas de la perméabilité infinie le calcul est encore abordable mais l'expérience montre alors, par la permanence de la forme de la topographie, quelles que soient les pièces polaires, que le calcul de LIEBMANN est suffisant, de même que notre assimilation du champ à celui d'un solénoïde.

Quand la topographie s'élargit, la saturation commence à envahir la face polaire, et on voit mal quelles hypothèses proches de la réalité permettraient un calcul simple. La mesure donne commodément et sûrement le résultat.

L'expérience montre qu'on aboutit à la meilleure concentration de l'excitation pour des valeurs de l'angle  $\alpha$  variant entre  $55^\circ$  et  $65^\circ$ . On dispose de cette latitude pour tenir compte de nécessités mécaniques.

De plus (*fig. 35*) on gagne un peu, pour la bonne concentration en fai-

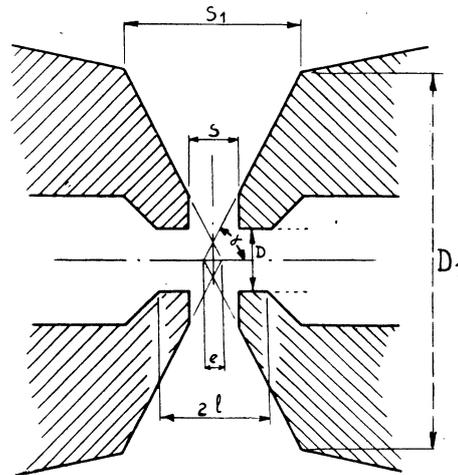


FIG. 35. — Faces polaires.

sant mordre l'un sur l'autre les deux cônes d'une longueur  $e$  proche de  $D/4$  : cela détermine le diamètre à partir duquel commence le cône.

Pour le fer doux courant, l'élargissement dans ce cas est de 12 à 15 % de  $a_0$  ( $2 a_0$ , largeur pour  $NI < 1.000 S$ ) quand  $NI$  passe de  $1.000 S$  à  $2.000 S$ ; ( $S$  en millimètres;  $NI$  en ampères-tours). En pratique, pour des angles compris entre  $55^\circ$  et  $65^\circ$ , on peut exprimer la largeur «  $a$  » par la relation :

$$\frac{a - a_0}{a_0} = 0,15 \frac{NI - 1.000 S}{1.000 S}$$

( $S$  en mm;  $NI$  en ampères-tours).

## 2° CHOIX DE LA LONGUEUR DES CONES DES FACES POLAIRES.

La longueur du cône des faces polaires doit être suffisante pour éviter que la saturation atteigne le noyau polaire. Cette condition conduit à donner

à l'intervalle  $S_1$  (fig. 35) une valeur supérieure à  $NI_M/500$ ; ( $NI_M$  : excitation maximum fournie par la bobine en ampères-tours;  $S_1$  en millimètres).

$$S_1 > NI_M/500$$

Cette inégalité fixe le diamètre des faces polaires quand on se donne leur angle  $\alpha$  et l'entrefer  $S$ .

La figure 36 montre l'importance du choix de la valeur  $S_1$ .

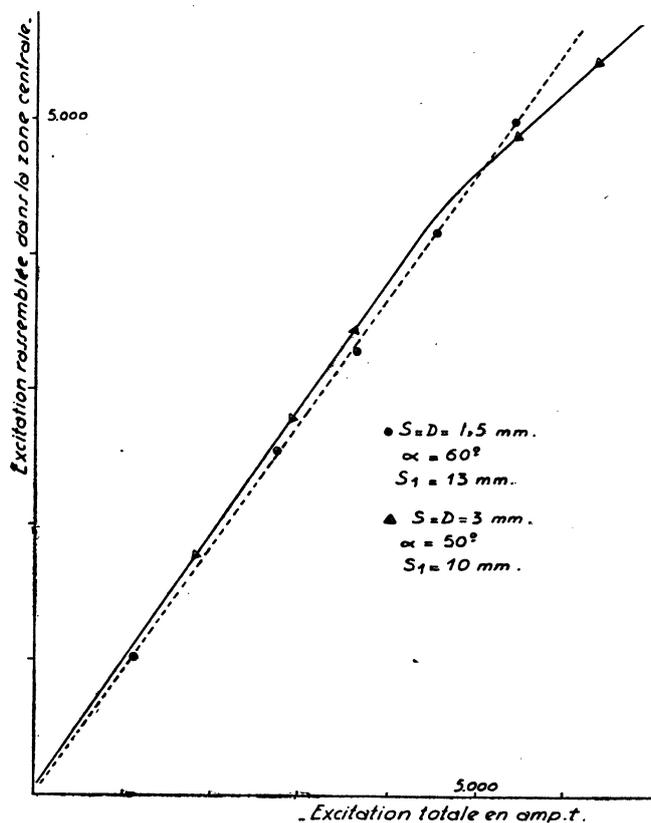


FIG. 36. — Influence de l'intervalle  $S_1$  sur le rassemblement des ampères-tours dans la zone centrale aux fortes excitations. Les pièces polaires à large entrefer ( $S = 3 \text{ mm.}$ ,  $S_1 = 10 \text{ mm.}$ ) rassemblent, aux faibles excitations, une plus grande fraction des ampères-tours que les pièces polaires à faible entrefer ( $S = 1,5 \text{ mm.}$ ,  $S_1 = 13 \text{ mm.}$ ). Mais quand la saturation atteint le bord extérieur des pièces polaires à plus faible intervalle extérieur  $S_1$  (vers  $NI = 500 S_1$ ) ce sont les pièces polaires à plus large intervalle extérieur  $S_1$  qui rassemblent le mieux l'excitation dans la zone centrale.

### 3. — INFLUENCE DE L'ÉLARGISSEMENT DU CANAL AXIAL SUR LA LARGEUR DE LA TOPOGRAPHIE

Le canal percé dans les pièces polaires est cylindrique et de diamètre  $D$  au voisinage de l'entrefer. On est amené à l'élargir à quelque distance de la

face polaire pour permettre l'introduction du porte-objet dans un objectif, ou, dans un projecteur, pour laisser sortir le faisceau divergent qui donne l'image finale.

Quelle influence cet élargissement a-t-il sur la topographie?

Pour des valeurs assez grandes de  $2l$  (fig. 35) la largeur «  $2a$  » de la topographie ne varie pas, à la sensibilité des mesures. Lorsque  $l$  devient inférieur à une valeur proche de  $1/2 \sqrt{S^2 + D^2}$ , la largeur de la topographie augmente.

La figure 37 donne un exemple de l'augmentation de l'étalement de la topographie due à l'élargissement du canal axial.

La distance entre le milieu de l'entrefer et le commencement de l'élargissement du canal sera donc supérieur à  $1/2 \sqrt{S^2 + D^2}$ .

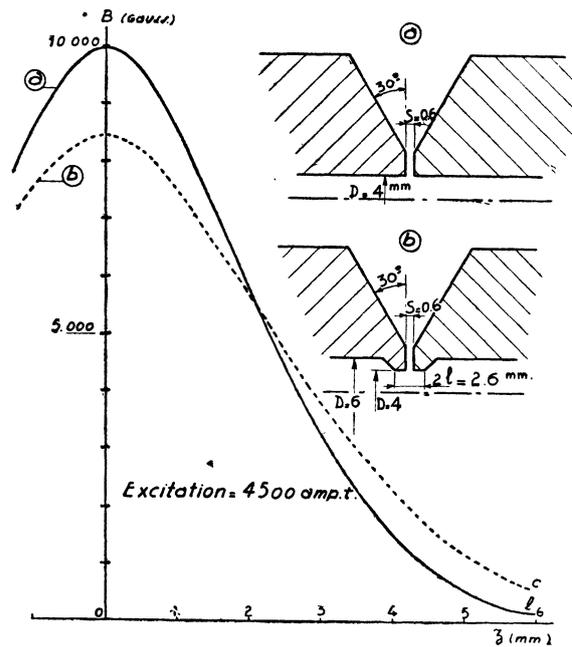


FIG. 37. — Influence de l'élargissement du canal sur l'étalement de la topographie.

On tiendra compte, dans le cas des fortes excitations, de l'accroissement apparent de  $S$  et  $D$  dans le même rapport que l'accroissement de «  $2a$  » précisé plus haut.

### CHAPITRE III.

## REPRÉSENTATION APPROCHÉE DU CHAMP SUR L'AXE D'UNE LENTILLE ÉLECTRONIQUE MAGNÉTIQUE

### 1. — ASSIMILATION DU CHAMP D'UNE LENTILLE AU CHAMP D'UN SOLÉNOÏDE

#### 1° EXPRESSION DU CHAMP SUR L'AXE.

La courbe en « cloche » qui représente le champ sur l'axe d'une lentille électronique magnétique rappelle la topographie du champ sur l'axe d'un solénoïde court.

L'expérience montre que, dans l'intervalle des valeurs utiles de  $D/S$ , on peut assimiler, à quelques pour cent près, le champ sur l'axe d'une lentille magnétique à pièces polaires et le champ sur l'axe d'une solénoïde ayant :

- une longueur égale à l'entrefer  $S$ ,
- un diamètre égal à  $\frac{2}{3} D$ ,
- et évidemment le même nombre d'ampères-tours que la lentille.

On peut donc écrire (*fig. 38*) :

$$B = \frac{2\pi NI}{S} (\cos \alpha + \cos \beta)$$

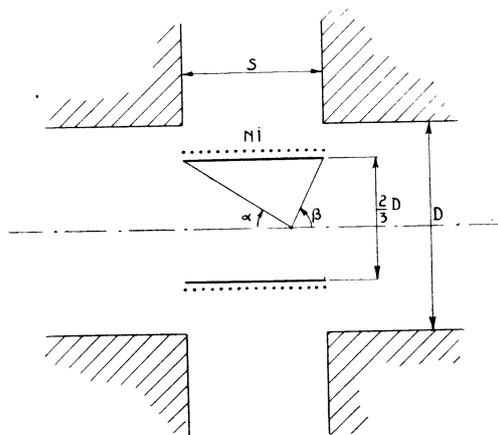


FIG. 38. — Solénoïde donnant même topographie que la lentille magnétique.

$B$  en gauss,  $S$  en millimètres,  $NI$  en ampères-tours.

Pour montrer la validité de cette assimilation, la figure 39 représente le champ expérimental pour  $D/S = 1$  et les points du champ calculés pour le solénoïde équivalent. La même approximation est valable dans l'intervalle  $0,5 < \frac{D}{S} < 2$ .

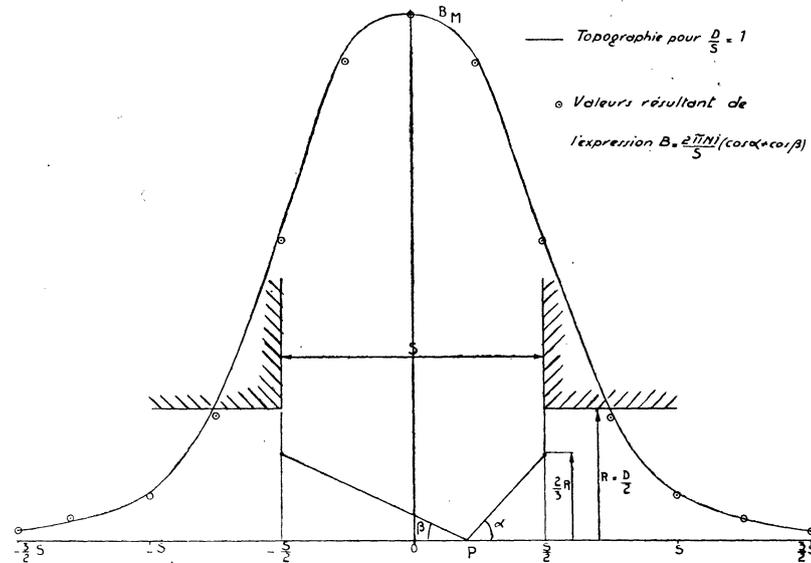


FIG. 39. — Assimilation d'une topographie réelle à la topographie d'un solénoïde.

### 2° EXPRESSION DU CHAMP MAXIMUM.

Le champ maximum au centre du solénoïde a pour expression avec la même approximation :

$$B = \frac{4\pi_e NI}{\sqrt{S^2 + \frac{4}{9} D^2}} = \frac{4\pi NI}{\sqrt{S^2 + 0,45 D^2}} = \frac{4\pi NI}{L}$$

en introduisant

$$L = \sqrt{S^2 + 0,45 D^2} = S \sqrt{1 + 0,45 \frac{D^2}{S^2}}$$

La figure 40 représente la variation du rapport  $B_M / \frac{4\pi NI}{S}$  en fonction de  $D/S$  selon LIEBMANN et des valeurs du même rapport qui résultent de l'expression ci-dessus.

### 3° PARAMÈTRE GÉOMÉTRIQUE UNIQUE D'UNE LENTILLE :

Le principal intérêt de l'assimilation de la topographie d'une lentille à celle d'un solénoïde est de nous avoir conduit à introduire le paramètre géométrique *unique*  $L$ . Il se trouve que, dans l'intervalle utile de  $D/S$ , non seulement la valeur expérimentale de  $B_M$  est fonction de  $L$ , mais aussi que la largeur «  $2a$  » d'une topographie qui, avec  $B_M$ , la définit en première approximation, est aussi fonction du seul paramètre géométrique et cela avec la même approximation. En utilisant, par exemple, les valeurs propo-

sées par LIEBMANN [2] ou par LENZ [17], identiques à celles que nous avons obtenues expérimentalement on voit que :

$$2a = 0,97 \sqrt{S^2 + 0,45 D^2} = 0,97 L$$

à  $\pm 2\%$  pour  $0,5 < \frac{D}{S} < 2$ .

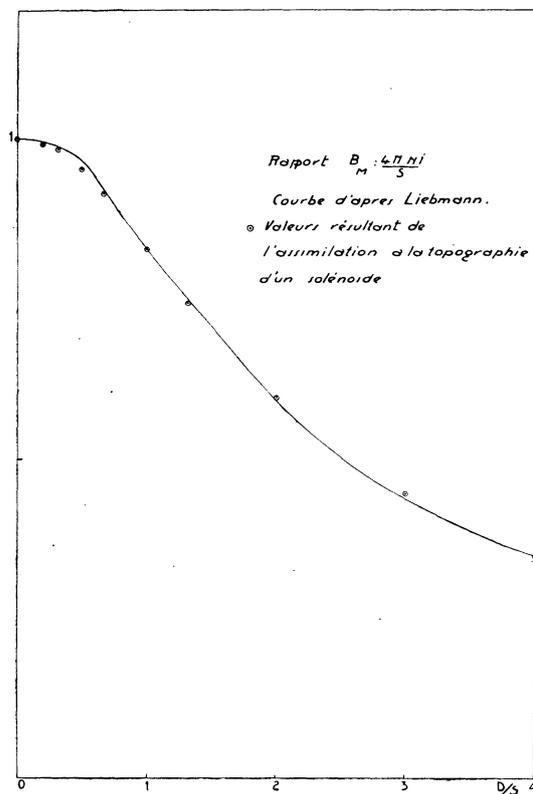


FIG. 40. — Valeur du rapport  $B_M / \frac{4\pi NI}{S}$  selon LIEBMANN et dans le cas de l'assimilation à la topographie d'un solénoïde.

Nous utiliserons ces résultats dans le chapitre suivant.

L'assimilation de la topographie expérimentale ou calculée à celle d'un solénoïde que nous avons défini, nous a été utile dans de nombreux calculs auxiliaires que nous ne reprenons pas ici.

## 2. — GÉNÉRALISATION AUX TOPOGRAPHIES POUR DES TROUS DE DIAMÈTRES DIFFÉRENTS

1° FORME DES TOPOGRAPHIES DONNÉES PAR DES PIÈCES POLAIRES PERCÉES DE TROUS DE DIAMÈTRES DIFFÉRENTS :

Nous avons comparé les topographies données par des pièces polaires percées de trous de diamètres différents et celle qui découle de la généralisation de la formule :

$$B = \frac{2\pi NI}{S} (\cos \alpha + \cos \beta).$$

Les figures 41 et 42 montrent le résultat de cette comparaison dans deux cas particuliers.

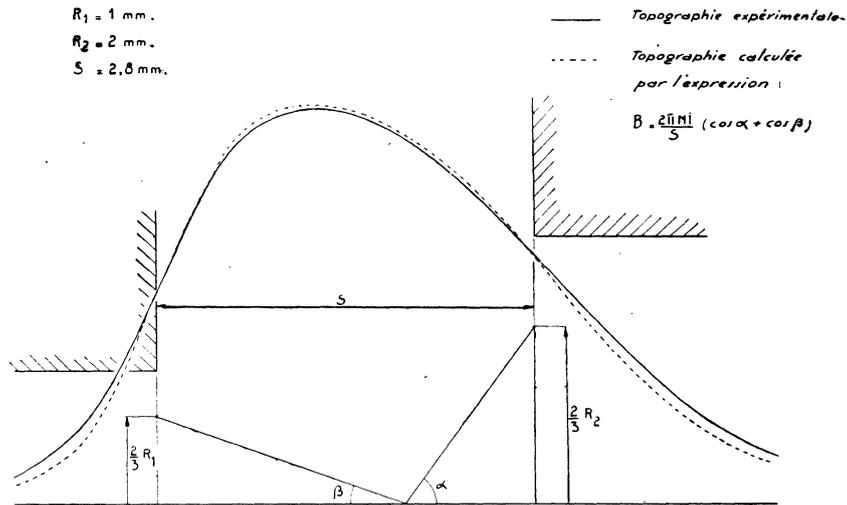


FIG. 41. — Topographie expérimentale et topographie résultant de la généralisation de l'expression :

$$B = \frac{2\pi NI}{S} (\cos \alpha + \cos \beta).$$

L'approximation est moins bonne que pour des pièces polaires percées de trous de même diamètre.

2° VARIATION DE FORME DES TOPOGRAPHIES :

Montrons comment cette expression suit d'assez près certains phénomènes de variation de forme des topographies du champ dans les lentilles électroniques à pièces polaires dissymétriques.

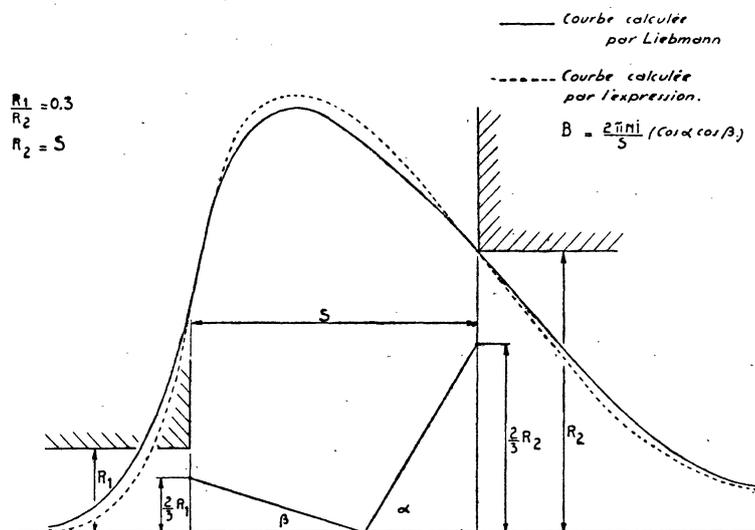


FIG. 42. — Topographie calculée en utilisant un réseau de résistance et topographie résultant de la généralisation de l'expression :

$$B = \frac{2\pi NI}{S} (\cos \alpha + \cos \beta)$$

La figure 43 reproduit une figure donnée par Liebmann relative à la variation de forme des topographies pour S et R<sub>2</sub> invariables dans le rapport S/R<sub>2</sub> = 1, R<sub>1</sub> variant.

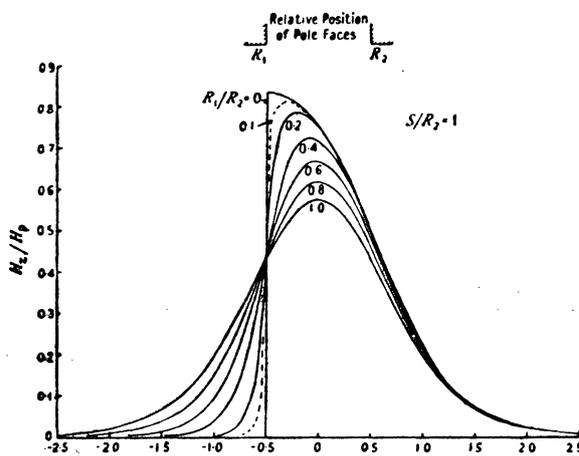


FIG. 43. — Reproduction d'une figure donnée par LIEBMANN relative à la variation de forme des topographies pour des pièces polaires dissymétriques.

a) On trouve que, quel que soit  $R_1$ , dans le plan de la face terminale de la pièce polaire 1, le champ est invariable et égal à 0,42 fois environ la valeur  $H_p = \frac{4\pi NI}{S}$ .

Dans notre représentation, quel que soit  $R_1$ ,  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  et  $\cos \alpha = 0$  dans le plan de la face de rayon  $R_1$ .

Donc le champ  $B_1$  dans ce plan est :

$$B_1 = \frac{2\pi NI}{S} \cos \beta$$

$\beta$  est invariable et pour  $S/R_2 = 1$ ,  $\text{tg } \beta = 2/3$ .

$$\cos \beta = 0,82$$

$$B_1 = \frac{2\pi NI}{S} \times 0,82 = \frac{4\pi NI}{S} \times 0,41$$

Notre expression redonne bien la valeur trouvée par Liebmann au réseau analogique de résistances.

Cependant quand le rapport  $R_1/R_2$  devient petit, la représentation perd sa bonne approximation (voir figure 42 pour  $R_1/R_2 = 0,3$ ).

Pour  $R_1/R_2 = 0$ , notre représentation marque bien la quasi discontinuité du champ mais les erreurs atteignent 10 à 20 pour cent. Mais dans les cas pratiques usuels, pour  $0,3 < R_1/R_2 < 1$  et  $0,5 < S/R_2 < 2$  la représentation reste bonne.

En première approximation le paramètre caractéristique est <sup>(1)</sup> :

$$L = \sqrt{S^2 + 0,45 \left( \frac{D_1 + D_2}{2} \right)^2}$$

(1) Nous avons proposé l'expression  $L = \sqrt{S^2 + 0,45 \left( \frac{D_1 + D_2}{2} \right)^2}$ . M. P. GAUTIER (Thèse, Toulouse 1957) a démontré que, pour les lentilles cylindriques, on avait  $L = \sqrt{S^2 + D^2}$

pour les lentilles symétriques et  $L = \sqrt{S^2 + \left( \frac{D_1 + D_2}{2} \right)^2}$  pour les lentilles dissymétriques. Il s'ensuit qu'il est préférable de prendre  $L = \sqrt{S^2 + 0,45 \left( \frac{D_1 + D_2}{2} \right)^2}$  expression qui garde un sens si  $D_1$  ou  $D_2$  s'annule.

LIEBMANN a proposé pour paramètre  $S + D$  pour les lentilles symétriques et  $S + R_1 + R_2$  pour les lentilles dissymétriques.

## D) EXPRESSIONS ET REPRÉSENTATIONS GÉNÉRALES DES CARACTÉRISTIQUES ÉLECTRO-OPTIQUES DES LENTILLES ÉLECTRONIQUES MAGNÉTIQUES

Nous venons de traiter le problème magnétique de la construction des lentilles en présentant les résultats obtenus à partir de l'analyse des phénomènes déduits de la mesure du champ, sur l'axe.

La construction rationnelle des lentilles demande la connaissance de ces phénomènes. Mais elle demande aussi la connaissance des relations numériques reliant les caractéristiques électro-optiques (longueur focale, position des points de focalisation, coefficients d'aberration...) aux éléments de construction (diamètre  $D$  des trous percés dans les pièces polaires, entrefer  $S$  qui sépare les pièces polaires) et aux données électriques (excitation  $NI$  et tension d'accélération  $V$ ).

Nous nous proposons de présenter, dans ce chapitre, ces relations sous une forme qui nous paraît particulièrement simple et d'utilisation extrêmement commode.

De nombreux auteurs ont déjà traité ce problème de différentes manières. Examinons comment ils ont obtenus leurs résultats, afin de préciser l'esprit différent de notre travail.

Certains auteurs utilisent des expressions analytiques des topographies qui permettent un calcul rigoureux des trajectoires électroniques. Mais la validité de leurs résultats, pour les champs réels, reste toujours entachée d'un doute, les topographies proposées étant plus ou moins éloignées des topographies réelles. Tels sont, par exemple, les calculs de GLASER [6], de GRIVET [7] et de LENZ [17]. Ce doute sur la validité de tels résultats amène par exemple GRIVET à les « corriger » pour les faire coïncider avec ceux que fournit l'expérience. Nous pensons que dans ces conditions, une représentation beaucoup plus simple serait suffisante.

Parmi les résultats qui semblent présenter la plus grande sécurité pour leur correspondance avec la réalité on cite souvent ceux de LE POOLE et de LIEBMANN.

Nous nous reporterons souvent à ceux de LIEBMANN qui les a lui-même comparés à ceux de divers auteurs. La manière dont il les a obtenus peut être qualifiée d'expérimentale. Le tracé des topographies qui résultent de mesures effectives sur le phénomène « analogue » offert par un réseau de résistances n'est pleinement justifié que pour une perméabilité magnétique infinie, mais nos mesures ont confirmé leur concordance avec les topographies réelles dans les conditions que nous avons précisées ci-dessus. Les caractéristiques électro-optiques des lentilles ont été déterminées par le calcul complet de la trajectoire des électrons. Elles coïncident avec les mesures directes de distance focale qui ont été faites au Laboratoire d'Optique électronique de Toulouse.

On peut donc admettre les résultats de LIEBMANN dans les conditions précédentes, mais leur mode de présentation fait intervenir un paramètre d'excitation  $k = 0,022 B_M \frac{R^2}{V^*}$  qui n'est pas relié directement aux grandeurs de construction S, D, NI et V et cela rend l'emploi du faisceau de courbes établi assez peu commode.

LIEBMANN a bien vu ces difficultés et dans une publication récente, il rassemble et coordonne ses résultats sous une forme synthétique plus aisée à consulter [20].

En nous posant ce même problème de présenter les divers résultats obtenus sur les lentilles électroniques d'une manière aisément utilisable, nous avons cherché une forme qui permet l'introduction du terme de correction tenant compte du degré de saturation des pièces polaires, terme que nos mesures sur la variation d'étalement des topographies dans une lentille nous ont permis d'évaluer numériquement.

Voici les remarques qui nous ont permis d'aboutir à une représentation commode des caractéristiques électro-optiques d'une lentille :

a) Rapportons les différentes caractéristiques électro-optiques, non plus à une longueur géométrique S ou D par exemple, mais à la longueur focale minimum  $f_m$  de la lentille utilisée en projecteur. Par ailleurs, prenons pour paramètre d'excitation le rapport  $\frac{NI}{NI_0}$ ,  $NI_0$  étant l'excitation pour laquelle on obtient la longueur focale minimum  $f_m$ .

On constate que, dans l'intervalle des valeurs usuelles de D/S pour lesquelles les caractéristiques électro-optiques ont été calculées, on obtient une courbe unique avec une approximation de 2 % environ. On aboutit donc à définir une « courbe réduite » du rapport  $G/f_m$  — G étant la grandeur caractéristique électro-optique considérée (longueur focale  $f_0$  ou  $f_1$ , coefficient d'aberration  $C_0$  ou  $C_s$  ... etc) — en fonction de l'état « correspondant » d'excitation.

Il suffirait de joindre au faisceau des courbes réduites les courbes donnant les valeurs de  $\frac{NI_0}{V^*}$  et de  $\frac{f_m}{S}$  (ou  $\frac{f_m}{D}$ ) en fonction de  $\frac{D}{S}$  pour disposer d'une représentation générale commode pour tous les cas pratiques.

Mais quelques remarques supplémentaires vont permettre une autre présentation.

b) Il est un cas non usuel de D/S pour lequel les calculs sont simples, c'est le cas  $D/S = 0$ , ce qui revient à prendre une topographie schématisée à un champ uniforme limité à l'intervalle entre deux plans distants de L. Les calculs sont aisés et les courbes qui en résultent sont de construction simple.

On constate que les courbes réduites relatives au champ uniforme coïncident, avec la même approximation de 2 pour cent, avec les courbes

réduites relatives aux valeurs usuelles de  $D/S$  sauf celle qui se rapporte au coefficient de sphéricité  $C_s$ .

On peut donc donner une expression mathématique au rapport  $G/f_m$  en fonction de  $NI/NI_0$ , cette expression étant celle que l'on calcule pour le champ uniforme limité à l'intervalle entre deux plans. En introduisant le facteur  $1 + m \frac{NI - 1000 S}{1.000 S}$  (1) qui tient compte du degré de saturation magnétique on peut traiter par le calcul des conséquences de certains effets de saturation.

c) Cette représentation unifiée bénéficie par surcroît d'une relation simple entre  $f_m$ ,  $S$  et  $D$ , d'une part, et entre  $NI_0$  et  $V^*$ , d'autre part.

Dans les cas usuels ( $0,5 < \frac{D}{S} < 2$ ) la longueur focale minimum  $f_m$  a pour expression  $f_m = 0,5 \sqrt{S^2 + 0,45 D^2}$  et  $NI_0$  est quasi indépendant de  $V$  :  $NI_0 = 13,5 \sqrt{V^*}$ . Il est donc plus simple et plus commode en pratique d'exprimer les caractéristiques électro-optiques en fonction de  $L = 0,5 \sqrt{S^2 + 0,45 D^2}$  plutôt qu'en fonction de  $f_m$ .

En nous plaçant dans le cas d'un champ uniforme nous allons établir l'expression analytique des caractéristiques électro-optiques et nous tracerons les courbes réduites correspondantes. Nous placerons des points relatifs aux valeurs calculées dans les topographies réelles : nous verrons ainsi avec quelle approximation est justifiée la notion de courbe réduite traduisant les états correspondants d'excitation.

Nous ne développerons pas les calculs relatifs au coefficient d'aberration de sphéricité  $C_s$ , car les résultats, dans ce cas, s'écartent par trop des cas réels. Nous indiquerons seulement sur quelles bases ce calcul peut être effectué.

## 1. — CAS SCHÉMATIQUE DE RÉFÉRENCE

### 1° TRAJECTOIRE D'UN ÉLECTRON DANS UN CHAMP UNIFORME :

Plaçons-nous dans le cas d'une topographie schématisée à un champ uniforme d'intensité  $B$  limité entre les plans  $P_0$  et  $P_1$  d'abscisses  $-L/2$  et  $+L/2$  (fig. 44). La relation  $BL = \frac{4\pi}{10} NI$  exprime la valeur de l'excitation qui correspond à cette topographie.

Rappelons des résultats bien connus :

— l'électron qui a pénétré dans ce champ décrit une sinusoïde dans un plan passant par  $z'z$  et qui tourne avec lui.

(1)  $m$  est le coefficient d'élargissement de la topographie pour les pièces polaires considérées (voir ci-dessus, page 50).

— l'angle de rotation quand l'électron traverse le champ de  $P_0$  à  $P_1$  a pour valeur :

$$\Theta = \sqrt{\frac{e B^2}{8 m_0 V^*}} L = \omega L = 0,1863 \frac{NI}{\sqrt{V^*}}$$

En pratique  $\theta$  est compris entre 0 et  $\pi$ .

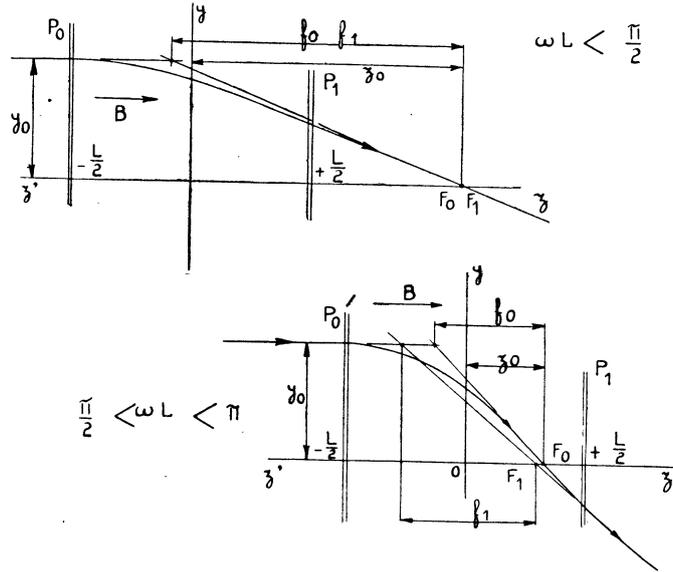


FIG. 44. — Trajectoire de l'électron dans le plan mobile de référence pour un champ uniforme entre deux plans.  
Détermination de certaines caractéristiques électro-optiques.

## 2° EXPRESSION DE LA TRAJECTOIRE DANS LE PLAN DE RÉFÉRENCE :

Pour un électron qui arrive parallèlement à l'axe, la trajectoire dans le plan mobile a pour équation :

$$y = y_0 \cos \omega \left( z + \frac{L}{2} \right)$$

$$\frac{dy}{dz} = -\omega y_0 \sin \omega \left( z + \frac{L}{2} \right)$$

On vérifie que pour  $z = -\frac{L}{2}$

$$y = y_0 \quad \frac{dy}{dz} = 0$$

La figure 44 donne le tracé de cette trajectoire dans le cas

$$\omega L < \frac{\pi}{2} \text{ et } \frac{\pi}{2} < \omega L < \pi$$

La même figure rappelle les définitions bien connues de la longueur focale  $f_1$  de la lentille utilisée en projecteur, de la longueur focale  $f_0$  de la

lentille utilisée en objectif et de la distance  $z_0$  du plan focal de la lentille-objectif au plan médian des pièces polaires.

## 2. — LONGUEUR FOCALE $f_1$ DE LA LENTILLE UTILISÉE EN PROJECTEUR

### 1° EXPRESSION ET VARIATION DE LA LONGUEUR FOCALE $f_1$ :

La longueur focale  $f_1$  de la lentille utilisée en projecteur est déterminée par la relation (fig. 44) :

$$-f_1 \left( \frac{dy}{dz} \right)_1 = y.$$

d'où

$$\frac{f_1}{L} = -\frac{1}{\omega L \sin \omega L} = \frac{1}{\Theta \sin \Theta}$$

La figure 45 donne la variation de  $f_1/L$  en fonction de  $\omega L$  dans l'intervalle utilisé en pratique  $0 < \omega L < \pi$ .

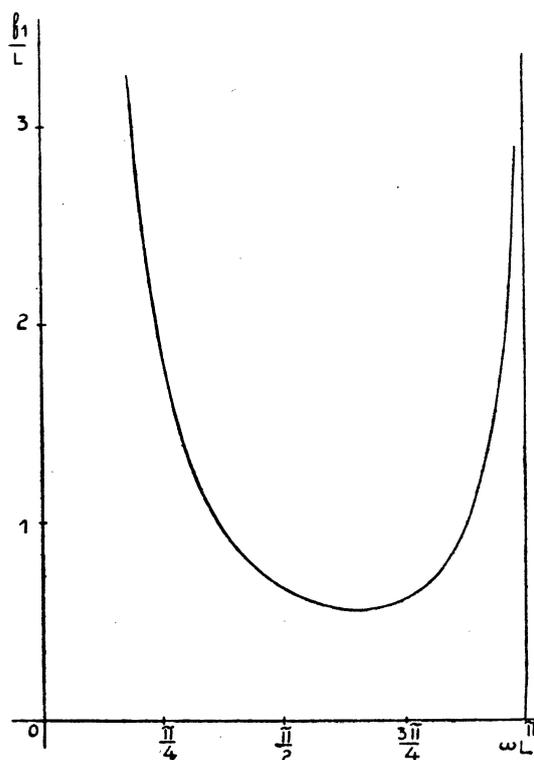


FIG. 45. — Variation du rapport  $f_1/L$  en fonction de  $\omega L$ .

Expérimentalement, l'entrefer  $L$  étant invariable, la variation de  $\omega L$  est due à la variation de l'excitation  $NI$  de la bobine.  $f_1/L$  passe par un minimum  $f_m$  pour  $\omega L + \text{tg } \omega L = 0$ .

$\omega L = 2,029$  radians soit environ  $116^\circ$ .

Pour cette valeur de  $\omega L$ ,  $NI_0 = 10,9 \sqrt{V^*}$   
 $f_1/L = 0,55$

2° EXPRESSION RÉDUITE DE LA LONGUEUR FOCALE RAPPORTÉE AUX ÉTATS CORRESPONDANTS D'EXCITATION :

On a :

$$\frac{f_1}{L} = \frac{1}{\omega L \sin \omega L}$$

$$\frac{f_m}{L} = \frac{1}{2,029 \sin 2,029}$$

Faisons le rapport membre à membre

$$\frac{f_1}{f_m} = \frac{\sin 2,029}{\frac{\omega L}{2,029} \sin \omega L}$$

$\omega L$  est proportionnel à l'excitation  $NI$

On peut donc écrire

$$\frac{f_1}{f_m} = \frac{\sin 2,029}{\frac{NI}{NI_0} \sin 2,029 \frac{NI}{NI_0}}$$

La figure 46 donne la variation du rapport  $f_1/f_m$  en fonction de  $NI/NI_0$ .

3° COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS POUR LES TOPOGRAPHIES RÉELLES :

Prenons, par exemple, les courbes de LIEBMANN donnant la valeur  $f_1/R$  en fonction du paramètre d'excitation  $k^2$ .

Les diverses courbes fournies permettent de déterminer les valeurs de  $f_1/f_m$  en fonction de  $NI/NI_0$  pour quatre valeurs de  $D/S$ .

Reportons ces valeurs sur la figure 46.

Ces points se situent au voisinage de la courbe avec un écart de 2 pour cent au maximum.

4° EXPRESSION DE  $NI_0$  ET DE  $f_m$  :

Ce qu'il importe de connaître maintenant c'est, d'une part, l'expression de  $NI_0$  en fonction de  $V^*$  et, d'autre part, l'expression de  $f_m$  en fonction des grandeurs géométriques  $S$  et  $D$ .

a) On peut poser, en pratique, pour les valeurs usuelles de  $D/S$

$$NI_0 = 13,5 \sqrt{V^*}$$

b) La longueur focale minimum  $f_m$  pour les valeurs usuelles de  $D/S$  s'exprime en fonction du paramètre géométrique que nous avons déjà rencontré dans l'expression des deux grandeurs caractérisées des topographies l'induction maximum  $B_m$  et la largeur «  $2\alpha$  ».

On obtient à mieux de 1 pour cent près :

$$f_m = 0,5 \sqrt{S^2 + 0,45 D^2} = 0,5 L$$

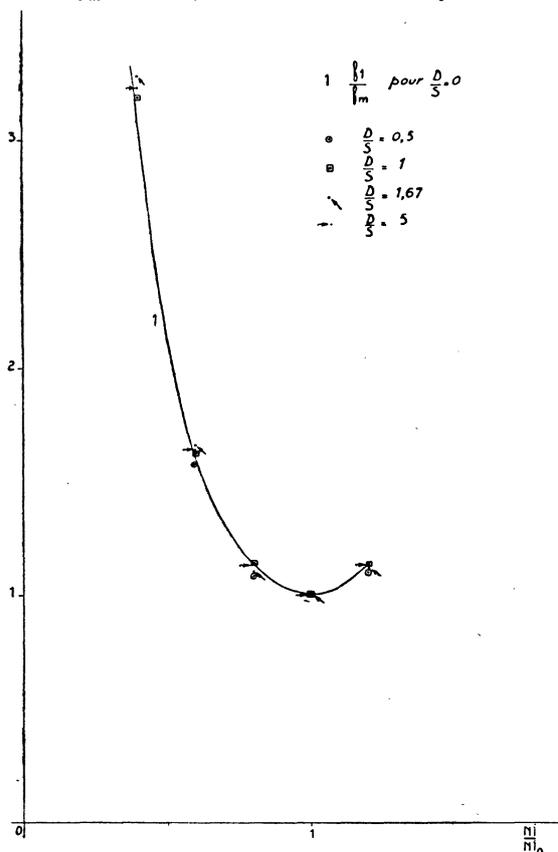


FIG. 46. — Variation du rapport  $f_1/f_m$  en fonction de  $NI/NI_0$ . Comparaison avec des résultats fournis par le calcul pour plusieurs valeurs de  $D/S$ .

La figure 47 donne en fonction de  $D/S$  la variation des rapports

$$NI_0/\sqrt{V^*}, f_{1m}/S, f_{1m}/L \text{ et } f_{1m}/(S + D)$$

LIEBMANN a proposé le paramètre géométrique  $S + D$ . On voit que  $L = \sqrt{S^2 + 0,45 D^2}$  convient mieux pour toutes les valeurs de  $D/S$ .

5° PHÉNOMÈNES QUI ACCOMPAGNENT LA SATURATION :

Ce qui précède ne semble valable que si  $NI < 1.000 S$  (2) c'est-à-dire quand tout se passe comme si la perméabilité était infinie.

Mais nous avons vu que si  $NI$  dépasse la valeur de  $1.000 S$  on peut considérer que  $S$  et  $D$  sont multipliés par le facteur

$$1 + m \frac{NI - 1.000 S}{1.000 S}$$

(2) Nous admettons que le circuit magnétique est convenablement construit.

Il suffit donc, si  $NI > 1.000 S$ , de multiplier la valeur trouvée sans saturation par le facteur ci-dessus.

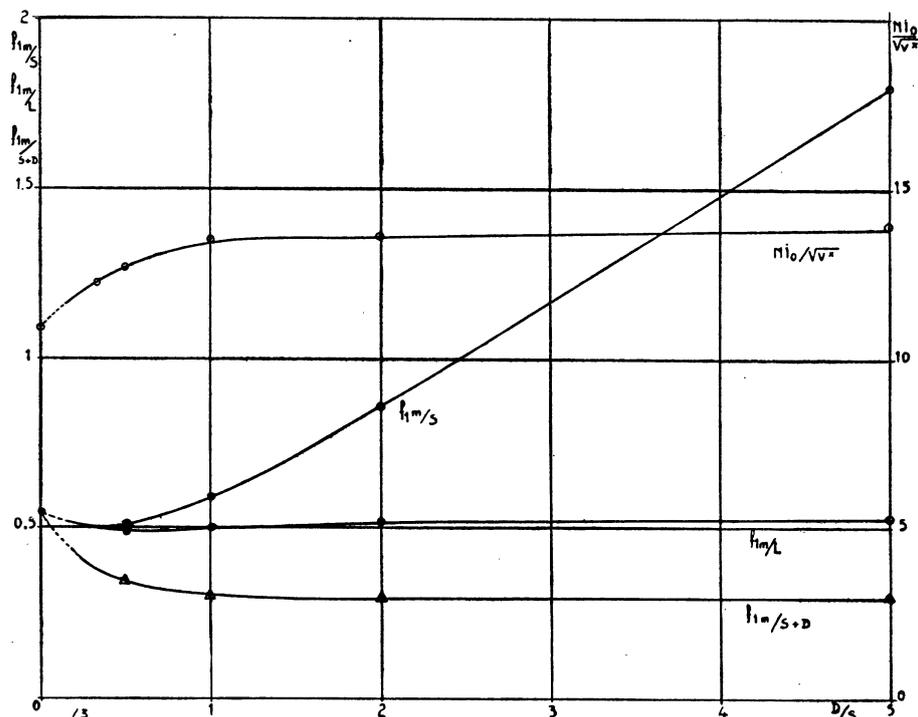


FIG. 47. — Variation de  $NI_0/\sqrt{V^2}$ ,  $f_{im}/S$ ,  $f_{im}/\sqrt{S^2 + 0,45 D^2}$ ,  $f_{im}/(S+D)$  en fonction de  $D/S$ .

Voyons les phénomènes qui s'ensuivent :

a) Soit en trait plein la courbe (fig. 48) donnant la longueur focale en fonction de l'excitation  $NI$ . Pour avoir la courbe réelle, au-dessus de  $NI = 1.000 S$ , multiplions la valeur de la longueur focale par  $1 + m \frac{NI - 1.000 S}{1.000 S}$ .

On obtient la courbe en pointillé. La saturation amène à obtenir la longueur focale minimum pour une excitation inférieure à celle qui correspond à  $\mu = \infty$  et cette longueur focale est supérieure à  $0,5 \sqrt{S^2 + 0,45 D^2}$ .

b) Pour la perméabilité infinie, une excitation donnée et  $D$  invariable, la longueur focale minimum est obtenue pour  $S = 0$ . Montrons qu'il n'en est plus de même quand intervient la saturation (fig. 49).

En trait plein est donnée la courbe de la variation de  $f_1$  en fonction de  $S$  pour une excitation  $NI$  invariable,  $NI_0$  par exemple, et un diamètre donné  $D$ , si la perméabilité est infinie. Pour tenir compte du degré de saturation quand  $S < NI/1.000$  il faut multiplier les ordonnées par  $1 + m \frac{NI - 1.000 S}{1.000 S}$

On obtient la courbe pointillée.

Calculons le minimum de l'expression :

$$\sqrt{S^2 + 0,45 D^2} \left[ 1 + m \frac{NI - 1.000 S}{1.000 S} \right]$$

Ce minimum a lieu pour :

$$1.000 (1 - m) S^3 - 0,45 D^2 \cdot m \cdot NI = 0.$$

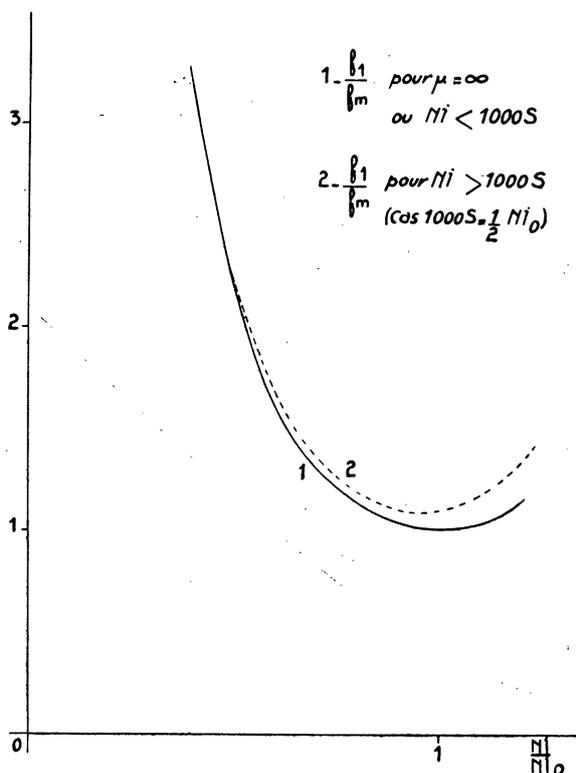


FIG. 48. — Influence de la saturation sur la valeur du rapport  $f, / f_m$ .

Pour  $V = 50.000$  volts,  $D = 2$  mm.;  $m = 0,2$ ;  $NI = NI_0 = 3.200$  ampères-tours, on trouve qu'avec les phénomènes de saturation, la longueur focale minimum est obtenue pour  $S = 1,12$  mm.

Sans saturation on a :

$$\text{pour } S = 1,12 \quad f = 0,5 \sqrt{S^2 + \frac{4}{9} D^2} = 0,87 \text{ mm}$$

$$\text{pour } S = 0 \quad f = 0,5 \cdot \frac{2}{3} D = 0,67 \text{ mm}$$

Pour  $S = 1,12$  la saturation provoque un élargissement de valeur  $1 + 0,2 \frac{3.200 - 1.120}{1.120} = 1,34$ .

Avec la saturation,  $f_m$  a lieu pour  $S = 1,12$  et a pour valeur  $f_m = 0,87 \cdot 1,34 = 1,16$  mm.

La saturation accroît de près de 85 pour cent la longueur focale minimum minimorum.

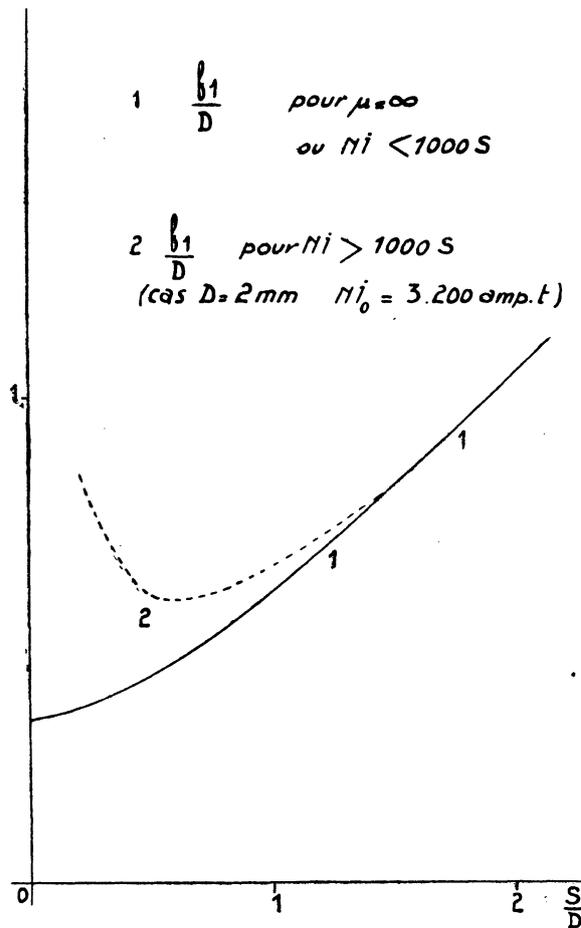


FIG. 49. — Influence de la saturation sur la valeur de  $f_1/D$  à excitation constante, quand  $S$  varie.

### 3. — EXPRESSION ET VARIATION DE LA LONGUEUR FOCALE $f_0$ DE LA LENTILLE UTILISÉE EN OBJECTIF

1° CAS DU CHAMP UNIFORME :

a) Pour  $\omega L < \frac{\pi}{2}$  le point de focalisation réelle se forme hors du champ

(fig. 44) : les foyers  $F_0$  et  $F_1$  coïncident, les longueurs focales  $f_0$  et  $f_1$  sont égales.

La valeur  $\omega L = \frac{\pi}{2}$  correspond, dans un champ uniforme, à une excitation  $NI = 8,44 \sqrt{V^*}$ . Le rapport  $NI/NI_0$  est  $8,44 : 10,9 = 0,77$ .

b) Au-dessus de cette excitation, le point de focalisation est immergé dans le champ (fig. 44 en bas). La longueur focale qui correspond à cet objectif est alors inversement proportionnelle à la valeur du champ uniforme  $B$ . A partir de la valeur d'immersion du point de focalisation, la variation de la longueur focale est donc représentée par une hyperbole équilatère ayant pour axes les axes des coordonnées (fig. 50).

$$\text{Pour } \omega L > \frac{\pi}{2} \quad \frac{f_0}{f_m} = \frac{\sin 2,029}{\frac{NI}{NI_0}}$$

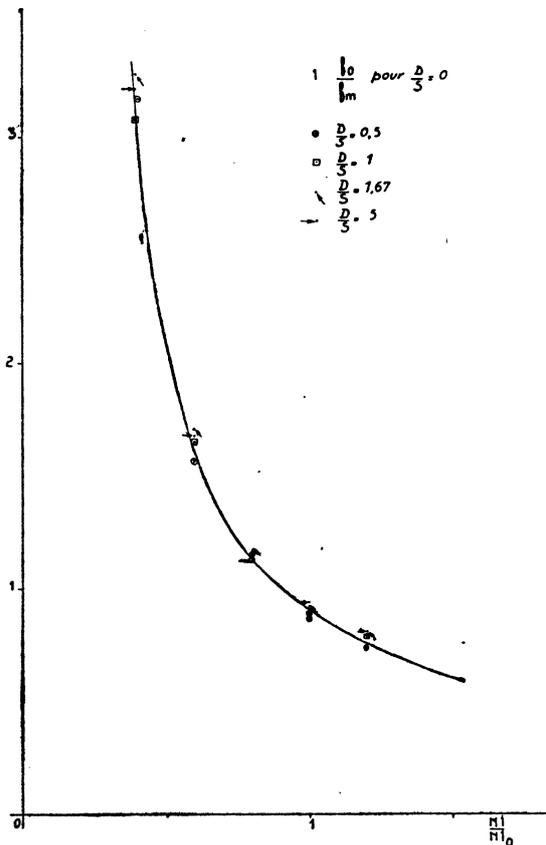


FIG. 50. — Variation du rapport  $f_0/f_m$  en fonction de  $NI/NI_0$ . Comparaison avec des résultats fournis par le calcul pour plusieurs valeurs de  $D/S$ .

La figure 50 donne la valeur du rapport  $f_0/f_m$  en fonction du rapport  $NI/NI_0$  dans le cas du champ uniforme.

Portons sur cette figure quelques points donnant la valeur de ce rapport pour les topographies usuelles. Ils se situent au voisinage de la courbe avec un écart toujours inférieur à deux pour cent.

#### 4. — DISTANCE DU PLAN FOCAL DE LA LENTILLE UTILISÉE EN OBJECTIF AU PLAN MÉDIAN DES PIÈCES POLAIRES

##### 1° CAS DU CHAMP UNIFORME :

On a (fig. 44) :

a) pour  $\omega L < \frac{\pi}{2}$

$$z_0 = \frac{L}{2} + \frac{L}{\omega L} \cotg \omega L = \frac{L}{2} + \frac{L}{2,029 \frac{NI}{NI_0}} \cotg 2,029 \frac{NI}{NI_0}$$

$$\frac{z_0}{f_m} = \frac{1}{0,55} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2,029 \frac{NI}{NI_0}} \cotg 2,029 \frac{NI}{NI_0} \right)$$

La courbe correspondante est représentée sur la figure 51.

b) pour  $\omega L > \frac{\pi}{2}$   $\omega \left( z_0 + \frac{L}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$

$$\frac{z_0}{L} = \frac{\pi}{2 \omega L} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{z_0}{f_m} = \frac{1}{0,55} \left[ \frac{\pi}{2} \frac{1}{2,029 \frac{NI}{NI_0}} - \frac{1}{2} \right]$$

L'arc d'hyperbole équilatère correspondant est tracé sur la figure 51.

##### 2° COMPARAISON AVEC LES CAS USUELS :

La figure 51 donne la valeur du rapport  $z_0/f_m$  en fonction du rapport  $NI/NI_0$  dans le cas du champ uniforme.

Portons sur cette figure quelques points donnant la valeur de ce rapport dans les topographies usuelles. Ils se situent au voisinage de la courbe avec un écart toujours inférieur à 2 pour cent.

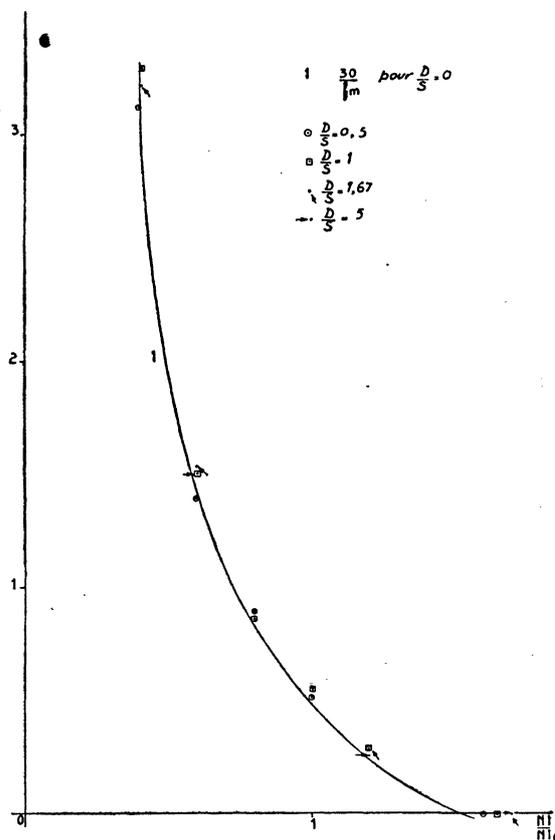


Fig. 51. — Variation du rapport  $z_0/f_m$  en fonction de  $NI/NI_0$ . Comparaison avec les résultats fournis par le calcul pour plusieurs valeurs de  $D/S$ .

## 5. — COEFFICIENT D'ABERRATION CHROMATIQUE

### 1° CAS DU CHAMP UNIFORME :

a) Soit d'abord le cas de l'objet immergé dans le champ.

L'objet (*fig. 52*) est en  $O$ , à la distance  $\lambda$  du plan de sortie du champ uniforme et l'image est en  $I$ .

$$x = -\frac{1}{\omega} \operatorname{tg} \omega \lambda$$

$x$  est grand devant  $\lambda$ ,  $\omega \lambda$  est proche de  $\frac{\pi}{2}$  et la longueur focale de cette lentille utilisée en objectif est pratiquement

$$f_0 = \frac{1}{\omega}$$

Soit une dispersion  $d\omega$  due à une variation de la tension  $V$  et une variation du champ  $B$

$$\frac{dx}{x} = \frac{d\omega}{\omega} \left( 1 - \frac{\omega\lambda}{\sin \omega\lambda \cos \omega\lambda} \right)$$

Le point 0 a pour image un cercle de rayon  $\rho$ .

$$\rho = \frac{R}{x} dx$$

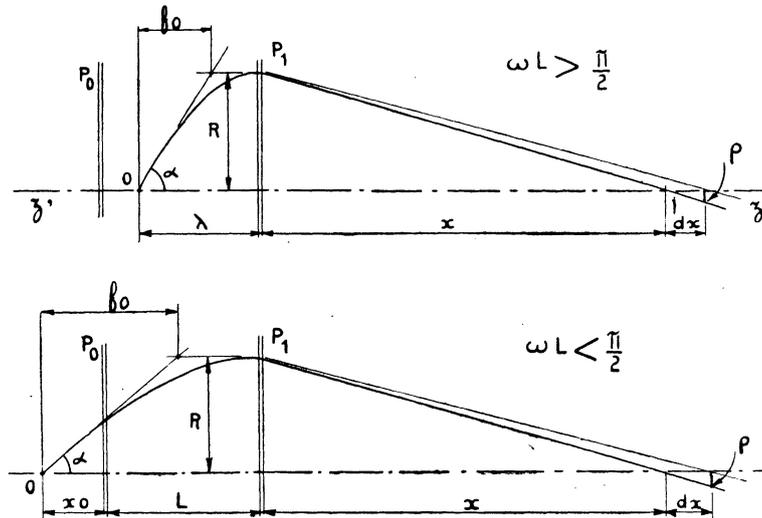


FIG. 52. — Calcul du coefficient d'aberration chromatique  $C_c$ .

Oublions que ce cercle est un effet d'aberration. Nous sommes amenés à dire qu'il est l'image d'un cercle de rayon  $\rho_1 = \varphi \times \frac{f}{x}$  ( $x/f$  étant pratiquement le grossissement de l'objectif).

$$\rho_1 = \rho \frac{f}{x} = \frac{dx}{x} \times \frac{f}{x} \times R$$

Remplaçons  $x$ ,  $\frac{dx}{x}$  et  $f$  par leurs expressions en fonction de  $\omega\lambda$ .

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{d\omega}{\omega} \left( 1 - \frac{\omega\lambda}{\sin \omega\lambda \cos \omega\lambda} \right) \times \frac{1}{\operatorname{tg} \omega\lambda} \times R \\ &= \frac{d\omega}{\omega} \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \omega\lambda} - \frac{\omega\lambda}{\sin^2 \omega\lambda} \right) \times R \end{aligned}$$

$\omega\lambda$  est proche de  $\frac{\pi}{2}$ . Il s'ensuit, en éliminant les termes négligeables :

$$\rho_1 = R \times \frac{\pi}{2} \times \frac{d\omega}{\omega}$$

Calculons l'expression de  $\frac{d\omega}{\omega}$  en fonction de V et de B

$$\omega^* = \frac{e}{8m_0} \frac{B^2}{V^*} \quad 2 \frac{d\omega}{\omega} = 2 \frac{dB}{B} - \frac{dV^*}{V}$$

D'autre part  $R = f \times \alpha$  (fig. 52).

Il vient

$$\rho_1 = \frac{\pi}{4} f \times \alpha \left( 2 \frac{dB}{B} - \frac{dV^*}{V^*} \right) = C_e \alpha \left( 2 \frac{dB}{B} - \frac{dV^*}{V^*} \right)$$

D'où

$$C_e = \frac{\pi}{4} f = 0,785 f$$

b) Prenons le cas de l'objet non immergé (fig. 52).

$$f = \frac{1}{\omega \sin \omega L}$$

Posons

$$x = -\frac{1}{\omega} \operatorname{tg}(\omega L + \varphi)$$

$x$  étant grand devant  $L$ ,  $(\omega L + \varphi)$  est proche de  $\pi/2$ . Par ailleurs

$$x_0 = \frac{1}{\omega} \operatorname{tg} \varphi$$

Pour une variation  $d\omega$  due à une variation de  $V^*$  et de B

$$\frac{dx}{x} = \frac{d\omega}{\omega} - \frac{L d\omega + \frac{d\varphi}{d\omega} d\omega}{\sin(\omega L + \varphi) \cos(\omega L + \varphi)}$$

$x_0$  étant constant, on peut écrire

$$-\frac{d\omega}{\omega} + \frac{d\varphi}{\sin \varphi \cos \varphi} = 0$$

et comme  $(\omega L + \varphi)$  proche de  $\frac{\pi}{2}$

$$\frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\omega} = \frac{\sin \omega L \cos \omega L}{\omega}$$

D'où

$$\frac{dx}{x} = \frac{d\omega}{\omega} \left( 1 - \frac{\omega L + \sin \omega L \cos \omega L}{\sin(\omega L + \varphi) \cos(\omega L + \varphi)} \right)$$

Comme précédemment on calcule

$$\rho_1 = \rho \times \frac{f}{x} = \frac{dx}{x} \times \frac{f}{x} \times R$$

Remplaçons  $x$ ,  $\frac{dx}{x}$ ,  $f$ , par leurs expressions et éliminons les termes négligeables.

$$\rho_1 = \frac{d\omega}{\omega} \left( 1 - \frac{\omega L + \sin \omega L \cos \omega L}{\sin(\omega L + \varphi) \cos(\omega L + \varphi)} \right) \frac{R}{\operatorname{tg}(\omega L + \varphi) \sin \omega L}$$

$$|\rho_1| = \frac{d\omega}{\omega} \left( \frac{\omega L}{\sin \omega L} + \cos \omega L \right) R$$

$$2 \frac{d\omega}{\omega} = 2 \frac{dB}{B} - \frac{dV^*}{V^*} \quad R = f\alpha$$

$$\rho_1 = C_e \alpha \left( 2 \frac{dB}{B} - \frac{dV^*}{V^*} \right) = \frac{1}{2} f\alpha \left( \frac{\omega L}{\sin \omega L} + \cos \omega L \right)$$

D'où pour

$$\omega L < \frac{\pi}{2}$$

$$C_e = \frac{1}{2} f \left( \frac{\omega L}{\sin \omega L} + \cos \omega L \right)$$

Nous en déduisons la courbe  $\frac{C_e}{f_m}$  (fig. 53).

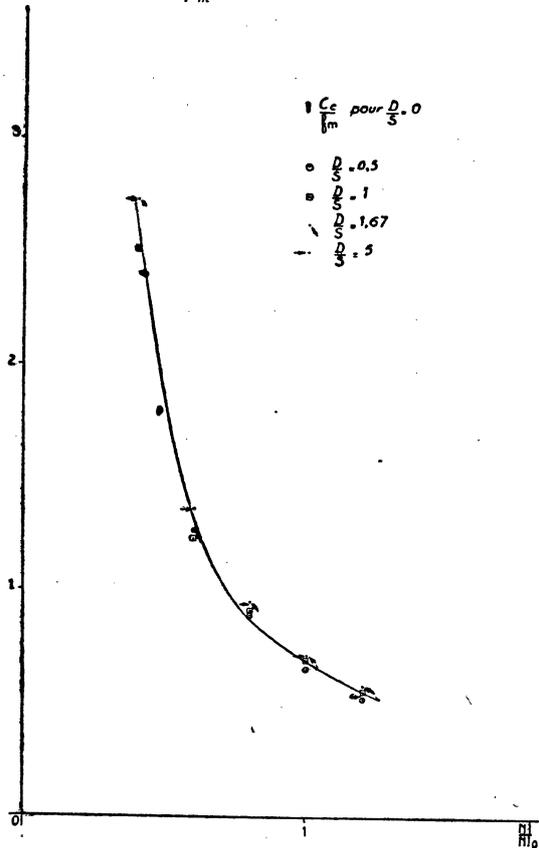


Fig. 53. — Variation du rapport  $C_e/f_m$  en fonction de  $NI/NI_0$ . Comparaison avec des résultats fournis par le calcul pour plusieurs valeurs de  $D/S$ .

## 2° COMPARAISON AVEC LES CAS RÉELS :

Portons sur cette figure quelques points donnant la valeur du rapport  $C_e/f_m$  pour les topographies usuelles. Ils se situent au voisinage de la courbe avec un écart toujours inférieur à deux pour cent.

**COEFFICIENT D'ABERRATION DE SPHÉRICITÉ**

On peut calculer un coefficient de sphéricité à partir de la remarque suivante.

Dans un champ magnétique la vitesse d'un électron change de direction mais elle garde toujours la même valeur absolue.

La force électro-magnétique est normale à la trajectoire de l'électron : la vitesse peut changer de direction mais elle n'est pas modifiée en grandeur. Quand l'électron prend une vitesse de rotation autour de l'axe  $z'z$ , sa vitesse parallèlement à l'axe  $z'z$  doit donc décroître. Cette décroissance, qui peut être calculée dans un champ uniforme, provoque une variation de longueur focale et on peut en déduire un coefficient d'aberration  $C_e$  par un calcul analogue à celui du coefficient d'aberration chromatique.

Le calcul effectué pour un champ uniforme aboutit aux résultats suivants :

$$\text{pour } \omega L > \frac{\pi}{2} \quad C_e = C_s$$

$$\text{pour } \omega L < \frac{\pi}{2} \quad C_e = C_s \sin^2 \omega L$$

Les valeurs qui en résultent ne concordent pas avec les valeurs calculées pour les valeurs usuelles de  $D/S$ . C'est pourquoi nous ne croyons pas utile de fournir ces calculs.

Pour les cas réels le calcul du coefficient d'aberration de sphéricité fait intervenir le carré des dérivées du champ sur l'axe : ce coefficient dépend donc de la forme de la topographie et remplacer une topographie en cloche par un champ uniforme modifie la valeur de ce coefficient.

Nous nous contenterons donc de donner la courbe réduite d'après les valeurs calculées pour les topographies usuelles.

## E) RÉCAPITULATION — CONCLUSION

### RÉCAPITULATION

Ce qu'il est utile au constructeur de lentilles électroniques magnétiques de retenir de cette étude tient en une page et un graphique.

#### 1. — RÈGLES DE CONSTRUCTION D'UNE LENTILLE ÉLECTRONIQUE

##### 1° CIRCUIT MAGNÉTIQUE.

Pour obtenir le rassemblement des ampères-tours d'excitation de la bobine dans la zone de l'entrefer selon une topographie en cloche, le circuit magnétique ne doit être saturé en aucune section.

Il faut pour cela (*fig. 29*) :

- a) des noyaux de pièces polaires tronconiques (angle de 10° à 15°);
- b) des flasques d'épaisseur  $e$  proche de  $r/2$ ;
- c) une enveloppe extérieure de section un peu supérieure à l'aire de base des noyaux des pièces polaires.

##### 2° FORMES ET DIMENSIONS DES PIÈCES POLAIRES (*fig. 35*).

Pour aboutir à une topographie de moindre étalement, la forme et les dimensions des pièces polaires, au voisinage de l'entrefer, doivent satisfaire aux conditions suivantes :

- a) l'angle  $\alpha$  des faces polaires est compris entre 55° et 65°;
- b) les cônes des faces polaires mordent l'un sur l'autre d'une longueur proche de  $D/4$ ;
- c) les cônes des faces polaires sont assez longs afin que

$$S_i > \frac{(NI)_M}{500}$$

- d) l'élargissement du canal à l'intérieur des pièces polaires commence à une distance du milieu de l'entrefer supérieure à  $\frac{1}{2} \sqrt{S' + D'}$ , en tenant compte de l'accroissement apparent de  $S$  et  $D$  aux fortes excitations.

##### 3° ELARGISSEMENT DE LA TOPOGRAPHIE.

Quand l'excitation  $NI$  dépasse la valeur 1.000 S, tout se passe comme si  $S$  et  $D$  étaient multipliés par le facteur  $1 + m \frac{NI - 1000 S}{1.000 S}$ ,  $m$  prenant la valeur 0,15 pour des faces polaires satisfaisant aux conditions ci-dessus.

2. — VALEURS DES CARACTÉRISTIQUES ÉLECTRO-OPTIQUES

Les courbes de la figure 54 fournissent les valeurs des caractéristiques électro-optiques en fonction du paramètre géométrique  $0,5 \sqrt{S^2 + 0,45 D^2}$ .

Il faut tenir compte de l'élargissement de la topographie si l'excitation dépasse la valeur 1.000 S.

Pour aboutir à la longueur focale minimum  $f_m$ , la bobine d'excitation d'un projecteur doit pouvoir fournir l'excitation  $NI = 13,5 \sqrt{V^*}$ .

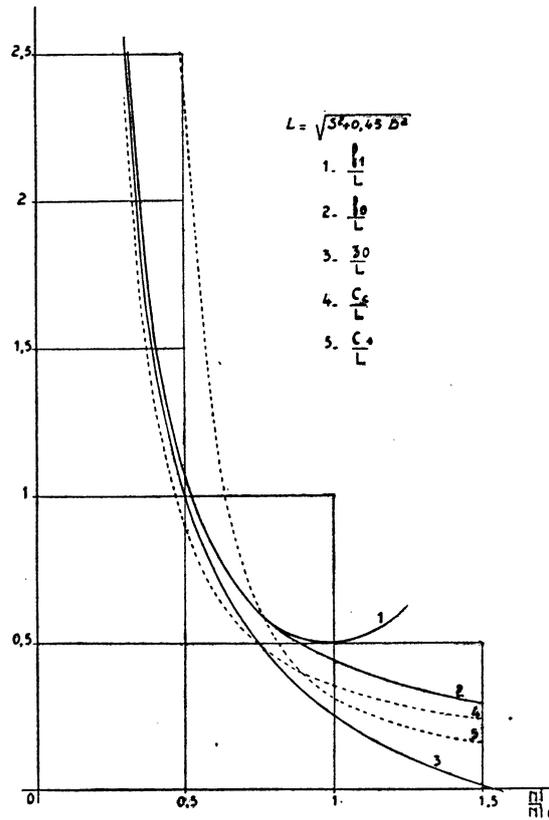


FIG. 54. — Valeurs du rapport des caractéristiques électro-optiques à la longueur  $L = \sqrt{S^2 + 0,45 D^2}$  pour les cas usuels de  $D/S$  en fonction du paramètre d'excitation  $NI/NI_0$ .

## CONCLUSION

Le problème de la construction des lentilles électroniques magnétiques semble résolu, par ce qui précède, dans ses lignes essentielles pour toutes les tensions d'accélération.

Nous n'ignorons pas les autres problèmes que posent les lentilles électroniques magnétiques : méthodes expérimentales de focométrie et de détermination des aberrations, réduction de ces aberrations, etc... Mais avant d'attaquer de front ces problèmes il convenait de savoir calculer et construire de bonnes lentilles « fondamentales ».

Nous espérons que ce travail a contribué à franchir cette étape préliminaire à des études plus fouillées d'Optique électronique.

## APPENDICES

1. Utilisation de la sonde à double enroulement pour la mesure de  $B'$ .
  2. Phénomènes d'hystérésis dans les lentilles magnétiques.
-

## APPENDICE I

### MESURE DE B' EN UTILISANT LA SONDE MESURANT B

La connaissance de B' peut être utile pour le calcul des propriétés électro-optiques des lentilles. On pourrait déduire B' de la connaissance de B. Mais cette déduction amènerait d'assez grosses erreurs. Il paraît préférable de mesurer directement B' (1). Montrons comment cette mesure est possible en utilisant la sonde que nous venons de décrire.

1° Reprenons les expressions de  $\varphi(z + \Delta z)$  et  $\varphi(z - \Delta z)$

$$\begin{aligned} \varphi(z + \Delta z) &= \pi \rho^3 \left[ B + B' \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B'' \cdot \overline{\Delta z}^2 + \frac{1}{3!} B''' \cdot \overline{\Delta z}^3 + \frac{1}{4!} B^{(4)} \overline{\Delta z}^4 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\rho^3}{8} \left( B'' + B''' \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B^{(4)} \overline{\Delta z}^2 \right) + \frac{\rho^4}{192} B^{(4)} \right] \\ \varphi(z - \Delta z) &= \pi \rho^3 \left[ B - B' \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B'' \cdot \overline{\Delta z}^2 - \frac{1}{3!} B''' \cdot \overline{\Delta z}^3 + \frac{1}{4!} B^{(4)} \overline{\Delta z}^4 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\rho^3}{8} \left( B'' - B''' \cdot \Delta z + \frac{1}{2!} B^{(4)} \overline{\Delta z}^2 \right) + \frac{\rho^4}{192} B^{(4)} \right] \end{aligned}$$

Faisons passer  $i$  dans le même sens pour les deux solénoïdes distants de  $2 \Delta z$  (*fig. 55*). Les forces F et F' sont de sens opposés et la force totale qui s'exerce sur le solénoïde a pour valeur :

$$\begin{aligned} F - F' &= \frac{ni}{10} (\varphi - \varphi') \\ &= \frac{ni}{10} \left[ \varphi(z + \Delta z) - \varphi(z - \Delta z) \right] \end{aligned}$$

Calculons la différence :  $\varphi(z + \Delta z) - \varphi(z - \Delta z)$

$$\begin{aligned} \varphi(z + \Delta z) - \varphi(z - \Delta z) &= \pi \rho^3 \left[ 2 B' \cdot \Delta z + \frac{2}{3!} B''' \cdot \overline{\Delta z}^3 - \frac{\rho^3}{8} \times 2 B''' \cdot \Delta z \right] \\ &= \pi \rho^3 \left[ 2 B' \cdot \Delta z + B''' \cdot \Delta z \left( \frac{\overline{\Delta z}^2}{3} - \frac{\rho^2}{4} \right) \right] \end{aligned}$$

Pour éliminer B''' faisons :  $\frac{\overline{\Delta z}^2}{3} - \frac{\rho^2}{4} = 0$

$$\Delta z = \frac{\sqrt{3}}{2} \rho$$

Si les deux solénoïdes sont distants de  $2 \Delta z = \sqrt{3} \rho$ , le courant  $i$  étant de même sens pour les deux enroulements, la force totale qui s'exerce sur l'ensemble est proportionnelle à B'. Plutôt que d'enrouler sur

---

(1) P. GAUTIER a calculé des systèmes d'enroulements compensés pour mesurer directement B'o et B''o. C. R. Ac. Sc., 1952. 235, p. 361.

le même cylindre deux solénoïdes  $\Sigma$  et  $\Sigma'$  dont les faces en regard sont distantes de  $\sqrt{3}\rho$ , il est plus simple d'enrouler un solénoïde court, de longueur  $\sqrt{3}\rho$  (*fig. 54*).

2° Pour l'étude expérimentale de la topographie d'un champ, la mesure de  $B$  est la plus essentielle. La détermination expérimentale de  $B'$  est beaucoup moins importante. Il serait possible d'enrouler sur le même cylindre un système de deux enroulements  $\Sigma$  et  $\Sigma'$  mesurant directement  $B$ , et un enroulement mesurant  $B'$ , ayant même plan médian que les deux solénoïdes  $\Sigma$  et  $\Sigma'$ . Cela constitue une complication et nous avons préféré utiliser la sonde à deux enroulements  $\Sigma$  et  $\Sigma'$  pour mesurer  $B'$ , dans le cas où cette mesure présentait quelque intérêt.

Si l'on donne à  $i$  et à  $i'$  le même sens, les forces  $F$  et  $F'$  sont opposées et l'on mesure

$$\frac{ni}{10} \left[ \varphi(z + \Delta z) - \varphi(z - \Delta z) \right] = \frac{ni}{10} \times \pi \varphi^2 \left[ 2 B' \cdot \Delta z + B''' \cdot \Delta z \left( \frac{\Delta z^2}{3} - \frac{\rho^2}{4} \right) \right]$$

avec  $2 \Delta z = \rho$ .

Le terme en  $B'''$  n'est pas éliminé. Montrons que la somme de trois mesures avec ce système permet d'éliminer ce terme en  $B'''$ .

Calculons la force qui s'exercerait sur le système A (*fig. 55*) de deux solénoïdes dont les faces en regard sont distantes de  $2 \Delta z = 2 \rho$ .

$$F_A = \frac{ni}{10} \times \pi \varphi^2 \left[ 2 B' \rho + B''' \rho \left( \frac{\rho^2}{3} - \frac{\rho^2}{4} \right) \right]$$

Calculons la force qui s'exercerait sur le système B (*fig. 55*) de deux solénoïdes dont les faces en regard sont distantes de  $2 \Delta z = \rho$  et qui auraient même plan médian que le système A.

$$F_B = \frac{ni}{10} \times \pi \varphi^2 \left[ 2 B' \frac{\rho}{2} + B''' \frac{\rho}{2} \left( \frac{\rho^2}{3 \times 4} - \frac{\rho^2}{4} \right) \right]$$

Additionnons  $F_A$  et  $F_B$  :

$$\begin{aligned} F_A + F_B &= \frac{ni}{10} \times \pi \varphi^2 \left[ 2 B' \left( \rho + \frac{\rho}{2} \right) + B''' \frac{\rho}{2} \left( \frac{2 \rho^2}{3} - \frac{2 \rho^2}{4} + \frac{\rho^2}{4 \times 3} - \frac{\rho^2}{4} \right) \right] \\ &= \frac{ni}{10} \times \pi \varphi^2 \left[ 3 B' \rho + B''' \frac{\rho}{2} \frac{8 \rho^2 - 6 \rho^2 + \rho^2 - 3 \rho^2}{12} \right] \end{aligned}$$

Le terme en  $B'''$  est nul. Il reste :

$$F_A + F_B = \frac{ni}{10} \times \pi \varphi^2 \times 3 B' \rho$$

La somme de ces deux forces est proportionnelle à  $B'$ , les termes en  $B'''$  s'éliminent sur le total.

Mais il est équivalent de faire une mesure avec le système A ou de faire la somme des deux mesures dans les deux positions indiquées par C (fig. 55). Utilisons donc la sonde construite pour la mesure directe de B. Donnons le même sens au courant qui parcourt les deux solénoïdes et faisons la somme des 3 mesures dans les positions correspondant à C et B (fig. 55). Nous mesurons  $B'$  sur l'axe, dans le plan médian de la position B.

Expérimentalement on commet des erreurs dans les positions. La mesure de  $B'$  n'a pas paru présenter jusqu'ici une utilité justifiant la construction d'une sonde spéciale et dans tous les cas que nous avons eu à résoudre, la méthode indiquée ci-dessus a donné des résultats satisfaisants.

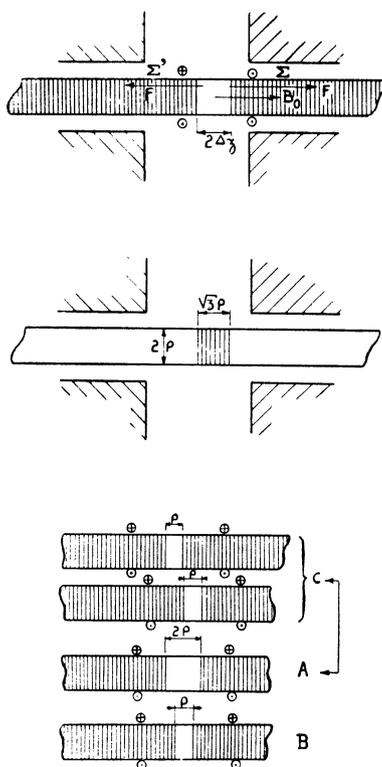


FIG. 55. — Mesure de  $B'$  en utilisant la sonde à deux enroulements décalés pour la mesure directe de B.

## APPENDICE II

### PHÉNOMÈNES D'HYSTÉRÉSIS

Dans un circuit magnétique aussi complexe que l'est celui d'une lentille électronique on pourrait multiplier les effets dûs à l'hystérésis. Nous allons montrer seulement deux aspects de ces phénomènes.

1° La courbe du champ maximum en fonction de l'excitation varie comme la courbe de l'aimantation en fonction du champ inducteur.

L'expérience montre que, pour une excitation donnée  $NI$ , à la précision des mesures, les topographies dans la zone centrale qui correspondent aux valeurs maximum  $B_1$  à excitation croissante et  $B_2$  à excitation décroissante ont même largeur et sont superposables par un changement convenable d'échelle des ordonnées.

Donc l'hystérésis est négligeable sur la forme de la topographie en cloche dans la zone centrale de l'entrefer. Elle n'a d'effet appréciable que sur le nombre d'ampères-tours utilisés pour l'aimantation du circuit. C'est donc dans le canal que l'hystérésis affecterait la forme de la topographie. Mais cette étude ne présente aucun intérêt puisque par construction nous cherchons à réduire au minimum les ampères-tours magnétisants.

On réduit les effets d'hystérésis en stabilisant le cycle d'aimantation entre les excitations  $\pm NI$ .

2° L'effet que nous venons de signaler n'a rien de surprenant.

L'hystérésis provoque un phénomène plus inattendu : des variations dans la répartition de l'aimantation à l'intérieur même du circuit magnétique.

Voici les mesures qui mettent ce phénomène en évidence. Son étude complète exigerait un plus long développement.

Soient des pièces polaires permettant de faire des mesures du champ contre la paroi extérieure et à l'intérieur du canal (*fig. 56*). Mesurons la composante du champ parallèle à l'axe de la pièce polaire, contre la paroi, aux points A et B, dans le même plan, l'un dans le canal, l'autre à l'extérieur de la pièce polaire.

Rappelons que, de part et d'autre de la surface de séparation, la composante du champ parallèle à cette surface est la même dans l'air et dans le fer, la traversée du magnétisme libre sur la paroi provoquant uniquement une discontinuité normale à cette paroi.

On obtient les courbes de la figure 56.

Ces courbes montrent deux phénomènes :

- a) l'aimantation n'est pas uniforme dans la masse de la pièce polaire;
- b) le rapport de ces aimantations est fonction de l'hystérésis.

Mais, comme nous le précisons plus haut, notre but n'est pas d'étudier ces phénomènes par le détail mais de déterminer la construction qui les rend négligeables.

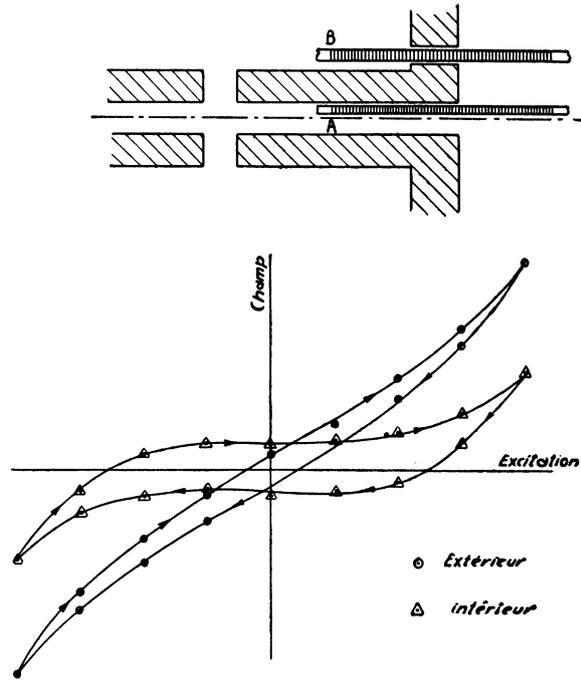


FIG. 56. — Mise en évidence de l'hystérésis selon l'épaisseur des noyaux polaires.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BUSCH. *Ann. Phys.*, 81, 974, 1926.
  - [2] LIEBMANN (G.) et GRAD (E. M.). *Proc. Phys. Soc. B.*, 1951, vol. LXIV, 956.
  - [3] HESSE (M. B.). *Proc. Phys. Soc. B.*, 1950, vol. 63, 386.
  - [4] LENZ (F.). 1950. a) *Zeit. Angew Phys.*, 2, 448, 1950. b) *Optik*, 7, 243.
  - [5] DURAND (E.). *Ann. de Phys.*, 12<sup>e</sup> série, t. X, nov.-déc. 1955.
  - [6] GLASER (W.). *Z. Phys.*, 1941, 117, 285-315.
  - [7] GRIVET (P.). *Journ. Phys. et Rad.* (Phys. appl.), t. XIII, février 1952, p. 1.
  - [8] DOSSE (J.). *Z. Phys.*, 1941, S. 117 B 7 et 8, 437.
  - [9] FERT (Ch.) et GAUTIER (P.). *C. R. Acad. Sc.*, 283, 1951, p. 148.
  - [9 bis] GAUTIER (P.). *Journ. Phys. et Rad.*, 15, 1954, p. 684.
  - [10] MENTS (M.) et LE POOLE (J.-B.). *Appl. Research.*, 1947, vol. B.
  - [11] DURANDEAU (P.). *C. Rr. Acad. Sc.*, 236, 366-368.
  - [12] BOUASSE. *Magn. et Electr.*, t. I, p. 40.
  - [13] FOEX. *Ann. de Phys.*, 1921, p. 204.
  - [14] BOUASSE. *Statique*, p. 122.
  - [15] MULVEY (T.). *Proc. Phys. Soc.*, B, vol. LXVI, 1953, p. 441.
  - [16] LIEBMANN (G.). *Proc. Phys. Soc. B.*, vol. LXVI, 1953, p. 448.
  - [17] LENZ (F.). *Optik* 1954, 11, p. 171. *Ann. de Phys.*, 1951, 9, 5, p. 243.
  - [18] LIEBMANN (G.). *Proc. Phys. Soc. B.*, vol. LXVIII, 1955, p. 737.
  - [19] EWING (G.). *Magnetic induction in iron and other metals*. Londres, 1900.
  - [20] LIEBMANN (G.). *Proc. Phys. Soc. B.*, vol. LXVIII, p. 679, 1955.
-

## TABLE DES MATIÈRES

### A. — Introduction.

### B. — Système pendulaire électrodynamique pour la mesure du champ le long de l'axe d'une lentille électronique.

#### CHAPITRE I. — SONDE DE MESURE.

1. — Force parallèle à l'axe d'un solénoïde disposé dans un champ.....	8
2. — Sonde dans un champ de révolution : expression de la force en fonction du champ sur l'axe.....	8
3. — Mesure du champ en un point de l'axe. — Sonde effectuant cette mesure à un terme du quatrième ordre près.....	10
4. — Construction d'une sonde à deux roulements et son contrôle.....	14
5. — Effets dus à un décalage entre l'axe de la sonde et l'axe du champ....	19

#### CHAPITRE II. — SYSTÈME PENDULAIRE — MONTAGE GÉNÉRAL. MESURE PAR COMPENSATION.

1. — Description. . . . .	21
2. — Mesure du champ. . . . .	24
3. — Montages électriques. . . . .	26

#### CHAPITRE III. — DÉTERMINATION D'UNE TOPOGRAPHIE.

Précision de cette détermination. — Étalonnage du système pour la mesure du champ en valeur absolue.	
1. — Détermination d'une topographie. . . . .	28
2. — Incertitudes des mesures pour le tracé d'une topographie.....	29
3. — Étalonnage de la sonde pour la mesure du champ en valeur absolue. — Précision de la mesure absolue du champ maximum.....	31

### C. — Étude magnétique des lentilles électroniques.

#### CHAPITRE I.

##### LE CIRCUIT MAGNÉTIQUE D'UNE LENTILLE ÉLECTRONIQUE.

1. — Variation de la forme de la topographie en fonction de l'excitation : phénomènes généraux. . . . .	36
2. — Variation du flux le long des pièces polaires : champ dans le canal axial. . . . .	37
3. — Nécessité de rendre négligeable le champ hors de la zone centrale..	40
4. — Facteurs intervenant dans l'allure de la variation du flux le long des pièces polaires. . . . .	40
5. — Variation du flux dans le flasque et l'enveloppe extérieure.....	41
6. — Vue d'ensemble des variations du flux le long du circuit magnétique.	43
7. — Règles de construction du circuit magnétique.....	43

#### CHAPITRE II.

##### FORMES ET DIMENSIONS DES PIÈCES POLAIRES AU VOISINAGE DE L'ENTREFER.

1. — Variations de la topographie dans la zone centrale en fonction de l'excitation. . . . .	46
2. — Topographie de moindre étalement aux fortes excitations.....	49
3. — Influence de l'élargissement du canal axial sur la largeur de la topographie. . . . .	51

CHAPITRE III. — REPRÉSENTATION APPROCHÉE DU CHAMP  
SUR L'AXE D'UNE LENTILLE ÉLECTRONIQUE MAGNÉTIQUE.

- 1. — Assimilation du champ d'une lentille au champ d'un solénoïde. . . . . 53
- 2. — Généralisation aux topographies pour des trous de diamètres différents. 56

D. — Expressions et représentations générales des caractéristiques  
électro-optiques des lentilles électroniques magnétiques.

- 1. — Cas schématique de référence. . . . . 61
- 2. — Longueur focale  $f_1$  de la lentille utilisée en projecteur. . . . . 63
- 3. — Expression et variation de la longueur focale  $f_0$  de la lentille utilisée  
en objectif. . . . . 68
- 4. — Distance du plan focal de la lentille utilisée en objectif au plan médian  
des pièces polaires. . . . . 70
- 5. — Coefficient d'aberration chromatique. . . . . 71
- 6. — Coefficient d'aberration de sphéricité. . . . . 75

E. — Récapitulation — Conclusion.

F. — Appendices.

- 1. — Mesure de  $B'$  en utilisant la sonde mesurant  $B$ . . . . . 80
- 2. — Phénomènes d'hystérésis. . . . . 83

